



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$.
4. [4 балла] В телешре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарiku. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$ являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leq 3$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle DCB = 20^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. $y \neq 0, x \neq 0, z \neq 0$

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 & ① \\ yz = 3x + x^2 & ② \\ zx = 3y + y^2 & ③ \end{cases}$$

$$① \quad x = \frac{3z + z^2}{y} \rightarrow ③$$

3-затенение условия выражения

$$\frac{z^3 + 3z^2}{y} = 3y + y^2; \quad z^3 + 3z^2 = y^3 + 3y^2$$

$$(z - y)(z^2 + yz + y^2) + 3(z - y)(z + y) = 0$$

$$(z - y)(z^2 + yz + y^2 + 3z + 3y) = 0$$

$$\begin{cases} z = y & (I) \\ z^2 + yz + y^2 + 3z + 3y = 0 & (II) \end{cases}$$

I $z = y$

$$① \quad xy = 3y + y^2 \quad | : y \neq 0$$

$$x = 3 + y \rightarrow ②$$

$$y^2 = 9 + 3y + 9 + 6y + y^2$$

$$9y = -18$$

$$y = -2 \Rightarrow z = -2$$

$$\Rightarrow x = 1$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \\ z = -2 \end{cases}$$

Аналогично можно получить решения $(-2; 1; -2)$ и $(-2; -2; 1)$, но так как $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$ симметрично относительно x, y и z , это значение не будет меняться при подстановлении этих решений

$$x = 1; y = -2; z = -2$$

$$4^2 + 1 + 1 = 16 + 1 + 1 = 18$$

II $\begin{cases} z^2 + yz + y^2 + 3x + 3z = 0 \\ yz = 3x + x^2 & ② \end{cases}$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 3x + 3y + 3z = 0 \quad (4)$$

$$\begin{cases} z^2 + yz + y^2 + 3x + 3z = 0 \\ z^2 + 3z = x + z & ① \\ y^2 + 3y = z + x & ③ \end{cases}$$

$$x + z + 2xy + yz = 0 \quad (5)$$

$$(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + xz + yz) = x^2 + y^2 + z^2 \quad (*)$$

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z + 27 = n$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 3x + 3y + 3z = 0 \quad (4)$$

$$3x + 3y + 3z + 27 = n$$

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z + 27 &= n \\ -2x^2 - 2y^2 - 2z^2 + 6x + 6y + 6z &= 0 \quad (4) \cdot 2 \\ 27 - x^2 - y^2 - z^2 &= n \end{aligned}$$

$$27 - (x^2 + y^2 + z^2) = 3(x + y + z) + 27$$

$$(x^2 + y^2 + z^2 = (x + y + z)^2 \quad (A))$$

$$(x + y + z)^2 + 3(x + y + z) = 0$$

$$x + y + z = 0 \Rightarrow$$

$$x + y + z = -3 \Rightarrow n = 18$$

(совпадает с случаем I)

$$(x + y + z)^2 = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 0$$

$$\Rightarrow x = y = z = 0 \text{ - не год. уса.}$$

Ответ: 18.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$2. n = \overbrace{999 \dots 999}^{40000} = 10^{40000} - 1$$

$$n^3 = (10^{40000} - 1)^3 = 10^{120000} - 3 \cdot 10^{80000} + 3 \cdot 10^{40000} - 1$$

$$1) \begin{array}{r} \overbrace{1000 \dots 0}^{40000} \overbrace{0600 \dots 0}^{40000} \overbrace{0000 \dots 0}^{40000} \\ \underline{3000 \dots 0000 \dots 0} \\ 999 \dots 97000 \dots 0000 \dots 0 \\ 39999 \end{array}$$

$$2) \begin{array}{r} \overbrace{999 \dots 9}^{39999} \overbrace{97000 \dots 0}^{40000} \overbrace{0000 \dots 0}^{40000} \\ \underline{3000 \dots 0} \\ 999 \dots 97000 \dots 3000 \dots 0 \end{array}$$

$$3) \begin{array}{r} \overbrace{999 \dots 9}^{39999} \overbrace{97000 \dots 0}^{40000} \overbrace{03000 \dots 0}^{40000} \\ \underline{39999 \quad 40000 \quad 40000} \\ 999 \dots 97000 \dots 02999 \dots 9 \end{array}$$

$$39999 + 40000 = 79999$$

Ответ: 79999



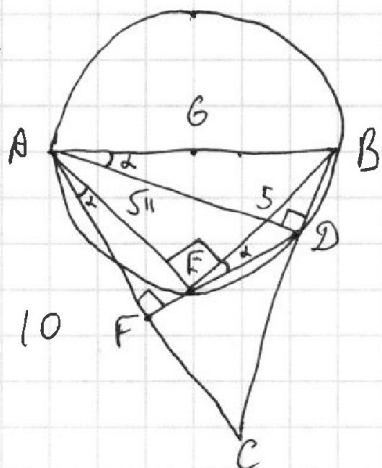
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3.



