



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2, \\ yz = 4x + x^2, \\ zx = 4y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 25 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E – точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 15$, $BE = 10$.
4. [4 балла] В телегре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть восемь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$ являются четвертым и пятым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$ являются вторым и седьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| + \left|y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| \leqslant 6$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle DBC = 35^\circ$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy^2 + z^2 = 1 \cdot 2 \\ yz = 4x + k^2 \mid \text{от} x \Leftrightarrow \begin{cases} xy^2 = 4z^2 + z^3 \\ xy^2 = 4x^2 + x^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4z^2 + z^3 = 4x^2 + x^3 \\ xy^2 = 4y^2 + y^3 \end{cases} \\ z = x - 4yz + y^2 \mid \text{от } y \end{cases}$$

$$x^3 + 4x^2 = y^3 + 4y^2$$

$$x^3 + 4x^2 - y^3 - 4y^2 = 0 \quad \text{Пускай } x \neq y \neq 0$$

$$(x-y)(x^2 + y^2 + xy + 4x + 4y) = 0 \quad | : (x-y) \neq 0$$

$$x^2 + x(y+4) + y(y+4) = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-y-4 \pm \sqrt{(y+4)(4-3y)}}{2} \quad \text{Аналогично } z_{1,2} = \frac{-y-4 \pm \sqrt{(y+4)(4-3y)}}{2}$$

10) предположим $x \neq z$. ~~и~~ x и z участвуют в обобщенном пуске

$$x = \frac{-y-4 + \sqrt{(y+4)(4-3y)}}{2}, \quad z = \frac{-y-4 - \sqrt{(y+4)(4-3y)}}{2}$$

$$\text{Тогда } (x+y)^2 + (z+y)^2 + (y+4)^2 = \frac{1}{4} (-y+4 + \sqrt{(y+4)(4-3y)})^2 + \frac{1}{4} (-y+4 - \sqrt{(y+4)(4-3y)})^2$$

$$= \frac{1}{4} ((y+4)^2 + (y+4)(4-3y)) + (y+4)^2 = \frac{1}{4} ((y+4)^2 + (y+4)(4-3y)) + (y+4)^2$$

$$= \frac{1}{4} ((y+4)^2 + (y+4)(4-3y)) + 2(y+4)\sqrt{(y+4)(4-3y)} + (y+4)^2 + (y+4)(4-3y) + 2(y+4)\sqrt{(y+4)(4-3y)} + (y+4)^2 = \frac{1}{2} (y^2 - 8y + 16 - 3y^2 - 8y + 16) + y^2 + 8y + 16 =$$

$$= -y^2 - 8y + 16 + y^2 + 8y + 16 = 32$$

Если есть хотя бы 2 разных среди x, y, z, x не участвуют

обобщенном пуске $x = y$. Тогда $x^2 + x^2 = y^2 \Rightarrow x^2 = y^2$, m.k. $y \geq 0$.
($\neq 0$ gal.)

Проверим, что $x^2 = y^2 + z^2$. $x^2 = 4(x+4) + (x+4)^2$, $0 = 4x + 16 + 8x + 16 \Rightarrow x = -\frac{4}{3}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Тогда $(x+u)^2 + (y+u)^2 + (z+u)^2 = (-\frac{4}{3}+u)^2 + (-\frac{4}{3}+u)^2 + (-\frac{4}{3}+u+u)^2 =$
 $= \frac{64}{9} + \frac{64}{9} + \frac{400}{9} = \frac{176}{3} = 58 \frac{2}{3}$

Ответ: 32; $58 \frac{2}{3}$

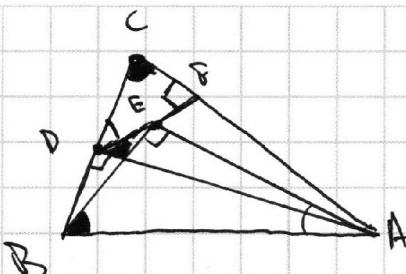


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$ABDE$ - вписаные четырехугольники.

