



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2, \\ yz = -6x + x^2, \\ zx = -6y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x - 6)^2 + (y - 6)^2 + (z - 6)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 20 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 10$, $BE = 9$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарик. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть девять коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$ являются пятым и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| + \left|y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| \leq 8$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle CBA = 46^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2 \\ yz = -6x + x^2 \\ zx = -6y + y^2 \end{cases}$$

1) НУД $x=y$

$$yz = x^2 - 6x$$

$$xz = y^2 - 6y$$

$$\Rightarrow x^2 - 6x = y^2 - 6y$$

$$(x-y)(x+y-6) = 0$$

$$xy = x^2 = z^2 - 6z$$

$$2xz = 2x^2 - 12x$$

$$xz = x^2 - 6x$$

$$x \neq 0 \Rightarrow z = x - 6$$

$$\begin{cases} z = x - 6 \\ x^2 = z(z - 6) \end{cases}$$

$$\begin{cases} z = x - 6 \\ x^2 = (x - 6)(x - 12) \end{cases}$$

$$x^2 = x^2 - 18x + 72$$

$$72 = 18x \Rightarrow x = y = 4 \Rightarrow z = -2$$

Если изначально ~~попы~~ принять равными не x и y , то значение $(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2$ не стал-ся, т.к. это выражение или от (x, y, z)

$$(4-6)^2 = 4; (4-6)^2 = 4; (-2-6)^2 = 64$$

$$(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 = 72$$

2) Если x и z не равны
Вычтем из первого ур-ния второе:

$$y(x-z) = (z-x)(z+x) + 6(x-z)$$

$$x \neq z \Rightarrow y = -z - x + 6$$

$$x + y + z = 6$$

$$y = 6 - x - z$$

Сложим первое и второе

$$y(x+z) = x^2 + z^2 - 6x - 6z$$

$$y(6-y) = x^2 + z^2 - 2xz - 6(6-y)$$

$$(6-y)(6+y) = (6-y)^2 - 2y(y-6)$$

$$(x+y+z)^2 = 36 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + xz) =$$

$$= x^2 + y^2 + z^2 + 2(x^2 - 6x + y^2 - 6y + z^2 - 6z) =$$

$$= 3(x^2 + y^2 + z^2) - 12(x + y + z)$$

$$12 \cdot 6 = 72$$

$$3(x^2 + y^2 + z^2) = 108 \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 36$$

$$(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 12(x + y + z) + 36 =$$

$$= 36 - 12 \cdot 6 + 36 \cdot 3 = 72$$

Ответ: 72



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{2}$

$$h = 10^{20002} - 1 = \overbrace{9 \dots 9}^{60001}$$

$$h^3 = (10^{20002} - 1)^3 = 10^{60006} - 3 \cdot 10^{40004} + 3 \cdot 10^{20002} - 1 = 10^{60006} - 1 - 3 \cdot 10^{40004} + 3 \cdot 10^{20002}$$

$$10^{60006} - 1 = \overbrace{9 \dots 9}^{60005}$$

$$\underbrace{9 \dots 9}_{60005} - 3 \cdot 10^{40004} = \underbrace{9 \dots 9}_{20000} 6 \underbrace{9 \dots 9}_{40004} \quad (\text{просто выкинь из } 93 \text{ в } 40005 \text{ разряде})$$

$$\underbrace{9 \dots 9}_{20000} 6 \underbrace{9 \dots 9}_{40004} + 3 \cdot 10^{20002} = \underbrace{9 \dots 9}_{20000} 7 \underbrace{0 \dots 0}_{20001} \overset{2}{9} \underbrace{9 \dots 9}_{20002}$$

В последнем действии мы прибавили 3 к 20003 разряду, тем самым превратив 9 в 12. 2 пишется, а 1 ~~перенос~~ прибавляется к следующему разряду. Там стоит 9, $9+1=10$, 0 пишем, а 1 прибавляем к след. разряду. Пока в след. разряде 9, они будут превр. в 0. Но 40005 разряде стоит 6, значит оно превратится в 7 и процесс закончится. Получится $20002 + 20000 = 40002$ девяток