Дано: ω , $\triangle ABC$ - остроу.,
 $BC \cap \omega = D$, $F \in AC$, $DF \perp AC$,
 $DF \cap \omega = E$, $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$
 $AF = ?$

Решение:

1) AE , $\angle AEB = 90^\circ$, т.к. $\angle AEB$ - впис. и опир. на диам. $\Rightarrow \triangle AEB$ - п/у
 $AE^2 + BE^2 = AB^2$ (т. Пифагора)

$$AE = \sqrt{36 - 25} = \sqrt{11}$$

2) AD , $\angle DAB = \angle BED$ (впис. и опир. на одну дугу), $\angle DAB = \angle BED = \alpha$
 $\angle FED = 180^\circ - \angle FEA - \angle AEB - \alpha = 90^\circ - \alpha - \angle FEA \Rightarrow \alpha = \angle FAE$
 $\angle AFE + \angle FEA + \angle FAE = 180^\circ \Rightarrow 90^\circ + \angle FEA + \angle FAE = 180^\circ$

3) $\triangle AFE$ и $\triangle ABD$

$\angle AFE = \angle ADB = 90^\circ$ ($\angle ADB = 90^\circ$, т.к. впис. и опир. на диам.)

$\angle FAE = \angle DAB = \alpha$

$$\triangle AFE \sim \triangle ABD \text{ (по двум углам)} \Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AD} = \frac{EF}{BD}$$

$\angle AD = x > 0$

$$AB^2 = x^2 + BD^2 \text{ (т. Пифагора)}$$

$$BD = \sqrt{36 - x^2}$$

$$AF^2 + FE^2 = AE^2 \text{ (т. Пифагора)}$$

$$FE = \sqrt{11 - AF^2}$$

$$AF^2 + FD^2 = x^2 \text{ (т. Пифагора)}$$

$$FD^2 = x^2 - AF^2$$

$$ED^2 + (FD - AF)^2 = CD^2 \text{ (т. Пифагора)}$$

$$x^2 + x^2 - AF^2 + 100 - 20AF + AF^2 = 100 \quad | : 2$$

$$x^2 = 10AF$$

$$\frac{36AF^2}{11} = 10AF; \quad 18AF^2 = 55AF$$

$$AF = 0 \text{ - не год.}$$

$$AF = \frac{55}{18}$$

$$\frac{\sqrt{11}}{6} = \frac{AF}{x} \Rightarrow \frac{11}{36} = \frac{AF^2}{x^2} \Rightarrow x = \frac{6AF}{\sqrt{11}}$$

$$x = \frac{6AF}{\sqrt{11}}$$

$$\frac{11 - AF^2}{36 - \frac{36AF^2}{11}} = \frac{11}{36}$$

$$(396 - 36AF^2) = 396 - 36AF^2$$

Ответ: $\frac{55}{18}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5. $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$
 $4x^2 - (a^3 - a)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$

по т. Виета $x_1 + x_2 = a^2 - a$
 $x_3 + x_4 = \frac{a^3 - a^2}{4}$

$4a^2 - 4a = a^3 - a^2$
 $a^3 - 5a^2 + 4a = 0$
 $a(a^2 - 5a + 4) = 0$
 $a(a - 4)(a - 1) = 0$
 $\begin{cases} a = 0 \\ a = 1 \\ a = 4 \end{cases}$

II $a = 1$
 $x^2 = 4$ $4x^2 = 1$
 $x = \pm 2$ $x = \pm \frac{1}{2}$
 $\begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x_3 = -\frac{1}{2} \\ x_4 = \frac{1}{2} \end{cases}$
 $\begin{cases} -2 > \frac{1}{2} - \text{ложь} \\ 2 < \frac{1}{2} - \text{ложь} \end{cases} \Rightarrow a = 1 - \text{не ур.}$

