



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2, \\ yz = 4x + x^2, \\ zx = 4y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 25 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 15$, $BE = 10$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарiku. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть восемь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$ являются четвертым и пятым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$ являются вторым и седьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| + \left|y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| \leq 6$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle DBC = 35^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2 \mid :z \\ yz = 4x + x^2 \mid :x \\ zx = 4y + y^2 \mid :y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xyz = 4z^2 + z^3 \\ xyz = 4x^2 + x^3 \\ xyz = 4y^2 + y^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2 + x^3 = 4y^2 + y^3 \\ 4y^2 + y^3 = 4z^2 + z^3 \\ 4z^2 + z^3 = 4x^2 + x^3 \end{cases}$$

$$x^3 + 4x^2 = y^3 + 4y^2$$

$$x^3 + 4x^2 - y^3 - 4y^2 = 0 \quad \text{Пусть } x \neq y \neq z$$

$$(x-y)(x^2 + y^2 + xy + 4x + 4y) = 0 \mid : (x-y) \neq 0$$

$$x^2 + x(y+4) + y(y+4) = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-y-4 \pm \sqrt{(y+4)(4-3y)}}{2} \quad \text{Аналогично } z_{1,2} = \frac{-y-4 \pm \sqrt{(y+4)(4-3y)}}{2}$$

По предположению $x \neq z$. Не улавляя общности пусть

$$x = \frac{-y-4 + \sqrt{(y+4)(4-3y)}}{2}, \quad \text{а } z = \frac{-y-4 - \sqrt{(y+4)(4-3y)}}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{Тогда } (x+4)^2 + (z+4)^2 + (y+4)^2 &= \frac{1}{4} (-y+4 + \sqrt{(y+4)(4-3y)})^2 + \frac{1}{4} (-y+4 - \\ &- \sqrt{(y+4)(4-3y)})^2 + (y+4)^2 = \frac{1}{4} (y^2 - 8y + 16 - 3y^2 - 8y + 16) + y^2 + 8y + 16 = \\ &= -y^2 - 8y + 16 + y^2 + 8y + 16 = 32 \end{aligned}$$

Если есть хотя бы 2 равных среди x, y, z , не улавляя

общности пусть $x = y$. Тогда $4x + x^2 = yz \Rightarrow x + 4 = z$, т.к. $y \neq 0$.
(по 54.)

Проверим, что $xy = 4z + z^2$. $x^2 = 4(x+4)(x+4)^2$, $0 = 4x + 16 + 8x + 16 \Rightarrow x = -\frac{4}{3}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Тогда } (x+u)^2 + (y+u)^2 + (z+u)^2 = \left(-\frac{4}{3}+u\right)^2 + \left(-\frac{4}{3}+u\right)^2 + \left(-\frac{4}{3}+u+u\right)^2 \\ = \frac{64}{9} + \frac{64}{9} + \frac{400}{9} = \frac{176}{3} = 58\frac{2}{3}$$

Ответ: $32; 58\frac{2}{3}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

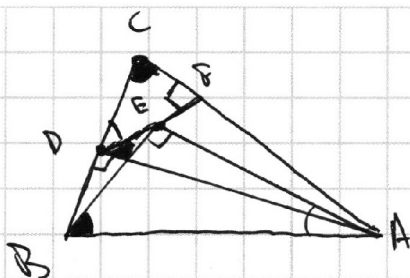
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$ABDE$ - вписанный четырехугольник.

Тогда $\angle FAB = \angle CDF$, $\angle EBA = \angle FCA$.

$\triangle ABE$: $\angle EBA = 90^\circ - \angle FAB$.

$\triangle CDF$: $\angle DCF = 90^\circ - \angle CDF = 90^\circ - \angle FAB = \angle EBA$.

Тогда $\triangle AEB \sim \triangle DFC$ по двум углам. $\Rightarrow \frac{BE}{AB} = \frac{CF}{CD}$. По усл.

$BE = 10$, $AB = 15$. Пусть $CF = x$, тогда $CD = 1,5x$. $AD \perp CB$ по усл.

м.к. $\angle BDA = 90^\circ$ как угол, опирающийся на диаметр. Тогда

$\triangle CDA$ - прямоугольный, DF - высота из прямого угла. Тогда м.к.

