



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 \\ yz = 3x + x^2 \\ zx = 3y + y^2 \end{cases} \quad \text{Если один из чисел 0 (некоторые вообще нули $x=0$), то $yz=0$, значит хотя бы 2 числа равны 0. А для решения должно выполнят следующее:}$$

Первый

$$3z + z^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} z=0 \\ z=-3 \end{cases} \quad \text{Значит или}$$

хотя бы одно из чисел 0, то $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$ равно либо $(0+3)^2 + (0+3)^2 + (0+3)^2 = 27$, либо $(0+3)^2 + (0+3)^2 + (-3+3)^2 = 18$.

Тогда осталось рассмотреть случай, когда решение этого уравнения это четвертое число. Тогда перемножим все 3 уравнения:

$$xy \cdot yz \cdot zx = (3z + z^2)(3x + x^2)(3y + y^2)$$

$$(xyz)^3 = xyz(x+3)(y+3)(z+3), \quad \text{так как } xyz \neq 0, \text{ можно на него поделить.}$$

$$xyz = (x+3)(y+3)(z+3)$$

$$\begin{aligned} (x+3)(y+3)(z+3) - xyz &= xyz + 27 + 9(x+yz) + 3(yz+zx+xy) - \\ - xyz &= 3(9 + 3(x+yz) + xz + yz + zx) = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow 9 + 3(x+yz) + xz + yz + zx &= 0. \end{aligned}$$

Зачем xy на $3z + z^2$, yz на $3x + x^2$, zx на $3y + y^2$.

$$9 + 3(x+yz) + 3(x+yz) + xz + yz + zx = 0.$$

Добавим к обеим частям 18.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x^2 + 6x + 9) + (y^2 + 6y + 9) + (z^2 + 6z + 9) = 16$$

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 16$$

Ответ: 27; 18



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Давайте заметим, что число n , которое состоит из 40 000 девяток можно представить в виде $10^{40000} - 1$.

$$\begin{aligned} \text{Тогда } n^3 &= (10^{40000} - 1)^3 = 10^{120000} - 3 \cdot 10^{80000} + 3 \cdot 10^{40000} - 1 = \\ &= 10^{80000} (10^{40000} - 3) + 3 \cdot 10^{40000} - 1 \end{aligned}$$

Тогда $A = 10^{40000} - 3$. В этом числе будет $\underbrace{99 \dots 99}_{39999}$.

То есть в нём 39999 девяток.

Тогда $B = 3 \cdot 10^{40000} - 1$. Это число будет $\underbrace{2999 \dots 9}_{40000}$.

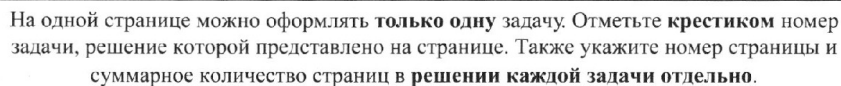
То есть в нём 40000 девяток.

Тогда число $10^{80000} \cdot A + B$ будет таким

$\underbrace{99 \dots 99}_{39999} \underbrace{00 \dots 00}_{39999} 2 \underbrace{999 \dots 9}_{40000}$

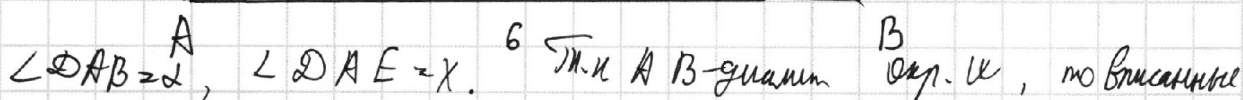
То есть в этом числе 79999 девяток

Ответ: 79999

7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\angle DBA = 180 - 90 - \angle DAB = 90 - \alpha$. Т.к. A, E, D, B лежат на

$$\Rightarrow \angle AEP = 180 - \angle AED = \angle ABD = 90 - \alpha. \quad \text{M.K. DP} \perp AC, \text{ m.o. } \angle EAP =$$
$$\rightarrow 90 - (90 - 2) = 2 \Rightarrow \triangle AEP \sim \triangle ADB \text{ ողորդյալ լիարժեք } (\angle PAE = \angle DAB, \angle AEP = \angle ADB = 90^\circ) \Rightarrow \frac{AP}{AE} = \frac{AD}{AB} \Rightarrow AP = \frac{AD \cdot AE}{AB}$$