Проверка:
 $\begin{cases} n_3 = 6 - 5\sqrt{37} \\ n_5 = 6 - \sqrt{37} \\ n_6 = 6 + \sqrt{37} \\ n_8 = 6 + 5\sqrt{37} \end{cases}$ $\begin{cases} n_5 - n_3 = n_1 + 4d - n_1 + 2d = 2d = 4\sqrt{37} \Rightarrow d = 2\sqrt{37} \\ n_2 = n_1 + 2d \Rightarrow n_1 = 6 - 9\sqrt{37} \end{cases}$
 $n_1, n_2, n_3, n_4, n_5, n_6, n_7, n_8$
 $6 - 9\sqrt{37}, 6 - 7\sqrt{37}, 6 - 5\sqrt{37}, 6 - 3\sqrt{37}, 6 - \sqrt{37}, 6 + \sqrt{37}, 6 + 3\sqrt{37}, 6 + 5\sqrt{37}$
 $\checkmark \quad \checkmark \quad \checkmark \quad \checkmark$

$\div n$, $x_1 = n_5, x_2 = n_6, x_3, x_4 - \text{корни ур.}$

$x_3 = n_3, x_4 = n_8, x_3, x_4 - \text{корни ур.}$

$\begin{cases} x_1 = n_1 + 4d \\ x_2 = n_1 + 5d \end{cases}$ $\begin{cases} x_3 = n_1 + 2d \\ x_4 = n_1 + 3d \end{cases}$
 $x_1 + x_2 = 2n_1 + 9d$ $x_3 + x_4 = 2n_1 + 5d$

$x_1 + x_2 \stackrel{II}{=} x_3 + x_4$

I $a = 0$

$x^2 = 5$
 $x = \pm\sqrt{5}$

$4x^2 = 4$
 $x = \pm 1$

$\begin{cases} x_1 = -\sqrt{5} \\ x_2 = \sqrt{5} \end{cases}$

$\begin{cases} x_3 = -1 \\ x_4 = 1 \end{cases}$

~~$\begin{cases} x_1 = -\sqrt{5} \\ x_2 = \sqrt{5} \end{cases}$~~
 $\begin{cases} x_1, x_2 < x_4 \\ x_1, x_2 > x_4 \end{cases}$

~~$\begin{cases} -\sqrt{5} < 1 - \text{ложь} \\ -\sqrt{5} > 1 - \text{ложь} \end{cases}$~~ $a = 0 - \text{не ур.}$

III $a = 4$

$x^2 - 12x + 1 = 0$

$D = 144 - 4 = 140$

$x = \frac{12 \pm 2\sqrt{35}}{2} = 6 \pm \sqrt{35}$

$4x^2 - (4^3 - 4^2)x + 2 \cdot 4^4 + 2 \cdot 4^2 - 4^6 - 4 = 0 \div 4$

$x^2 - 12x - 889 = 0$

$D = 144 + 3556 = 3700$

$x = \frac{12 \pm 2\sqrt{37}}{2} = 6 \pm \sqrt{37}$

$\begin{cases} x_1 = 6 - \sqrt{37} \\ x_2 = 6 + \sqrt{37} \end{cases}$

$\begin{cases} x_3 = 6 - 5\sqrt{37} \\ x_4 = 6 + 5\sqrt{37} \end{cases}$

$\begin{cases} 6 + 5\sqrt{37} > 6 - \sqrt{37} \\ 6 + 5\sqrt{37} > 6 + \sqrt{37} \end{cases} - \text{истина}$

Ответ: $a = 4$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$6. \left| x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| + \left| x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| \leq 3$$

~~$$\frac{6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3} + y}{6\sqrt{3}} + \frac{6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3} - y}{6\sqrt{3}} \leq 3$$~~

$$\text{I } x < \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}; y \geq 0$$

$$-x + \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} - x + \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 3$$

$$-2x \leq -27$$

$$x \geq \frac{27}{2}$$

$$\frac{y}{6\sqrt{3}} < \frac{15-2x}{2}$$

$$y < (15-2x)3\sqrt{3}$$

$$y < 45\sqrt{3} - 6\sqrt{3}x$$

$$\text{II } \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq x < \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}; y \geq 0$$

$$x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} - x + \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 3$$

$$\frac{y}{3\sqrt{3}} < 3; y < 9\sqrt{3}$$

$$\text{III } x \geq \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}; y \geq 0$$

$$x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} + x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 3$$