Ответ: 40002 девяток



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

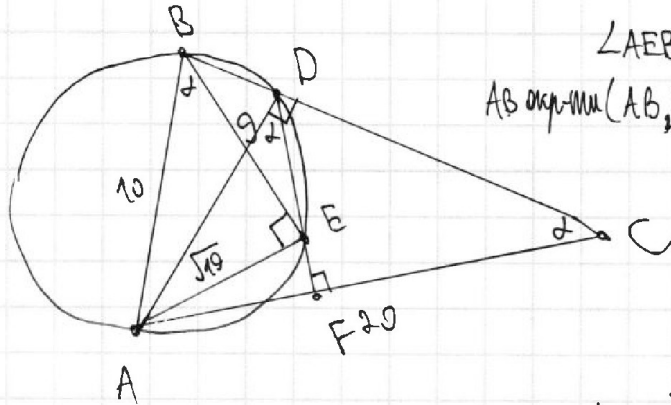
6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3

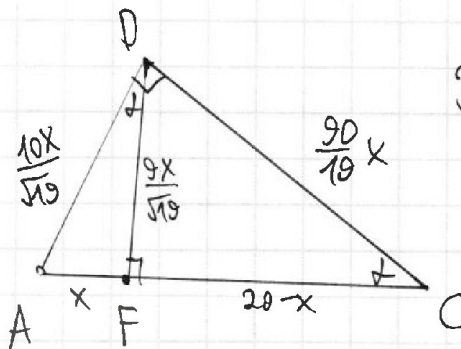


$\angle AEB = 90^\circ$, т.к. опирается на диаметр
AB окружности (AB, E), аналогично $\angle ADB = 90^\circ = \angle ADC$
по т. Пифагора для $\triangle ABE$
 $AE = \sqrt{10^2 - 9^2} = \sqrt{19}$

$\angle ABE = \alpha = \angle ADE$ (ABDE впис.)
 $\angle ADE = \angle ADF = \angle FCD$ ($\angle FDE = 90^\circ$)

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{19}}{10} \text{ (в } \triangle ABE)$$

$$\angle FCD = \alpha$$



Пусть $AF = x$, тогда $FC = 20 - x$

$$AD = \frac{x}{\sin \alpha} = \frac{10x}{\sqrt{19}}$$

$$DC = \frac{FD}{\sin \alpha} = \frac{9x}{\sqrt{19}} \cdot \frac{10}{\sqrt{19}} = \frac{90}{19}x$$

по т. Пифагора для $\triangle ADF$

$$DF = \sqrt{\frac{100}{19}x^2 - x^2} = x \cdot \frac{9}{\sqrt{19}}$$

по т. Пифагора для $\triangle ADC$

$$\frac{100}{19}x^2 + \frac{8100}{361}x^2 = \frac{10000}{361}x^2 = 20^2$$

$$\frac{100}{19}x = 20$$

$$x = \frac{19}{5} = AF$$

$$\text{Ответ: } AF = \frac{19}{5}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Вероятность в начале: $\frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}$ - кол-во способов выбрать 2 коробки к 3 нужным из $n-3$ (по 1 из каждой из 3 коробок)
 C_n^5 - кол-во способов выбрать любую коробку

Вероятность в конце: $\frac{C_{n-3}^6}{C_n^9}$ - кол-во способов выбрать 6 коробок к 3 нужным, по 2 из каждой из 3 коробок
 C_n^9 - всего способов выбрать девятку коробок

$$\frac{\frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}}{\frac{C_{n-3}^6}{C_n^9}} = \frac{\frac{(n-3)(n-4)}{2!}}{\frac{n(n-1)\dots(n-8)}{8!}} = \frac{\frac{5!}{2!}}{\frac{n(n-1)(n-2)}{9!}} = \frac{5! \cdot 6!}{9! \cdot 2!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{9 \cdot 7} = \frac{5}{6 \cdot 7}$$

$$= \frac{5}{6 \cdot 7} = \frac{5}{42} \Rightarrow \text{увеличилась в } \frac{42}{5} \text{ раз}$$

Ответ: увеличилась в $\frac{42}{5}$ раз



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
4 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5

$$x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$$

x_1, x_2 - корни

$$5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$$

y_1, y_2 - корни

НУЖНО

$$x_1 = b_1 + 5d$$

$$x_2 = b_1 + 6d$$

$$y_1 = b_1 + 4d$$

$$y_2 = b_1 + 7d$$

$$x_1 + x_2 = 2b_1 + 11d$$

$$y_1 + y_2 = 2b_1 + 11d$$

1) Если у этих уравнений есть 2 различных корня, то $x_1 + x_2 = y_1 + y_2$.