отношение квадратов катетов равно отношению проекций катетов на гипотенузу, но $\frac{CD^2}{DA^2} = \frac{CF}{FA} \Rightarrow AF^2 = \frac{x \cdot AD^2}{2,25x^2} = \frac{AD^2}{2,25x}$ (1)

$\triangle EBA$: $\cos \angle EBA = \frac{EB}{AB} = \frac{2}{3}$. $\sin \angle FDA = \sin \angle EBA = \sqrt{1 - \cos^2 \angle EBA} = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$. А $\sin \angle FPA = \frac{FA}{AD}$ м.к. $\triangle FPA$ -

прямоугольный. Тогда $AF = \frac{\sqrt{5}}{3} AD$ (2) (2) $\rightarrow$ (1) $\frac{\sqrt{5}}{3} AD = \frac{1}{2,25x} \cdot AD^2 \Rightarrow$

$AD = \frac{x \cdot 2,25 \cdot \sqrt{5}}{3} = \frac{x \cdot 1,5 \cdot \sqrt{5}}{2}$. Тогда $AF = \frac{\sqrt{5}}{3} AD = \frac{x \cdot 1,5 \cdot 5}{3 \cdot 2} = \frac{5x}{4}$.

По усл. $AF + CF = AC = 20$. Т.е. $\frac{5x}{4} = 20 \Rightarrow x = \frac{80}{5} = 16$

Тогда $AF = \frac{5x}{4} = \frac{100}{4} = 25$

Ответ: $AF = 25$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть всего коробок было n .
Изначально мусор вер. выпирания равна P_1 , а в конце P_2 . В начале всего иск. C_n^5 , а благоприятных C_{n-3}^2 , м.к.

мы заархивировали 3 коробки, а 2 ост. выбираем из ост.
Тогда $P_1 = \frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}$.

В конце всего иск. C_n^8 , а благоприятных C_{n-3}^5 , аналогично

как мы считали ранее. Тогда $P_2 = \frac{C_{n-3}^5}{C_n^8}$.

$$\text{Тогда } \frac{P_2}{P_1} = \frac{C_n^5 \cdot C_{n-3}^5}{C_{n-3}^2 \cdot C_n^8} = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4) \cdot (n-3)(n-4)(n-5)(n-6)(n-7)}{5! \cdot 5!} \cdot \frac{2! \cdot 8!}{(n-3)(n-4) \cdot n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)(n-7)} = \frac{2! \cdot 8!}{5! \cdot 5!}$$

$$= \frac{2 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{28}{5} = 5,6$$

(Всего иск. C_n^5 и C_n^8 , м.к. мы должны выбрать из n коробок всего 5 или 8).

~~Вывод~~ Вероятность выпадения в 5,6 раз, если коробок жомка 8, иначе мы не сможем взять 8 коробок во второй раз, что противоречит условию.

Ответ: Вероятность выпадения в 5,6 раз.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}| + |y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}| \leq 6$$

$$\text{При } y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq 0 \text{ и } y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq 0 \Rightarrow (15 - y)6\sqrt{3} \leq x \leq (y - 15)6\sqrt{3} \quad (1)$$

$$2y - 30 \leq 6$$

$$y \leq 18 \quad (15 - y)6\sqrt{3} \leq (y - 15)6\sqrt{3} \Rightarrow y \geq 15. \quad 15 \leq y \leq 18 \quad (1a)$$

$$\text{При } y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 0 \text{ и } y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 0 \Rightarrow (y - 15)6\sqrt{3} \leq x \leq (15 - y)6\sqrt{3} \quad (2)$$

$$-2y + 30 \leq 6$$

$$y \leq 15 \quad \&$$

$$y \geq 12$$

$$12 \leq y \leq 15 \quad (2a)$$

$$\text{При } y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq 0 \text{ и } y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 0 \Rightarrow y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \Rightarrow x \geq 0$$

$$\frac{x}{3\sqrt{3}} \leq 6$$

$$-\frac{x}{6\sqrt{3}} + 15 \leq y \leq \frac{x}{6\sqrt{3}} + 15 \quad (3)$$

$$x \leq 18\sqrt{3}$$

$$0 \leq x \leq 18\sqrt{3} \quad (3a)$$

$$\text{При } y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 0 \text{ и } y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq 0 \Rightarrow x \leq 0$$

$$-\frac{x}{6\sqrt{3}} + 15 \leq y \leq -\frac{x}{6\sqrt{3}} + 15 \quad (4)$$

$$-\frac{x}{3\sqrt{3}} \leq 6$$

$$x \geq -18\sqrt{3}$$

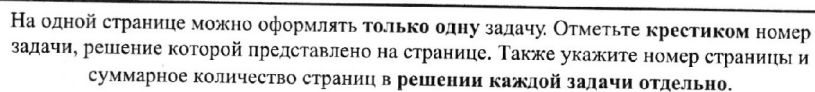
$$-18\sqrt{3} \leq x \leq 0 \quad (4a)$$