$\Rightarrow \text{Тогда } \angle FAB = \angle CDF, \angle EBA = \angle FEA.$

$B \rightarrow ABE: \angle EBA = 90^\circ - \angle FAB.$

$B \rightarrow CDF: \angle DCF = 55^\circ, \angle CDF = 55^\circ - \angle FAB = \angle EBA.$

$\text{Тогда } \Rightarrow AEB \sim \triangle DFC \text{ по гип. улол.} \Rightarrow \frac{BE}{AB} = \frac{CF}{CD}. \text{ Но ул.}$

$BE = 10, AB = 15. \text{ Рисунок } CF = x, \text{ тогда } CD = 1,5x. AD \perp CR \text{ по}$

т.к. $\angle BDA = 55^\circ$ как угол, отрачущийся на диаметр. Тогда

в прямоугольном $\triangle CDA$ DF - биссектриса угла прямого угла. Тогда т.к.

отношение ведущих катетов равно отношению противоположных катетов на маленькую, то $\frac{CD^2}{DA^2} = \frac{CF}{FA} \Rightarrow AF = \frac{x \cdot AD^2}{2,25x^2} = \frac{AD^2}{2,25x} \quad (1)$.

$B \rightarrow FBA: \cos \angle FBA = \frac{FB}{AB} = \frac{2}{3}, \sin \angle FDA = \sin \angle FBA =$

$\Rightarrow \sqrt{1 - \cos^2 \angle FBA} = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}. \text{ А } \sin \angle FDA = \frac{FA}{AD}, \text{ т.к. } \angle FDA -$

прямой угол. Тогда $AF = \frac{\sqrt{5} \cdot AD}{3} \quad (2) \quad (2) \rightarrow (1) \quad \frac{\sqrt{5}}{3} AD = \frac{2,25x \cdot AD^2}{2,25x} \Rightarrow$

$AD = \frac{x \cdot 2,25 \cdot \sqrt{5}}{3}, \frac{x \cdot 1,5 \cdot \sqrt{5}}{2}. \text{ Тогда } AF = \frac{\sqrt{5}}{3} AD = \frac{\sqrt{5} \cdot 1,5 \cdot 5}{3 \cdot 2} = \frac{5x}{4}.$

Но ул. $AF + CF = AC = 20. \text{ Т.е. } \frac{5x}{4} + x = 20 \Rightarrow x = \frac{80}{9} = 8\frac{8}{9}$

Тогда $AF = \frac{5x}{4} = \frac{100}{9} = 11\frac{1}{9}$

Ответ: $AF = 11\frac{1}{9}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть всего коробок было n .
Изначально мыслить вер. выигрыша равно P_1 , а в конце P_2 . В начале всего исх. $\binom{5}{n}$, а благоприятных $\binom{2}{n-3}$, т.к.

мы зафиксировали 3 коробки, а 2 ост. выбрали из ост.

$$\text{Тогда } P_1 = \frac{\binom{2}{n-3}}{\binom{5}{n}}$$

В конце всего исх. $\binom{8}{n}$, а благоприятных $\binom{5}{n-3}$, аналогично как мы сделали ранее. Тогда $P_2 = \frac{\binom{5}{n-3}}{\binom{8}{n}}$

$$\text{Тогда } \frac{P_2}{P_1} = \frac{\binom{5}{n} \cdot \binom{5}{n-3}}{\binom{2}{n-3} \cdot \binom{8}{n}} = \frac{\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{5!} \cdot \frac{(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)(n-7)}{5! \cdot 5!}}{\frac{(n-3)(n-4) \cdot n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)(n-7)}{2! \cdot 8!}} = \frac{21 \cdot 8!}{5! \cdot 5!}$$

$$= \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} = \frac{28}{5} = 5,6$$

(Всего раз. $\binom{5}{n}$ и $\binom{8}{n}$, т.к. мы должны выбрать из n коробок всего 5 или 8).