По т. Виета

$$x_1 + x_2 = a^2 - 4a$$

$$y_1 + y_2 = \frac{a^3 - 4a^2}{5}$$

$$a^2 - 4a = \frac{a^3 - 4a^2}{5}$$

$$5a(a - 4) = a^2(a - 4)$$

$$a(a - 4)(a - 5) = 0$$

$$\begin{cases} a = 0 & 1.1) \\ a = 4 & 1.2) \\ a = 5 & 1.3) \end{cases}$$

$$1.1) a = 0$$

$$x^2 + 4 = 0$$

нет корней?!

$$1.2) a = 4$$

$$x^2 - (16 - 16)x + 16 - 24 + 4 = 0$$

$$x^2 - 4 = 0$$

$\begin{cases} x = 2 & \text{шестой член} \\ x = -2 & \text{седьмой член} \end{cases}$

$$5x^2 - (64 - 64)x - 128 - 24 - 15 = 0$$

$$5x^2 - 167 = 0$$

$\begin{cases} x = \sqrt{\frac{167}{5}} & \text{пятый член} \\ x = -\sqrt{\frac{167}{5}} & \text{восьмой член} \end{cases}$

$$\text{либо } b_5 \leq b_6 \leq b_7 \leq b_8$$

$$\text{либо } b_5 \geq b_6 \geq b_7 \geq b_8$$

значит

$$\begin{cases} b_5 = -\sqrt{\frac{167}{5}} \\ b_6 = -2 \\ b_7 = 2 \\ b_8 = \sqrt{\frac{167}{5}} \end{cases} \quad \underline{1}$$

$$\begin{cases} b_5 = \sqrt{\frac{167}{5}} \\ b_6 = 2 \\ b_7 = -2 \\ b_8 = -\sqrt{\frac{167}{5}} \end{cases} \quad \underline{2}$$

по $b_6 - b_7 = b_7 - b_8$
 $1 - 4 = 2 - \sqrt{\frac{167}{5}} \neq 4$
 $2 - 4 = -2 + \sqrt{\frac{167}{5}} \neq 4$

Значит такой рас-м не



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1.3) $a=5$

$$x^2 - 5x + (-1) = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{29}}{2} \quad \text{мелкий и седельный}$$

$$5x^2 - 25x - 250 - 30 - 15 = 0$$

$$x^2 - 5x - 59 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 235}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{260}}{2} \quad \text{мелкий и седельный}$$

$$\text{либо } b_5 \geq b_6 > b_7 > b_8$$

$$\text{либо } b_5 < b_6 < b_7 < b_8$$

$$0 < \frac{5 + \sqrt{29}}{2} < \frac{5 + \sqrt{270}}{2}$$

$$\frac{5 - \sqrt{270}}{2} < \frac{5 - \sqrt{29}}{2} < 0 \quad (5 < \sqrt{29})$$

Значит

$$① \left[b_5 = \frac{5 - \sqrt{270}}{2}; b_6 = \frac{5 - \sqrt{29}}{2}; b_7 = \frac{5 + \sqrt{29}}{2}; b_8 = \frac{5 + \sqrt{270}}{2} \right]$$

$$② \left[b_5 = \frac{5 + \sqrt{270}}{2}; b_6 = \frac{5 + \sqrt{29}}{2}; b_7 = \frac{5 - \sqrt{29}}{2}; b_8 = \frac{5 - \sqrt{270}}{2} \right]$$

Но тогда $b_5 - b_6$ должно быть $b_7 - b_8$

$$① \frac{\sqrt{270} - \sqrt{29}}{2}$$

$$① \sqrt{29}$$

$$② \frac{\sqrt{29} - \sqrt{270}}{2}$$

$$② -\sqrt{29}$$

$$\text{Но } ① \sqrt{270} - \sqrt{29} \neq \sqrt{29}$$

$$\sqrt{270} \neq 4 \cdot \sqrt{29} \quad 116$$

$$② \sqrt{29} - \sqrt{270} \neq -\sqrt{29}$$

$$116 = 29 \cdot 4 \neq 270$$

Значит такой ситуации не существует

2) И наконец, если у какого-то из этих уравнений кратные корни, то они будут иметь целочисленную дробь. Проверим, но по условию неясно?!