$$(1) \quad (15 - y)6\sqrt{3} \leq x \leq (y - 15)6\sqrt{3} \quad \text{при } y \in [15; 18]$$

$$(2) \quad (y - 15)6\sqrt{3} \leq x \leq (15 - y)6\sqrt{3} \quad \text{при } y \in [12; 15]$$

$$(3) \quad -\frac{x}{6\sqrt{3}} + 15 \leq y \leq \frac{x}{6\sqrt{3}} + 15 \quad \text{при } x \in [0; 18\sqrt{3}]$$

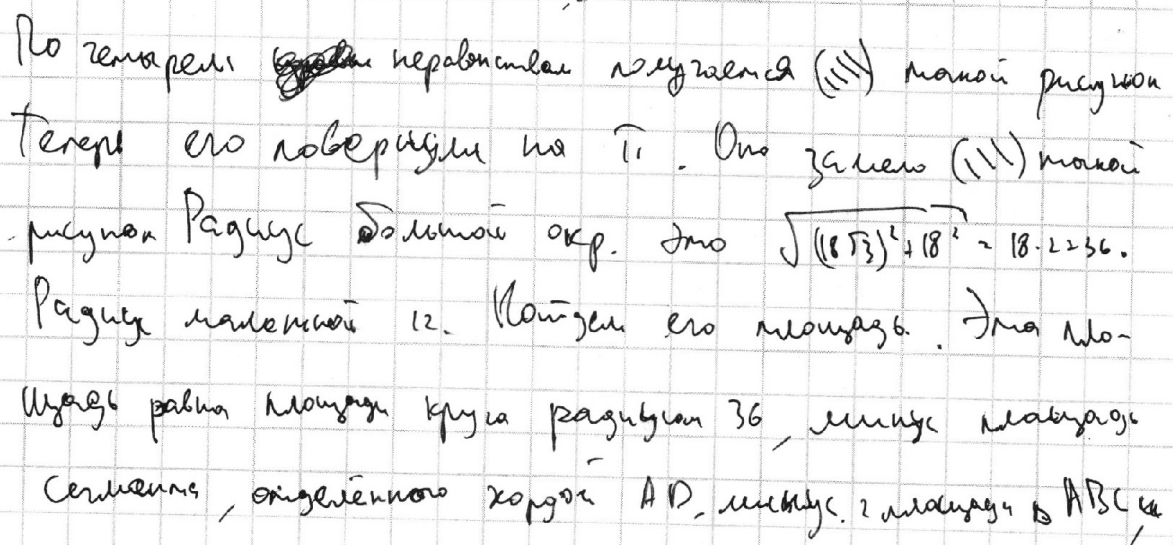
$$(4) \quad -\frac{x}{6\sqrt{3}} + 15 \leq y \leq -\frac{x}{6\sqrt{3}} + 15 \quad \text{при } x \in [-18\sqrt{3}; 0]$$



7

2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

минус площадь $\square BEFG$ и минус половина площади окр.
радиусом 12. ~~800~~ ⁵⁰⁰ $AD \parallel O(y)$, поэтому отношение площадей
сечения к половине круга это $\left(\frac{AD}{2 \cdot 36}\right)^2 = \frac{1/36}{4 \cdot 36} = \frac{1}{4}$. Поэтому
площадь сечения по AB равна $\frac{1}{4}$ от площади полуокруж.
т.е. равна $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 36^2 = 162\pi$. Площадь $\triangle ABC$ равна
высоты на основание, т.е. $\frac{1}{2} \cdot 18\sqrt{3} \cdot 6 = 54\sqrt{3}$. Площадь
 $\square BEFG = BE \cdot BF = 18\sqrt{3} \cdot 24 = 432\sqrt{3}$. Площадь полуокруж. с
радиусом 12 равно 144π . А площадь всего круга равна
 $36^2 \pi = 1296\pi$. Тогда площадь замк. линии равна:
 $1296\pi - 162\pi - 2 \cdot 54\sqrt{3} - 432\sqrt{3} - 144\pi = 990\pi - 540\sqrt{3}$
Ответ: площадь равна $990\pi - 540\sqrt{3}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