$$2x \leq 33$$

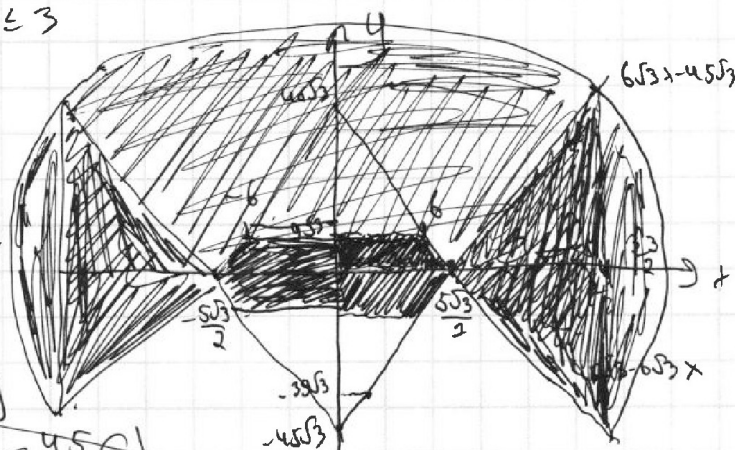
$$x \leq \frac{33}{2}$$

$$y < 6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3}$$

при $y < 0$

график отраз. относ. оси x

при повороте ка угол Π
график отраз. относ. оси y



~~$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} \left(\frac{33}{2} - \frac{5\sqrt{3}}{2} \right) \left(\frac{6\sqrt{3} \cdot 33}{2} - \frac{45\sqrt{3}}{2} \right) =$$~~
~~$$= \frac{(33-5\sqrt{3})(54\sqrt{3}-45\sqrt{3})}{2} = 1782\sqrt{3} - 660$$~~
~~$$2S_{\Delta} = 3564\sqrt{3} - 1220$$~~

$$45\sqrt{3} = 6\sqrt{3}x$$

$$x = \frac{45\sqrt{3}}{6\sqrt{3}} = \frac{15}{2}$$

$$6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3} = 45\sqrt{3} - 45\sqrt{3} = 0$$

~~$$S_{\Delta} = \frac{12+5\sqrt{3}}{2} \cdot 9\sqrt{3} = 108\sqrt{3} + 135$$~~
~~$$6\sqrt{3}x = 36$$~~
~~$$x = 6$$~~

~~$$S_{\Delta} = 2S_{\Delta} + 2S_{\Delta} = 3564\sqrt{3} - 1220 + 108\sqrt{3} + 135 = 3672\sqrt{3} - 1085$$~~

Ответ: $3672\sqrt{3} - 1085$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$R = \sqrt{\frac{33^2}{4} + 45^2 \cdot 3}, R^2 = \frac{33^2}{4} + 45^2 \cdot 3$$

$$S_{\text{полукр.}} = \frac{\pi R^2}{2} = \pi \left(\frac{33^2 + 45^2 \cdot 12}{8} \right)$$

$$S_{\Delta} = 1782\sqrt{3} - 660 \quad (\star)$$

$$S_{\square} = 108\sqrt{3} + 135 \quad (\star\star)$$

$$S_0 = \pi \left(\frac{33^2 + 45^2 \cdot 12}{8} \right) + \frac{108\sqrt{3} + 135}{2} + 1782\sqrt{3} - 660 =$$

$$= \frac{25389\pi}{8} + \frac{3672\sqrt{3} - 1085}{2}$$

$$\text{Ответ: } \frac{25389\pi}{8} + \frac{3672\sqrt{3} - 1085}{2}$$

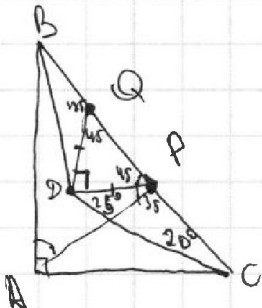


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Печать QR-кода недопустима!



$$\left| x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| + \left| x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| \leq 3$$

$$|6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3} + y| + |6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3} - y| \leq 3$$

$$|u + y| + |u - y| \leq 3$$

$$\text{I } u \leq -y$$

$$\text{II } -y \leq u \leq y$$

$$-u - y - u \leq y \Rightarrow$$

$$u + y - u \leq y \Rightarrow$$

$$-2u \leq 3$$

$$2y \leq 3$$

$$u \geq -\frac{3}{2}$$

$$y \leq \frac{3}{2}$$

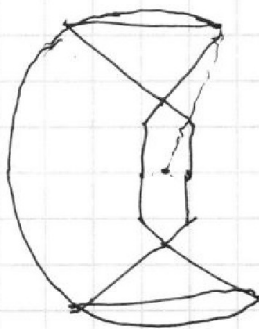
$$6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3} \geq -\frac{3}{2}$$