~~Вероятность~~ Вероятность вопроса в 5,6 раз, если коробок стоит 8, иначе мы не можем взять 8 коробок во второй раз, что противоречит условию.

Ответ: Вероятность вопроса в 5,6 раз.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left|y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| + \left|y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| \leq 6$$

$$\text{При } y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq 0 \text{ и } y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq 0 \Rightarrow (15-y)6\sqrt{3} \leq x \leq (y-15)6\sqrt{3} \quad (1)$$

$$2y - 30 \leq 6$$

$$y \leq 18 \quad (15-y)6\sqrt{3} \leq (y-15)6\sqrt{3} \Rightarrow y \geq 15. \quad 15 \leq y \leq 18 \quad (1a)$$

$$\text{При } y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 0 \text{ и } y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 0 \Rightarrow (y-15)6\sqrt{3} \leq x \leq (15-y)6\sqrt{3} \quad (2)$$

$$2y - 30 \leq 6$$

$$y \leq 15 \quad 2$$

$$y \geq 12$$

$$12 \leq y \leq 15 \quad (2a)$$

$$\text{При } y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq 0 \text{ и } y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 0 \Rightarrow y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \Rightarrow x \geq 0$$

$$\frac{x}{3\sqrt{3}} \leq 6$$

$$-\frac{x}{6\sqrt{3}} + 15 \leq y \leq \frac{x}{6\sqrt{3}} + 15 \quad (3)$$

$$x \leq 18\sqrt{3}$$

$$0 \leq x \leq 18\sqrt{3} \quad (3a)$$

$$\text{При } y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 0 \text{ и } y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq 0 \Rightarrow x \leq 0$$

$$-\frac{x}{6\sqrt{3}} + 15 \leq y \leq \frac{x}{6\sqrt{3}} + 15 \quad (4)$$

$$-\frac{x}{3\sqrt{3}} \leq 6$$

$$x \geq -18\sqrt{3}$$

$$-18\sqrt{3} \leq x \leq 0 \quad (4a)$$

$$(1) \quad (15-y)6\sqrt{3} \leq x \leq (y-15)6\sqrt{3} \quad \text{при } y \in [15; 18]$$

$$(2) \quad (y-15)6\sqrt{3} \leq x \leq (15-y)6\sqrt{3} \quad \text{при } y \in [12; 15]$$

$$(3) \quad -\frac{x}{6\sqrt{3}} + 15 \leq y \leq \frac{x}{6\sqrt{3}} + 15 \quad \text{при } x \in [0; 18\sqrt{3}]$$

$$(4) \quad -\frac{x}{6\sqrt{3}} + 15 \leq y \leq \frac{x}{6\sqrt{3}} + 15 \quad \text{при } x \in [-18\sqrt{3}; 0]$$