Ответ: $a \in \{\emptyset\}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№

Заметим, что если (x, y) удовлетворяет условию, то пара $(-x, y)$ тоже

По симметрии относительно оси OY

Также заметим, что точка, наиболее удалённая от нуля, заметит удалённость с радиусом $R = \text{расст. от этой точки до нуля}$ и центром O

А точка, наиболее удалённая от нуля, заметит удалённость с $r = \text{расст. до } O$ и $\neq$ центром O .

Значит

Проведём прямые $y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} = 0$ ①

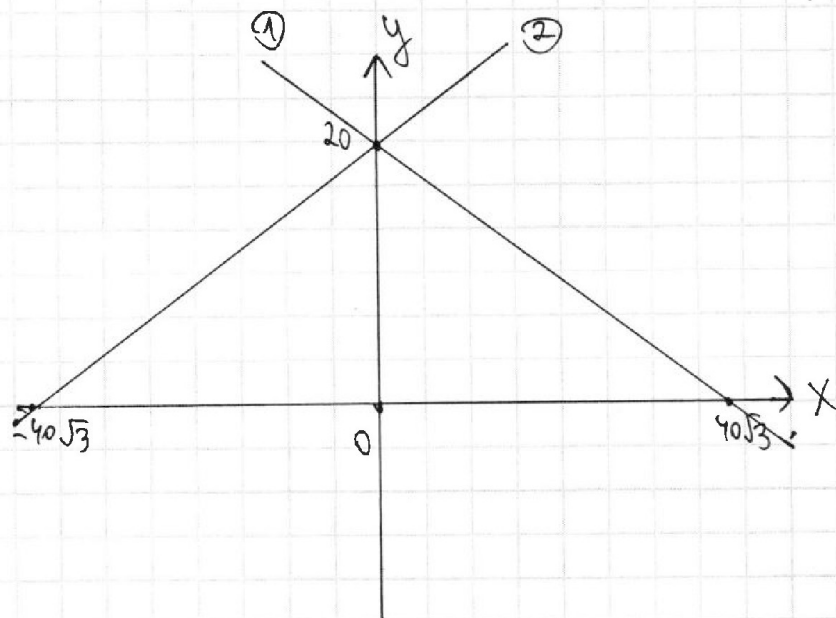
$y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} = 0$ ②