$$4\sqrt{3}x - 30\sqrt{3} = \phi$$

$$2x - 15 \geq 0$$

$$x \geq \frac{15}{2}$$

$$108\sqrt{3} + 135 + 3564\sqrt{3} - 1220$$



$$\begin{array}{r} 33 \\ 33 \\ 99 \\ 99 \\ 1089 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 45 \\ 45 \\ 225 \\ 180 \\ 2025 \\ 12 \\ 4050 \\ 20250 \\ 24300 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24300 \\ 1089 \\ 25389 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 - 861 \\ 9 \\ 54 \end{array}$$

$$\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} = x$$
$$x\sqrt{3} = 2$$
$$x = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\begin{array}{r} 2x - 15 \\ 2 \\ 30 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2x \\ 2 \\ 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 33 \\ 33 \end{array}$$

$$4\sqrt{3}x - 6\sqrt{3}x = 9\sqrt{3}$$

$$\begin{array}{r} 6\sqrt{3} \\ 6\sqrt{3} \\ 6 \end{array}$$

$$5\sqrt{3}$$

$$6\sqrt{3} \cdot 33 = 899\sqrt{3}$$

$$\begin{array}{r} 108\sqrt{3} + 135 \\ 13 \\ 108 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1270 \\ 136 \\ 1085 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6\sqrt{3} \\ 6\sqrt{3} \\ 2 \end{array}$$

$$108\sqrt{3}$$

$$54\sqrt{3}$$

$$\begin{array}{r} 0.000 \\ 220.0 \end{array}$$

$$6 - 9\sqrt{3}$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ 3 \\ 54 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12821 \\ 162 \\ 891 \\ 54 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4954 \\ 2821 \end{array}$$

$$33$$

$$|6 - \frac{15}{2} - \frac{2}{\sqrt{3}}| + |6 - \frac{15}{2} - \frac{2}{\sqrt{3}}| \leq 3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten solution for a geometry problem involving a sphere and a cone. The solution includes several diagrams and calculations.

Diagram 1 (Top Left): A sphere with diameter $AB = 6$. A point C is on the surface. A line segment AC is drawn. A point F is on AC . A line segment BF is drawn. A right angle is marked at F . The calculation shows $\frac{AF}{BF} = \frac{36-x^2}{5\sqrt{11}-AF^2} = \frac{6}{\sqrt{11}}$.

Diagram 2 (Top Right): A sphere with diameter $AB = 6$. A point C is on the surface. A line segment AC is drawn. A point F is on AC . A line segment BF is drawn. A right angle is marked at F . The calculation shows $\frac{AF}{BF} = \frac{36-x^2}{5\sqrt{11}-AF^2} = \frac{6}{\sqrt{11}}$.

Diagram 3 (Middle): A sphere with diameter $AB = 6$. A point C is on the surface. A line segment AC is drawn. A point F is on AC . A line segment BF is drawn. A right angle is marked at F . The calculation shows $\frac{AF}{BF} = \frac{36-x^2}{5\sqrt{11}-AF^2} = \frac{6}{\sqrt{11}}$.

Diagram 4 (Bottom Left): A sphere with diameter $AB = 6$. A point C is on the surface. A line segment AC is drawn. A point F is on AC . A line segment BF is drawn. A right angle is marked at F . The calculation shows $\frac{AF}{BF} = \frac{36-x^2}{5\sqrt{11}-AF^2} = \frac{6}{\sqrt{11}}$.

Diagram 5 (Bottom Right): A sphere with diameter $AB = 6$. A point C is on the surface. A line segment AC is drawn. A point F is on AC . A line segment BF is drawn. A right angle is marked at F . The calculation shows $\frac{AF}{BF} = \frac{36-x^2}{5\sqrt{11}-AF^2} = \frac{6}{\sqrt{11}}$.

Calculations:

- $x^2 - AF^2 + (10 - AF)^2 = 100 - x^2$
- $100 = x^2 + y^2$
- $y^2 = 100 - x^2$
- $x^2 - AF^2 + 2^2 = 100 - x^2$
- $x^2 = 11 + 36 - x^2 - 2\sqrt{11}\sqrt{36-x^2}\cos(90^\circ + \alpha)$
- $x^2 = 47 - x^2 + 2\sqrt{11}(36-x^2)$
- $2x^2 = 141 + 36\sqrt{11}$
- $x^2 = \frac{141 + 36\sqrt{11}}{2}$
- $x = \frac{\sqrt{141 + 36\sqrt{11}}}{\sqrt{2}}$