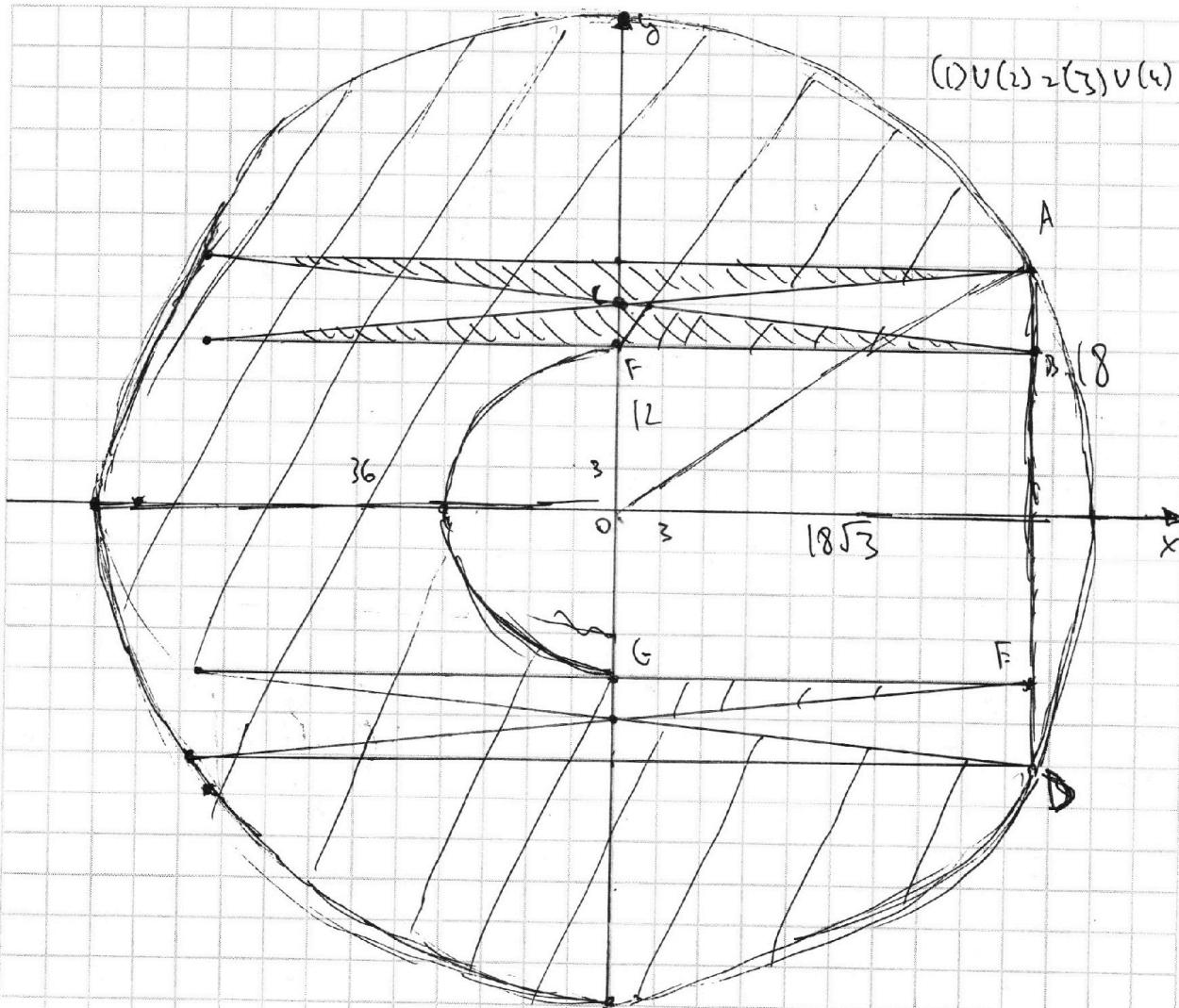


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



По гипотезе ~~если~~ неравенство логично (iii) нашей рисунок

Теперь его повернем на π . Оно заслуживает (ii) нашей рисунок. Радиус большей окр. это $\sqrt{(18\sqrt{3})^2 + 18^2} = 18 \cdot 2 = 36$.

Радиус меньшей 12. Контакт его диаметр. Это что-

штук равна площади круга радиусом 36, минус площадь

сегмента, ограниченного хордой AD, минус 2 площади $\triangle ABC$,

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Лицоуг ABCD с вершиной D вписано в окружность радиусом 12. $\angle A = \angle C$, поэтому отношение площадей

секторов к либоуглу круга это $\left(\frac{AD}{2 \cdot 36}\right)^2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{36} = \frac{1}{144}$. Поэтому площадь сектора по AB равна $\frac{1}{144} \cdot \pi \cdot 36^2 = 6\pi$.

Т.е. равна $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 36^2 = 162\pi$. Площадь с ABC равна

площади на основе радиуса, т.е. $\frac{1}{2} \cdot 18\sqrt{3} \cdot 6 = 54\sqrt{3}$. Площадь

□ BCF-GE = BF · FG = $18\sqrt{3} \cdot 24 = 432\sqrt{3}$. Площадь полукруга с

радиусом 12 равно 144π . А лицоугл всего круга равна

$36^2\pi = 1296\pi$. Тогда лицоугл закр. сектора равен:

$$1296\pi - 162\pi - 2 \cdot 54\sqrt{3} - 432\sqrt{3} - 144\pi = 990\pi - 540\sqrt{3}$$

Ответ: лицоугл равен $990\pi - 540\sqrt{3}$.