По теореме Пифагора для ΔMAB , $AB = \sqrt{AP^2 - BP^2} = \sqrt{6^2 - 5^2} = \sqrt{11}$.

По теореме синусов для Δ -ки ADB , $\frac{AD}{\sin \angle DBA} = \frac{AB}{\sin(\alpha + \beta)} = 2R = AB$.

$$\angle ACB = 180 - \angle CAB - \angle ABC = 180 - 22 - x - 90 \cdot 2 = 90 - (2 + x). \text{ To measure}$$

analog zu ΔABC , $\frac{AC}{\sin \angle CBH} = \frac{AB}{\sin \angle ACB} \Rightarrow \frac{AC}{\sin(90^\circ)} = \frac{AB}{\sin(90^\circ)} \Rightarrow$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow \sin(90-2) = \frac{AC}{AB} \cdot \sin(90-(2+x))$$

из прямоугольного $\triangle$ -ка AGE , где $\angle EAG = (90-(2+x))$ следует, что $\sin(90-(2+x)) = \frac{AE}{AB}$

$$AD = AB \cdot \sin(90-2) = AB \cdot \frac{AC}{AB} \cdot \frac{AE}{AB} = \frac{AC \cdot AE}{AB}$$

$$AP^2 = \frac{AD \cdot AG}{AB} = \frac{\frac{AC \cdot AE}{AB} \cdot AE}{AB} = AC \cdot \left(\frac{AE}{AB}\right)^2 = 10 \cdot \left(\frac{\sqrt{11}}{6}\right)^2 = \frac{110}{36} = \frac{55}{18}$$

Ответ: $\frac{55}{18}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть у нас всего x коровок. В трёх из них есть марки. Тогда когда будем нужно обязательно брать эти 3 коровки, а остальные можно брать как угодно.

Тогда вероятность того что отношение количества сыров, когда мы будем (т.е. обязательно брать 3 коровки с

марками, ~~или~~ или. Остатки 2 или 3 коровки из $x-3$

оставшие мы можем брать сыры, значит всего благоприятных

случаев C_{x-3}^2 (если 5 коровок) и C_{x-3}^3 (если 6 коровок). Всего

случаев C_x^5 (если 5 коровок) и C_x^6 (если 6 коровок). Тогда

$$P(\text{подарок, если 5 коровок}) = \frac{C_{x-3}^2}{C_x^5}$$

$$P(\text{подарок, если 6 коровок}) = \frac{C_{x-3}^3}{C_x^6}, \text{ тогда отношение этих}$$

вероятностей это:

$$\frac{\frac{C_{x-3}^3}{C_x^6}}{\frac{C_{x-3}^2}{C_x^5}} = \frac{C_{x-3}^3 \cdot C_x^5}{C_{x-3}^2 \cdot C_x^6} = \frac{\frac{(x-3)!}{3!(x-6)!} \cdot \frac{x!}{5!(x-5)!}}{\frac{(x-3)!}{(x-5)! \cdot 2!} \cdot \frac{x!}{(x-6)! \cdot 6!}} = \frac{2! \cdot 6!}{3! \cdot 5!} = 2$$