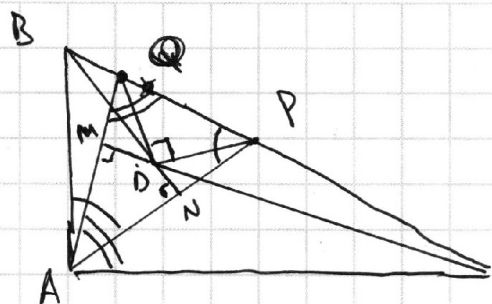
5
☐

6
☐

7
☒

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть $\angle QAP = \alpha$, тогда

$$\angle BAP + \angle QAC = 90^\circ + \alpha$$

$$\angle QPA + \angle PQA + \angle BAP + \angle QAC = 90^\circ + \alpha.$$

Тогда в $\triangle QAP$ сумма всех углов

$$\text{равна } 90^\circ + \alpha + \alpha = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 45^\circ. \text{ Т.к. } D - \text{лежит на ср.}$$

пер. к QP и $\angle QDP = 2 \cdot 45^\circ = 2 \angle QAP$, то D - центр описан-

ной окр. $\triangle QAP$. Тогда D лежит на ср. пер. к AP и к QA .

Эти ср. пер. проходят через B и C соответственно. Тогда

получается, что $BD \perp AP$ и $CD \perp AQ$. Тогда пусть пересече-

ние прямых AQ и CD - точка M , а BD и AP - точка N . Тогда

$$\angle NBP = 90^\circ - \angle BPN = 90^\circ - \angle BAP = \angle PAC. \text{ Ана-}$$

логично из $\triangle QMC$ получаем, что $\angle QCM = \angle QAB$. Тогда

$$\angle DCB = \angle BAQ = 90^\circ - \angle QAP = \angle PAC = 90^\circ - 45^\circ - \angle NBP = 45^\circ - 35^\circ = 10^\circ.$$

Ответ: $\angle DCB = 10^\circ$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

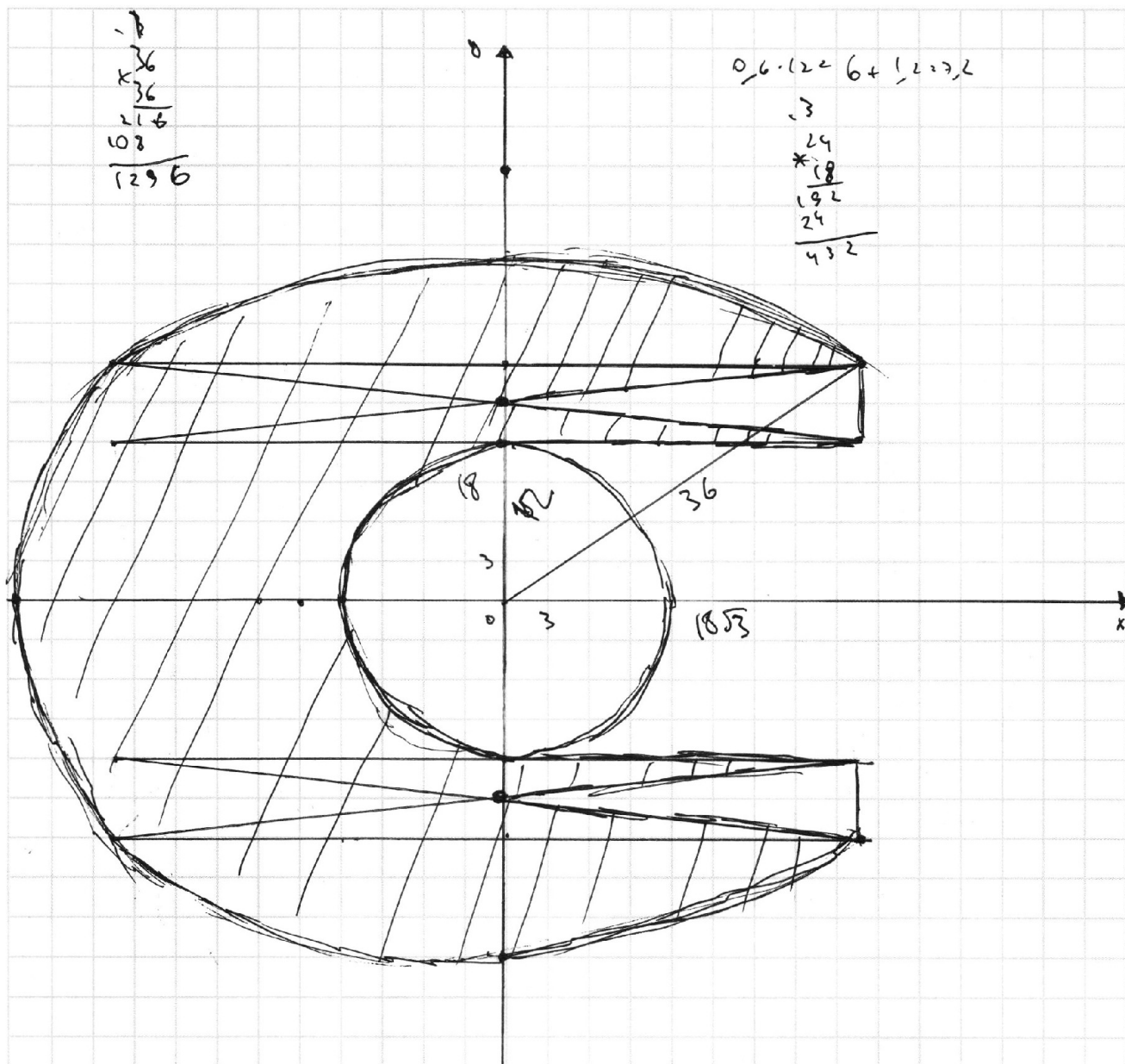
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 36 \\ \hline 108 \\ 216 \\ \hline 1296 \end{array}$$