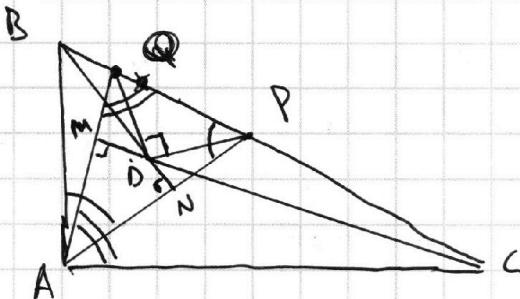


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



Рассмотрим $\angle QAP = \alpha$, тогда

$$\angle BAP + \angle QAC = 90^\circ + \alpha$$

$$\angle QPA + \angle PQA + \angle BAP + \angle QAC = 90^\circ + \alpha.$$

Тогда $\beta + \angle QAP$ сумма всех углов

$$\text{равна } 90^\circ + \alpha + \alpha = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 45^\circ. \text{ Т.к. } D - \text{ центр на окр.}$$

непр. $\angle QP$ и $\angle QDP = 2 \cdot 45^\circ = 2 \angle QAP$, но D - центр описанной окр. $\triangle QAP$. Тогда D лежит на перпендикуляре к AP и QD .

Также перпендикульры проходят через B и C соответственно. Тогда получаем, что $BD \perp AP$ и $CD \perp AQ$. Тогда нужно пересечь

линейки AQ и CD - точка M , а $BD \perp AP$ - точка N . Тогда

$\beta + \angle BNP \rightarrow \angle NBP > 90^\circ - \angle BPN = 90^\circ - \angle BAP = \angle PAC$. Ана-

логично из $\beta + \angle QMC$ получаем, что $\angle QCM = \angle QAB$. Тогда

$$\angle DCB = \angle BAQ = 90^\circ - \angle QAP - \angle PAC = 90^\circ - 45^\circ - \angle NBP = 45^\circ - 35^\circ = 10^\circ.$$