Ответ: вероятность увеличится в 2 раза.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

a_n - n -ый член арифметической прогрессии, a_1 - первый член,
 d - разность прогрессии, $d \neq 0$. Тогда $a_3 = a_1 + 2d$, $a_6 = a_1 + 5d$

$$a_5 = a_1 + 4d, a_6 = a_1 + 5d: \Rightarrow a_5 + a_6 = 2a_1 + 9d = a_3 + a_6$$

$$x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0 \text{ имеет корни } a_5 \text{ и } a_6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{по теореме Виета: } a_5 + a_6 = -(a^2 - a) = a^2 - a$$

$$4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0 \text{ имеет корни } a_3 \text{ и } a_6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{по теореме Виета: } a_3 + a_6 = \frac{-(-(a^3 - a^2))}{4} = \frac{a^3 - a^2}{4}$$

$$\text{т.к. } a_5 + a_6 = a_3 + a_6, \text{ то } a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{4} \Rightarrow a^3 - 5a^2 + 4a = 0$$

$$a(a^2 - 5a + 4) = 0 \Rightarrow a(a - 4)(a - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = 4 \\ a = 1 \end{cases}$$

$$1) a = 0;$$

$$x^2 - 5x = x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0 \Rightarrow x^2 - 5 = 0 \Rightarrow x = \pm \sqrt{5}$$

$$4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0 \Rightarrow 4x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$

Но т.к. ~~для~~ член арифметической прогрессии ~~не может быть~~ (d > 0)

и не может быть (d < 0). Т.е. a_5 и a_6 ~~должны~~ лежать между

a_3 и a_6 , но $-\sqrt{5} < -1 < 1$, $\sqrt{5} > 1 > -1$. Значит при $a =$

$= 0$ такой прогрессии не существует.

$$2) a = 1$$

$$x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0 \Rightarrow x^2 - (1^2 - 1)x + 1 - 5 = 0 \Rightarrow x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4x^2 - (4^3 - 4^2)x + 2 \cdot 4^4 + 2 \cdot 4^2 - 4^6 - 4 = 0 \Rightarrow 4x^2 - 7 = 0 \Rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{7}}{2}$$

а₅ и а₆ не могут быть целыми числами между а₃ и а₄,
но $-2 < -\frac{\sqrt{7}}{2} < \frac{\sqrt{7}}{2} < 2$ ($\frac{19}{2} < 2 < \pi < 18 < 4 < 2 < 7 < 16$)

Значит при a=1 такой последовательности не существует.

$$3) a=4: x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0 \Rightarrow x^2 - 12x - 1 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{12 \pm \sqrt{12^2 + 4}}{2} = 6 \pm \frac{\sqrt{148}}{2} = 6 \pm \frac{2\sqrt{37}}{2} = 6 \pm \sqrt{37}$$

$$4x^2 - (a^3 - a^2) + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0 \Rightarrow 4x^2 - (4^3 - 4^2)x + 2 \cdot 4^4 + 2 \cdot 4^2 - 4^6 - 4 = 0$$

$$-4^6 - 4 = 0 \quad | :4 \quad x^2 - (4^3 - 4)x + 2 \cdot 4^3 + 2 \cdot 4 - 4^5 - 1 = 0$$

$$x^2 - 12x - 889 = 0$$

$$x = \frac{12 \pm \sqrt{12^2 + 4 \cdot 889}}{2} = 6 \pm \frac{2\sqrt{36 + 889}}{2} = 6 \pm \sqrt{925} = 6 \pm \sqrt{25 \cdot 37} =$$

$$= 6 \pm 5\sqrt{37}$$

Тогда пусть $a_1 = 6 - 5\sqrt{37}$, $a_2 = 2\sqrt{37}$. Тогда $a_3 =$
 $= 6 - 9\sqrt{37} + 2 \cdot 2\sqrt{37} = 6 - 5\sqrt{37}$, $a_4 = 6 - 9\sqrt{37} + 9 \cdot 2\sqrt{37} = 6 + 5\sqrt{37}$,
 $a_5 = 6 - 9\sqrt{37} + 4 \cdot 2\sqrt{37} = 6 - \sqrt{37}$, $a_6 = 6 - 9\sqrt{37} + 5 \cdot 2\sqrt{37} = 6 + \sqrt{37}$.