$$0,6 \cdot 12 = 6 + 1,2 = 7,2$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 24 \\ \times 18 \\ \hline 192 \\ 24 \\ \hline 432 \end{array}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

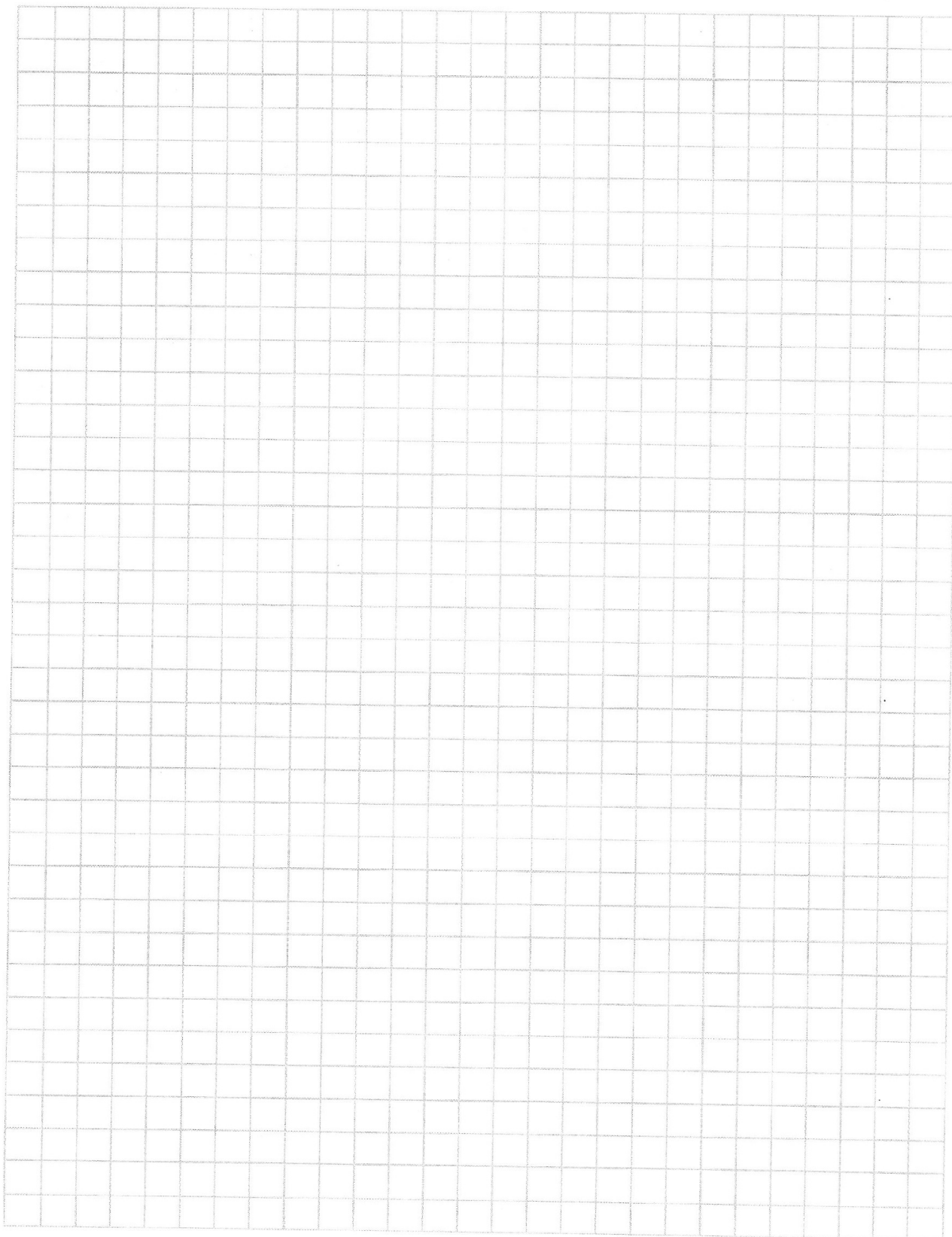
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x = \frac{-y-4 + \sqrt{(y+4)(4-3y)}}{2}$$