Ответ: $\angle DCB = 10^\circ$

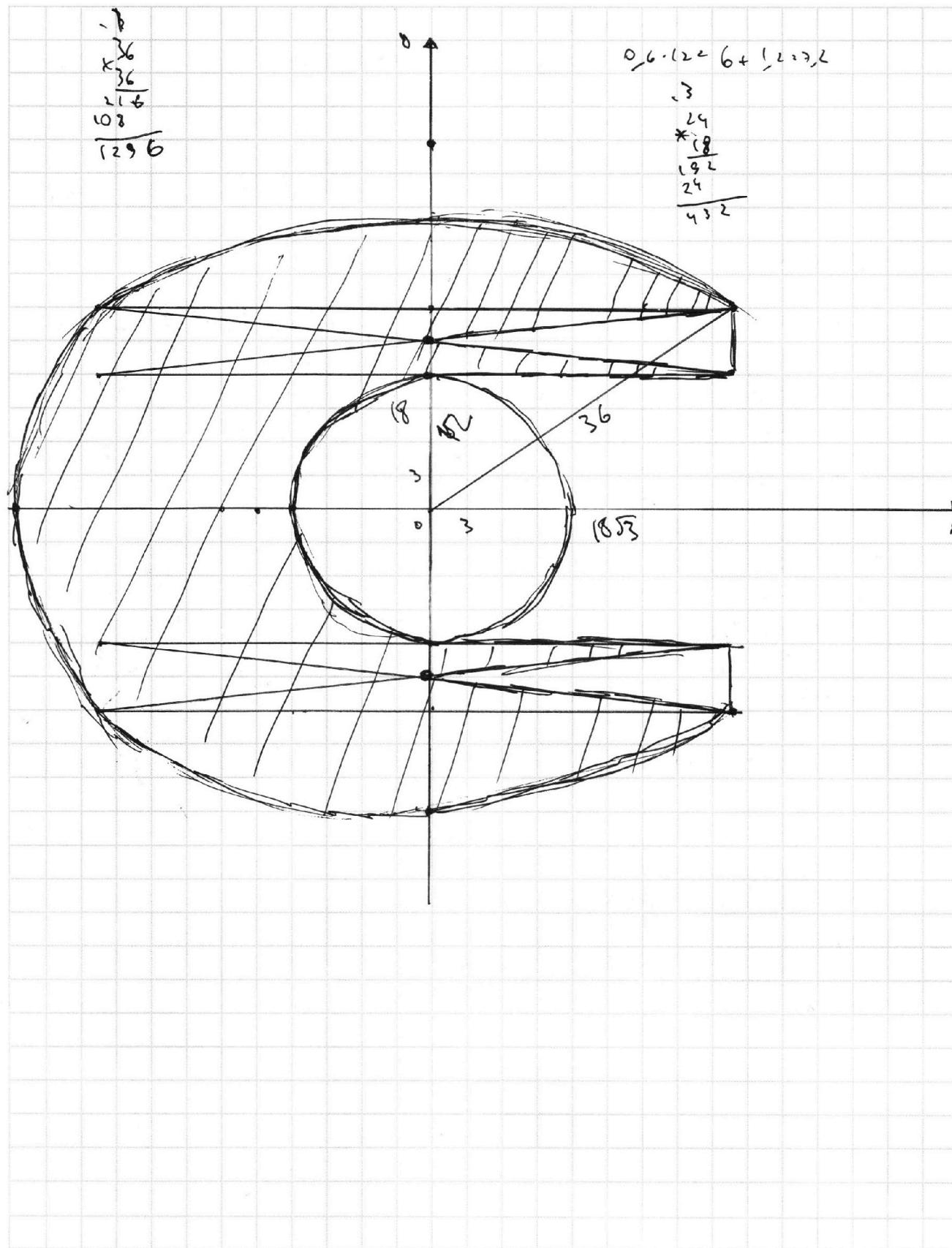


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$X = \frac{-y-u + \sqrt{(y+u)(u-3y)}}{2} \quad \left(10^{0.955} + 10^{2.957} + \dots + 10^6 \right)^2$$

$$Z = \frac{-y-u - \sqrt{(y+u)(u-3y)}}{2} \quad 10^0 + 3 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^3 +$$

$$4(x^2+z^2) = (y+u)^2 + (y+u)(u-3y) - 2(y+u)\sqrt{(y+u)(u-3y)} +$$

$$+ \frac{1}{8} \left(-(y+u)^3 + 3(y+u) \sqrt{(y+u)(u-3y)} - 3(y+u)^2(u-3y) + (y+u)(u-3y)\sqrt{(y+u)(u-3y)} \right)$$

$$= (y+u)(8-2y) - \frac{(y+u)^3}{8} + \frac{3}{8}(y+u)^2\sqrt{(y+u)(u-3y)} - \frac{3}{8}(y+u)^2(u-3y) + (y+u)(u-3y)$$

$$+ \frac{1}{8}(y+u)(u-3y)\sqrt{(y+u)(u-3y)} - 2(y+u)\sqrt{(y+u)(u-3y)},$$

$$= (y+u)\sqrt{(y+u)(u-3y)} \left(\frac{3}{8} \cdot (y+u) + \frac{1}{8} (u-3y) - 2 \right) + (y+u)(8-2y) + \frac{3}{8} \cdot (-3y^2 - 8y + 16)$$

$$+ \frac{1}{8}(y^2 + 8y + 16) = (y+u) \left(\sqrt{(y+u)(u-3y)} \cdot 0 \right) +$$

$$(x+u)^2 \left(\frac{-y+u + \sqrt{(y+u)(u-3y)}}{2} \right)^2 = \frac{1}{4} ((y+u)^2 + (y+u)(u-3y) - 2(y+u)\sqrt{(y+u)(u-3y)})$$