т.е. при a=4 такая последовательность существует.

Ответ: a=4.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|a| + |b| \geq |a+b|$$

$$|a| + |b| \leq 3$$

$$a+b = \frac{y}{3\sqrt{3}}$$

$$x = \frac{1}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \rightarrow x = \frac{1}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}$$

$$\frac{AP^2}{AD^2} = \frac{\sqrt{11}}{6}$$

$$AP = \frac{\sqrt{11}}{6} \cdot AD$$

$$AD \cdot AB \cdot \sin 90^\circ = AC \cdot \sin 90^\circ = AC \cdot \frac{\sqrt{11}}{6}$$

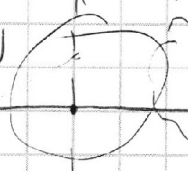
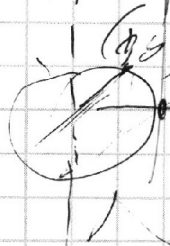
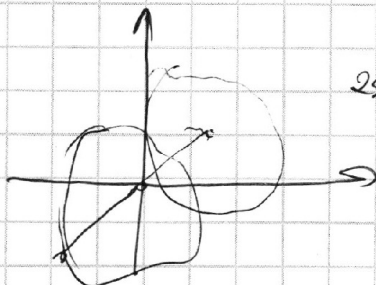
$$\frac{10 \cdot \sqrt{11}}{6} \cdot \frac{y + \sqrt{11}y^2}{14.5} = \frac{DC}{\frac{11}{2}}$$

$$DC = \frac{xy - \sqrt{11}xy^2}{2 \sin 20^\circ}$$

$$\frac{xy - \sqrt{11}xy^2}{2 \sin 20^\circ - \sin 40^\circ}$$

$$\frac{\sqrt{11}xy^2}{\sin(160^\circ - x)}$$

$$|xy| + |xy|$$



$$(x, y) \cdot (x, y) = x^2 + y^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 = z(3+z) \\ yz = 3x + x^2 = x(3+x) \\ zx = 3y + y^2 = y(3+y) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} y^2 &= (3+x)(3+z) \\ x^2 &= (3+y)(3+z) \\ z^2 &= (3+x)(3+y) \end{aligned}$$

$$(xyz)^2 = xyz(3+z)(3+x)(3+y)$$

$$xyz = (3+x)(3+y)(3+z) = 27 + (3+3x+3y+3z) + 27 =$$

$$x^2y^2z^2 + 6(xyz) + 27$$

$$= 27 + 3x + 3y + 3z + 3x^2 + 3y^2 + 3z^2 = 0$$

$$27 + 3(x+y+z) + x^2y^2z^2 + 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 = 0$$

$$27 + 3(x+y+z) + x^2y^2z^2 + 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 = 0$$

$$5 = x \frac{3(x-5)}{x}$$

$$\frac{x-5}{x}$$

$$10^{120000}$$

$$-3 \cdot 10^{80000}$$

$$-3 \cdot 10^{40000}$$

$$-3 \cdot 10^{20000}$$

$$(10^{120000} - 1) - 3(10^{80000} - 1)$$

$$\frac{C_6^3}{C_5^3}$$

$$\frac{C_6^3}{C_5^3}$$

$$\frac{C_6^3}{C_5^3}$$

$$\frac{C_6^3}{C_5^3}$$

$$\frac{C_6^3}{C_5^3}$$

$$\frac{6! \cdot (x-6)!}{5! \cdot (x-5)!}$$

$$\frac{6!}{8! \cdot 2!} \cdot \frac{2! \cdot 2!}{3!}$$

$$\frac{C_6^3}{C_5^3}$$

$$\frac{C_6^3}{C_5^3}$$

$$\frac{C_6^3}{C_5^3}$$

$$\frac{C_6^3}{C_5^3}$$

$$\frac{(x-5)! \cdot 0!}{(x-3)!} = \frac{x-5}{3}$$

$$\frac{C_{x-3}^3 \cdot C_x^5}{C_{x-3}^2 \cdot C_x^6} = \frac{x-5}{3}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten mathematical solution on grid paper, featuring geometric diagrams and algebraic calculations.