$$z = \frac{-y-4 - \sqrt{(y+4)(4-3y)}}{2}$$

$$\left(10^{2.955} + 10^{2.955} + \dots + 10^{2.955}\right)^2$$

$$10^0 + 3 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^3 +$$

$$4x^2 + z^2 = (y+4)^2 + (y+4)(4-3y) - 2(y+4)\sqrt{(y+4)(4-3y)} +$$

$$+ \frac{1}{8} \left(-(y+4)^3 + 3(y+4)^2 \sqrt{(y+4)(4-3y)} - 3(y+4)(4-3y) + (y+4)(4-3y)\sqrt{(y+4)(4-3y)} \right)$$

$$+ (y+4)(8-2y) - \frac{(y+4)^3}{8} + \frac{3}{8}(y+4)^2 \sqrt{(y+4)(4-3y)} - \frac{3}{8}(y+4)(4-3y) + (y+4)$$

$$+ \frac{1}{8}(y+4)(4-3y)\sqrt{(y+4)(4-3y)} - 2(y+4)\sqrt{(y+4)(4-3y)} =$$

$$= (y+4)\sqrt{(y+4)(4-3y)} \left(\frac{3}{8}(y+4) + \frac{1}{8}(4-3y) - 2 \right) + (y+4)(8-2y + \frac{3}{8}(-3y^2-8y+16))$$

$$+ \frac{1}{8}(y^2+8y+16) = (y+4) \left(\sqrt{(y+4)(4-3y)} \cdot 0 + \right.$$

$$\left. (x+4)^2 = \left(\frac{-y-4 + \sqrt{(y+4)(4-3y)}}{2} \right)^2 = \frac{1}{4} \left((y+4)^2 + (y+4)(4-3y) - 2(y+4)\sqrt{(y+4)(4-3y)} \right) \right.$$

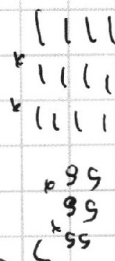
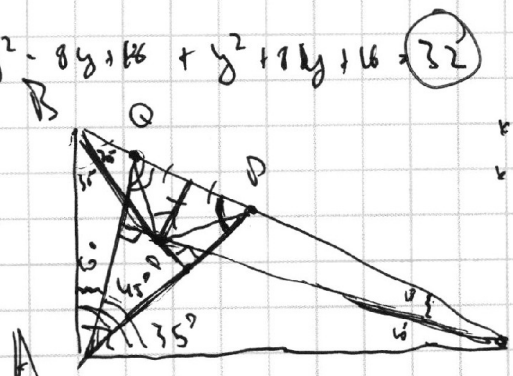
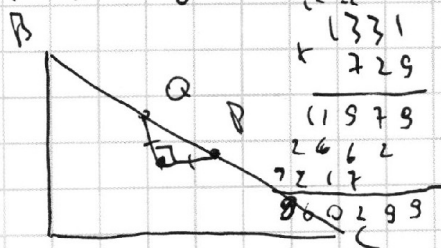
$$\left. (z+4)^2 = \frac{1}{4} \left((y+4)^2 + (y+4)(4-3y) + 2(y+4)\sqrt{(y+4)(4-3y)} \right) \right.$$

$$(x+4)^2 + (z+4)^2 = \frac{1}{2} \left((y+4)^2 + (y+4)(4-3y) \right) = \frac{1}{2} (y^2-8y+4-3y^2-8y+16) =$$

$$= -y^2-8y+16$$

25000

$$(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 = -y^2-8y+16 + y^2+8y+16 = 32$$



$$\left(10^{2.955} + 10^{2.955} + \dots + 10^{2.955}\right)^2$$

$$= 10^0 + 3 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^3 + 10^4$$

$$x+y=55.5$$

$$x+y=187$$

$$+ 10^5$$

$$\begin{array}{r} 1111 \\ \times 1111 \\ \hline 1111 \\ 1111 \\ 1111 \\ 1111 \\ \hline 1333 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☐☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|y-15+\frac{x}{6\sqrt{3}}| + |y-15-\frac{x}{6\sqrt{3}}| \leq 6$$