$$(z+u)^2 = \frac{1}{4} ((y+u)^2 + (y+u)(u-3y) + 2(y+u)\sqrt{(y+u)(u-3y)})$$

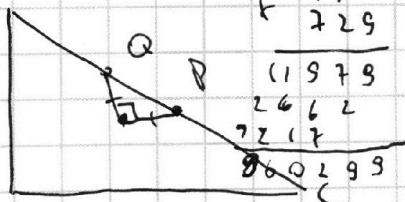
$$(x+u)^2 + (z+u)^2 = \frac{1}{2} ((y+u)^2 + (y+u)(u-3y)) = \frac{1}{2} (y^2 - 8y + u^2 - 3y^2 - 8y + 16) =$$

$$= -y^2 - 8y + 16$$

259000

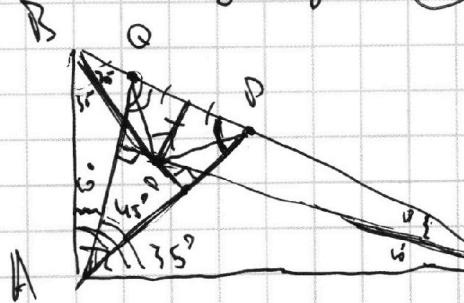
$$(x+u)^2 + (y+u)^2 + (z+u)^2 = -y^2 - 8y + 16 + y^2 + 11y + 16 = 32$$

B



$$(10^0 + 10^1 + 10^2)^2,$$

$$= (10^0 + 3 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^2 + 10^3 + 8 \cdot 10^4 + 10^5)^2$$



$$x+y=50^\circ$$

$$x+y+z=180^\circ$$

$$x=120^\circ$$

111

1111

1111

99

99

55

725.43

11

121

111

133.3



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$|y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}| + |y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}| \leq 6$$

При $y \geq 15$ и $|x| \leq (y - 15) 6\sqrt{3}$

$$y \leq 18$$

При $y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 0$ и $y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 0$