$$x=0 \Rightarrow y=20$$

$$y=0 \Rightarrow x=40\sqrt{3}$$

$$x=0 \Rightarrow y=20$$

$$y=0 \Rightarrow x=-40\sqrt{3}$$



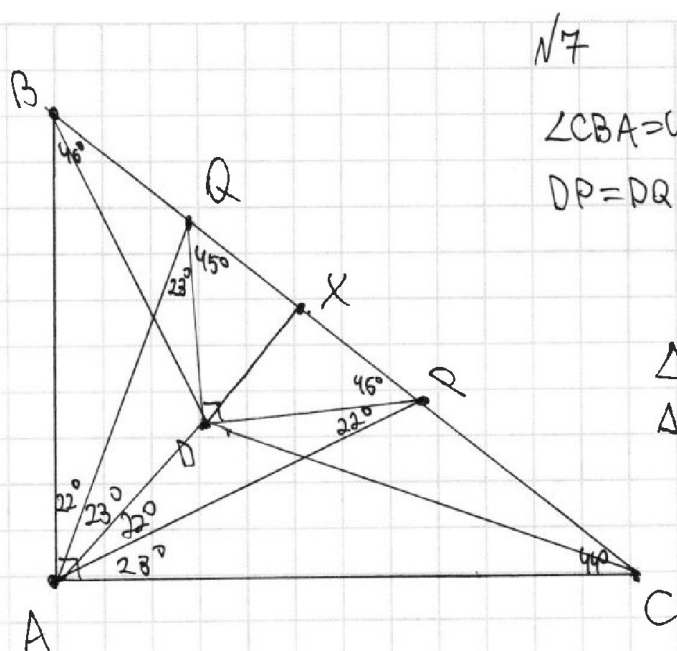


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



N7

$$\angle CBA = 46^\circ \Rightarrow \angle ACB = 46^\circ$$

$$DP = DQ \Rightarrow \triangle DQP - \text{н/б и равнобедренн.}$$

$$\angle DQP = \angle DPQ = 45^\circ$$

$$\triangle ABP - \text{н/б (AB=BP)}$$

$$\triangle ACQ - \text{н/б (AC=CQ)}$$

$$\angle APB = \angle BAP = \frac{180^\circ - 46^\circ}{2} = 67^\circ$$

$$\angle CAQ = \angle CQA = \frac{180^\circ - 46^\circ}{2} = 68^\circ$$

$$\angle AQP = 68^\circ - 45^\circ = 23^\circ$$

$$\angle APD = 67^\circ - 45^\circ = 22^\circ$$

$$\angle BQA = \angle AQC - \angle ABA = 22^\circ$$

$$\angle PAC = 23^\circ$$

$$\angle QAP = 68^\circ - 23^\circ = 45^\circ$$

н/б. м. Числ. для $\triangle AQP$

$$\frac{\sin 23^\circ \cdot \sin 45^\circ \cdot \sin 22^\circ}{\sin 15^\circ \cdot \sin 22^\circ \cdot \sin 22^\circ} = 1$$

$$\frac{\sin 22^\circ}{\sin 15^\circ} = \frac{\sin 22^\circ}{\sin 22^\circ}$$

$$\angle 15^\circ = 45^\circ$$

$$\frac{\sin(45^\circ - \angle)}{\sin \angle} = \frac{\sin(45^\circ - 23^\circ)}{\sin 23^\circ}$$

$\angle$ - острый угол

$$\frac{\sin(45^\circ - \angle)}{\sin \angle} = \frac{\sin(45^\circ - 23^\circ)}{\sin 23^\circ}$$

ноль, когда $\angle = 23^\circ$

X - пересечение AD с BC

Если D лежит вне $\triangle AQP$, то

либо $\angle DPQ$, либо $\angle DQP \geq 67^\circ$ ($\angle DQP > \angle AQP$)
а или 45° ?!
 $\Rightarrow$ значит точка D внутри $\triangle AQP$

$$\angle QAD = 23^\circ \Rightarrow \angle PAD = 22^\circ$$

$$\angle ADP = 180^\circ - 44^\circ = 136^\circ$$

$$\angle ACP + \angle ADP = 136^\circ + 44^\circ = 180^\circ$$

ADPC - впис. четырехугольник

$$\angle DAP = \angle DCB = 22^\circ \text{ по в-ву впис. четырехугольника.}$$

Ответ: $\angle DCB = 22^\circ$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$xy = z^2 - 6z$$

$$yz = x^2 - 6x$$

$$xz = y^2 - 6y$$

$$xy = z(z-6)$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 12(x+y+z) + 36 \cdot 3 \neq$$

$$12(x+y+z) = (x-y)^2 + (x-z)^2 + (y-z)^2$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 6(x+y+z) = xy + yz + xz$$