При $y \geq 15$ $|x| \leq (y-15) 6\sqrt{3}$

$$y \leq 18$$

При $y-15+\frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 0$ и $y-15-\frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 0$

$$30-2y \leq 6$$

$$y \geq 12$$

$$\frac{1}{6\sqrt{3}}x + 15 \leq y$$

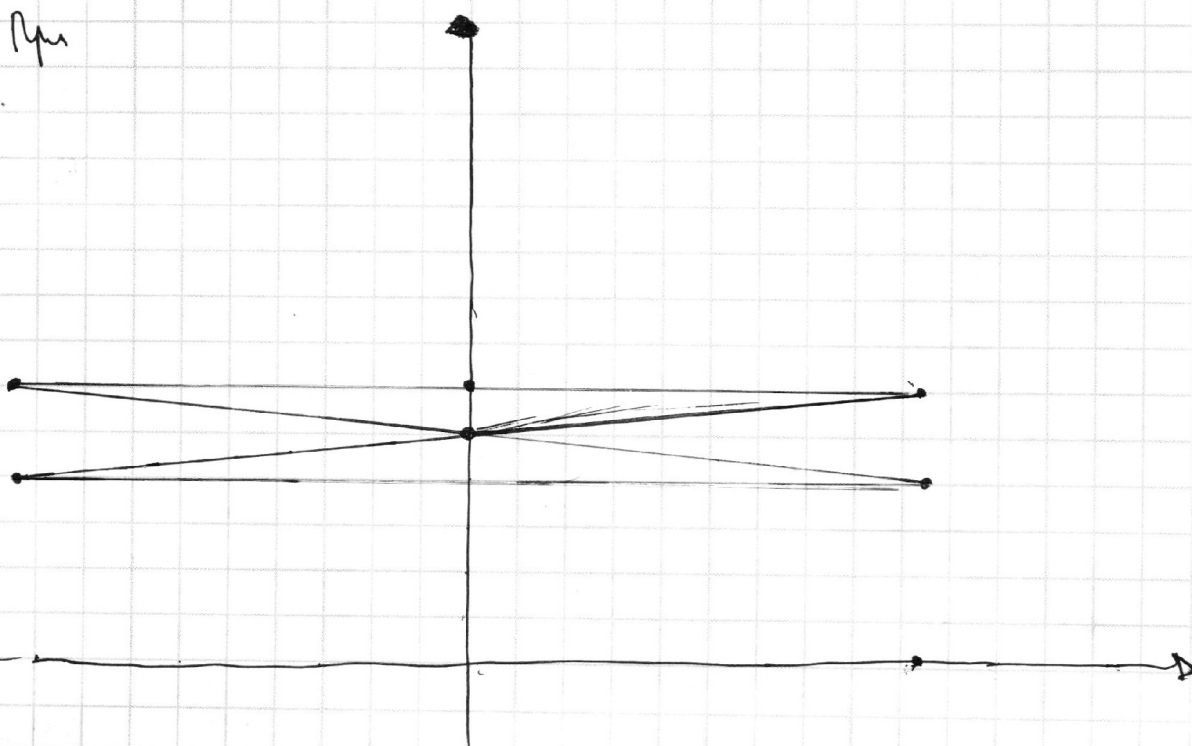
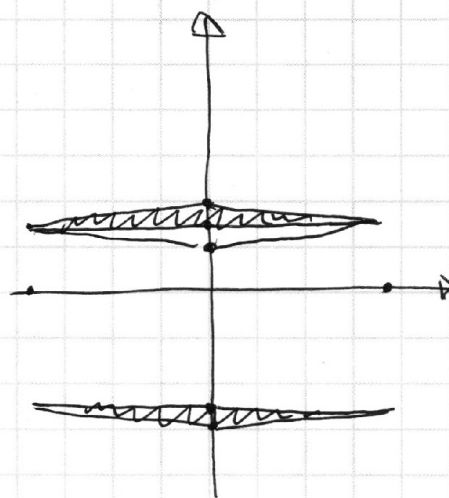
$$|x| \leq y-15 (15-y) 6\sqrt{3}$$