Geometric Diagrams:

- Top diagram: A triangle with vertices A, B, C. Point D is on BC, and point E is on AC. Lines AD and BE intersect at point F. Various lengths are labeled, including $12\sqrt{3}$, 12 , 11 , 10 , $2\sqrt{3}$, $6\sqrt{3}$, $6\sqrt{3}$, $2\sqrt{3}$, $3\sqrt{3}$, $4\sqrt{3}$, $5\sqrt{3}$, $6\sqrt{3}$, $7\sqrt{3}$, $8\sqrt{3}$, $9\sqrt{3}$, $10\sqrt{3}$, $11\sqrt{3}$, $12\sqrt{3}$.
- Bottom diagram: A triangle with vertices A, B, C. Point D is on BC, and point E is on AC. Lines AD and BE intersect at point F. Various lengths are labeled, including $12\sqrt{3}$, 12 , 11 , 10 , $2\sqrt{3}$, $6\sqrt{3}$, $6\sqrt{3}$, $2\sqrt{3}$, $3\sqrt{3}$, $4\sqrt{3}$, $5\sqrt{3}$, $6\sqrt{3}$, $7\sqrt{3}$, $8\sqrt{3}$, $9\sqrt{3}$, $10\sqrt{3}$, $11\sqrt{3}$, $12\sqrt{3}$.

Algebraic Calculations:

Left side:

$$AP^2 - PC^2 = AD^2 - DC^2$$
$$CD^2 - DB^2 = 64$$
$$CD^2 = 64 + DB^2$$
$$AP^2 - PC^2 = AD^2 - DB^2 \times$$
$$AP^2 - PC^2 = AD^2 - DB^2$$
$$CD^2 - DB^2 = 64$$
$$AP^2 - PC^2 = AD^2 - DB^2 - 64$$
$$AP^2 - PC^2 = AP \cdot AC - DB^2 - 64$$
$$AP(AP - AC) - PC^2 = -DB^2 - 64$$
$$DB^2 + 64 = AP \cdot PC + PC^2 = PC(AC + PC) = 10PC$$
$$a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{2\sqrt{3}}$$
$$4a^2 - 4a = a^3 - a^2$$
$$a^3 - 5a^2 + 4a = 0$$
$$a(a^2 - 5a + 4) = 0$$
$$a(a - 4)(a - 1) = 0$$
$$\frac{12 \pm 2\sqrt{3}}{2}$$

Right side:

$$8(y^2 + 1 - 12y)$$
$$8(12 - 12y)$$
$$-8 \cdot 12$$
$$AP^2 - PC^2 = AD^2 - DC^2$$
$$AP^2 - PC^2 = AP \cdot AC - DB^2 - 64$$
$$12^2 - 889 - 4$$
$$b^2 - 12x - 889 = 0$$
$$925/5$$
$$185/5$$
$$38/5$$
$$925$$
$$11$$
$$889$$
$$38$$
$$925$$
$$-2$$
$$11$$
$$3\sqrt{3} - 5^2$$
$$2\sqrt{3} \cdot 10$$
$$12\sqrt{3}$$
$$12$$
$$11$$
$$10$$
$$2\sqrt{3}$$
$$6\sqrt{3}$$
$$6\sqrt{3}$$
$$2\sqrt{3}$$
$$3\sqrt{3}$$
$$4\sqrt{3}$$
$$5\sqrt{3}$$
$$6\sqrt{3}$$
$$7\sqrt{3}$$
$$8\sqrt{3}$$
$$9\sqrt{3}$$
$$10\sqrt{3}$$
$$11\sqrt{3}$$
$$12\sqrt{3}$$