$$xy + yz + xz - 6(x+y+z) \neq 0$$

$$x^2 = (x-y)^2$$

$$x^2 - (x-y)^2 = y(2x-y)$$

$$x, y, z \neq 0$$

$$x, y, z > 0$$

$$x \geq y \geq z$$

$$z^2 - 6z = z(z-6) \leq xy$$

Если $z-6 \leq 0$, то $z^2 - 6z \leq 0$, а $xy > 0$

$$x(y-6) = xy - 6x, \text{ равно, когда } x=0$$

$$2) \text{ } xy > 0$$

$$x > 0$$

$$yz < 0$$

$$xy < 0$$

$$z^2 - 6z > 0$$

$$3) \text{ } x < 0$$

$$y, z > 0$$

$$x(y+z) = y^2 + z^2 - 6y - 6z$$

$$y^2 - xy - 6y + z^2 - xz - 6z$$

$$y(x+z) = x^2 + z^2 - 6z - 6x$$

$$y = \frac{x^2 + z^2 - 2xz}{x+z} - 6$$

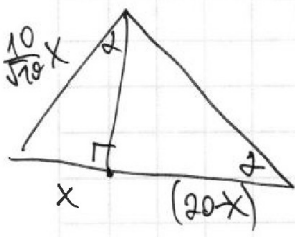
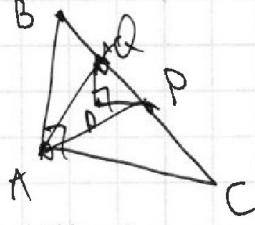
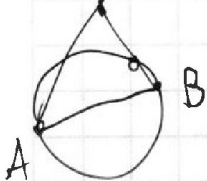
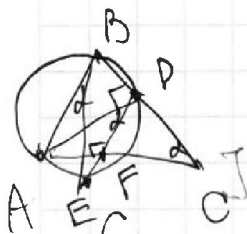
$$y+6 = x+z - \frac{2xz}{x+z}$$

$$y(x-z) = (z-x)(z+x) - 6(z-x)$$

$$-y = z+x-6$$

$$-6-y = x+z$$

$$6 = x+y+z$$



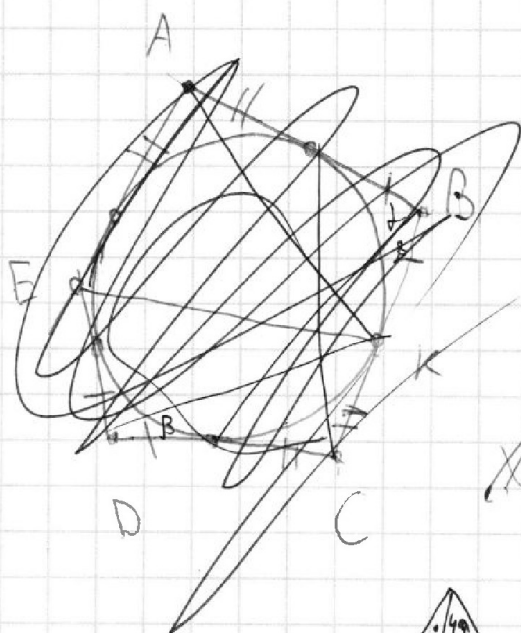


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$(x-y)^2 + (y-z)^2 + (x-z)^2 = 12(x+y+z)$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 6(x+y+z) = xy + yz + xz$$

$$xy = a \quad a = \sqrt{6 \frac{bc}{a}} + \frac{bc}{a}$$

$$yz = b$$

$$xz = c$$

$$x^2 y^2 = -6xyz + z^2 xy$$

$$y^2 z^2 = -6xyz + x^2 zy$$

$$x^2 z^2 = -6xyz + y^2 xz$$

$$xy(xy - z^2) = yz(yz - x^2)$$

$$x(xy - z^2) = z(yz - x^2)$$

$$x^2 - 6x + 9 = yz$$

$$2xy = -12z + 2z^2$$

$$2yz = -12x + 2x^2$$

$$2xz = -12y + 2y^2$$

$$2xy + 2yz + 2xz + 36 \cdot 3 = x^2 + y^2 + z^2 + (x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2$$

$$y(x+z) = x^2 + z^2 - 6x - 6z$$

$$108 = 3(x^2 + y^2 + z^2)$$

$$y(6-y) = (x+z)^2 - 2xz - 6(6-y)$$

$$36 =$$

$$36 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + xz) = x^2 + y^2 + z^2 + 2(x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 6y - 6z)$$

$$3(x^2 + y^2 + z^2) - 12(x+y+z)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