При $y-15+\frac{x}{6\sqrt{3}} \geq 0$ и $y-15-\frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 0$, то

$$-x \leq 18\sqrt{3}$$

$$y \geq 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \quad \text{и} \quad y \leq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}$$

При



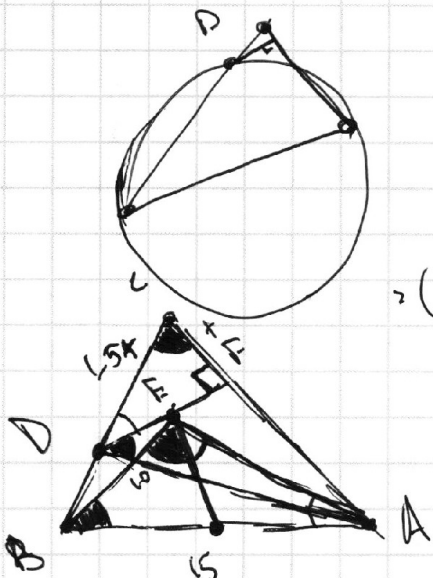
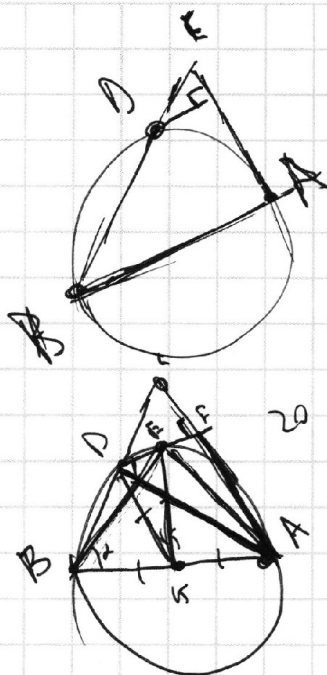


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$x_2 = \frac{-y-4 + \sqrt{(y+4)(4-3y)}}{2}$$

$$z = \frac{-y-4 - \sqrt{(y+4)(4-3y)}}{2}$$

$$4 \cdot \left(\frac{-y-4 + \sqrt{(y+4)(4-3y)}}{2} \right)^2$$

$$= (y+4)^2 + (y+4)(4-3y) - 2(y+4) \cdot \sqrt{(y+4)(4-3y)}$$

$$\sqrt{10^2 + 10^2} = 5\sqrt{13}$$

$$\left(\frac{-y-4 + \sqrt{(y+4)(4-3y)}}{2} \right)^3$$

$$\frac{BC^2}{AD^2} = \frac{CF^2}{AF}$$

$$\frac{285x^2}{x} = \frac{AD^2}{AF}$$

$$AF = \frac{AD^2}{285x}$$

$$\frac{AF}{AD} = \sin 2 = \sqrt{1 - \cos^2 2} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\frac{\sqrt{5}}{3} AD = \frac{AD^2}{285x}$$

$$AD = \frac{285\sqrt{5} \cdot x}{3} = \frac{15\sqrt{5}x}{2}$$

$$AF = \frac{\sqrt{5}}{3} AD = \frac{7.5x}{6} = \frac{5x}{4}$$

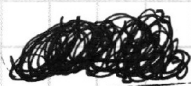
$$\frac{3x}{4} = 20 \quad \frac{3x}{4} (y+4 - 4 + 3y) = \frac{1}{4} ((y+4)^2 - (y+4)(4-3y))$$

$$5x = 80$$

$$x = \frac{80}{5} = 16$$

$$x_2 = \frac{-y-4 + \sqrt{(y+4)(4-3y)}}{2}$$

$$z = \frac{-y-4 - \sqrt{(y+4)(4-3y)}}{2}$$



$$4x^3 + x^2 + 4y^2 + y^3 = 4x^2 + 2y^3 + xyz$$

$$x^3 + 4x^2 - y^3 - 4y^2 = 0$$

$$(x-y)(x^2 + y^2 + xy) + 4(x-y)(x+y) = 0$$

$$(x-y)(x^2 + y^2 + xy + 4x + 4y) = 0$$

$$x^2 + x(y+4) + y^2 + 4y = 0$$

$$(y+4)^2 - 4y^2 - 16y = 0$$

$$(y+4)(4-3y) = 0$$

$$x_2 = \frac{-y-4 + \sqrt{(y+4)(4-3y)}}{2} = \frac{-2-4 + \sqrt{(4-4)(4-3 \cdot 2)}}{2} = \frac{80}{5}$$