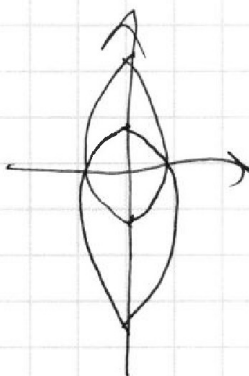
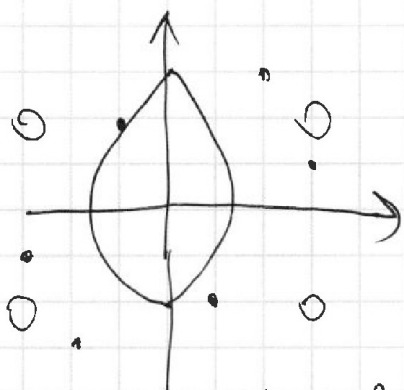
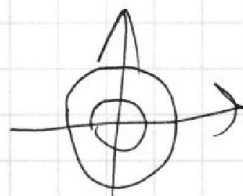
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$h = 10^{20002} - 1$$

$$h^3 = (10^X - 1)^3 = 10^{3X} - 3 \cdot 10^{2X} + 3 \cdot 10^X$$

$$\underbrace{9 \dots 9}_{3X-1} - 3 \cdot 10^{2X} = \underbrace{9 \dots 9}_{X-2} \underbrace{59 \dots 9}_{2X} + 3 \cdot 10^X$$



$$\underbrace{9 \dots 9}_{X-2} \underbrace{59 \dots 9}_{X-1}$$



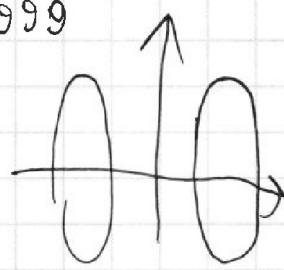
$$99999 + 3000$$

$$\begin{array}{r} 99999 \\ + 3000 \\ \hline 102999 \end{array}$$

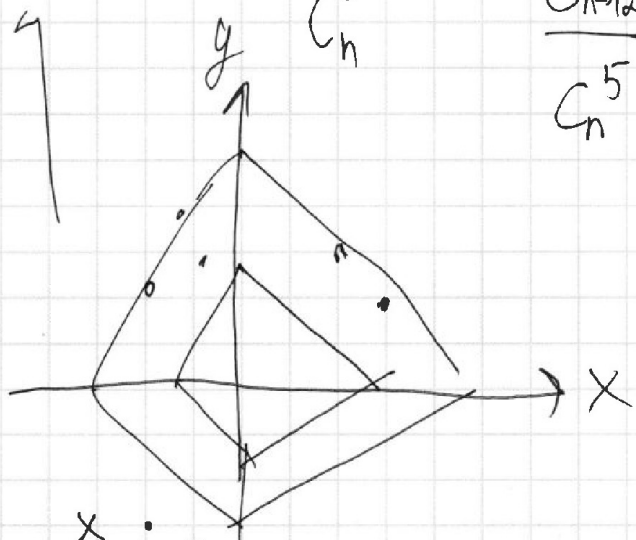
n

$$\frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}$$

$$\frac{C_{n-2}^2 \cdot C}{C_n^5}$$



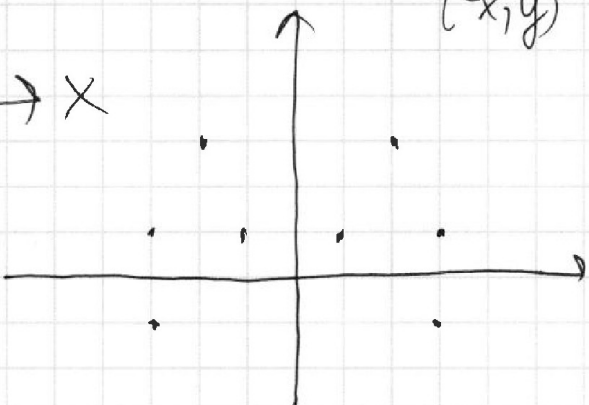
Если пересекаем нарисованную точку (x, y) , то получим $(-x, y)$



$$y - 20 \geq \frac{x}{2\sqrt{3}} \geq 0$$

$$y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} + y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \in \delta$$

$$\begin{array}{l} y - 20 \leq 4 \\ 20 \leq y \leq 24 \\ x \geq 0 \end{array}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