$$30 - 2y \leq 6$$

$$\frac{1}{6\sqrt{3}}(x + 15) \leq y$$

$$y \geq 12$$

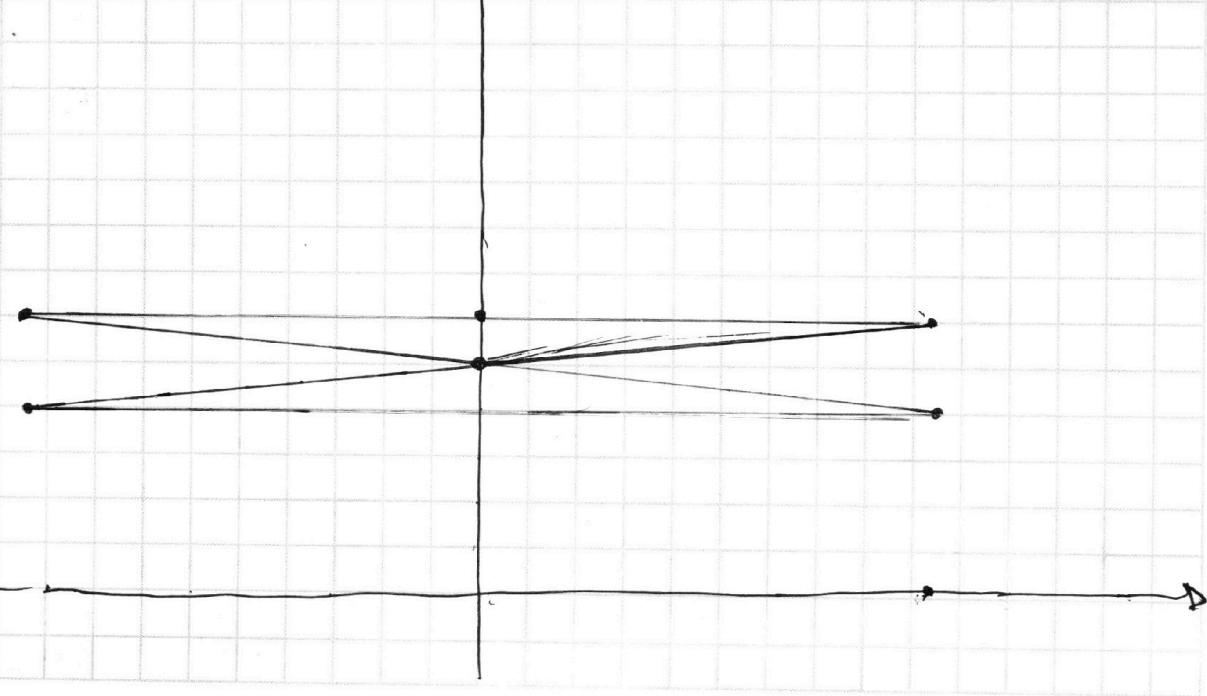
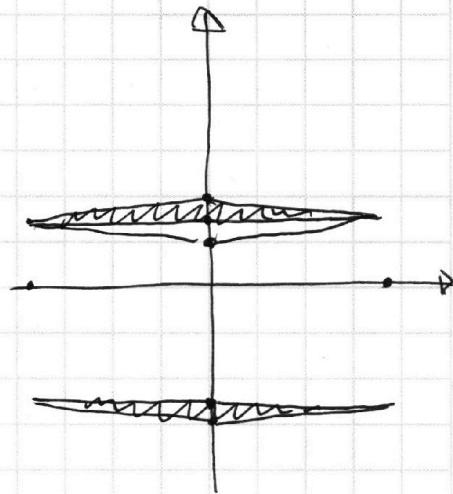
$|x| \leq y \sqrt{3}(15 - y) 6\sqrt{3}$

При $y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq 0$ и $y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 0$, но

$$|x| \leq 16\sqrt{3}$$

$$y \geq 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \quad \text{и} \quad y \leq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}$$

При



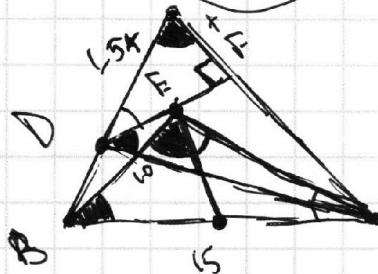
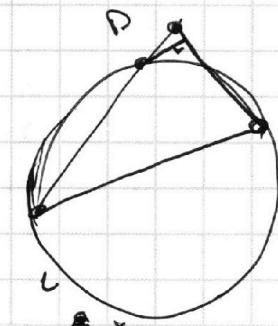
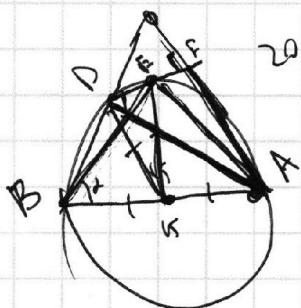
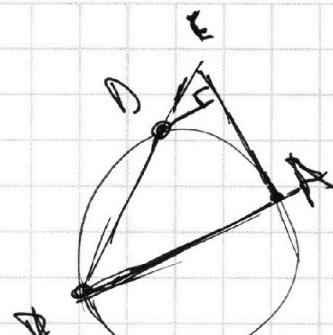
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$x_2 = \frac{-y-u + \sqrt{(y+u)(u-3y)}}{2}$$

$$z = \frac{-y-u - \sqrt{(y+u)(u-3y)}}{2}$$

$$4. \left(\frac{-y-u + \sqrt{(y+u)(u-3y)}}{2} \right)^2$$

$$\Rightarrow (y+u)^2 + (y+u)(u-3y) - z(y+u) -$$

$$\cdot \sqrt{(y+u)(u-3y)}$$

$$\sqrt{13} \cdot \sqrt{13} = 13$$

$$\left(\frac{-y-u + \sqrt{(y+u)(u-3y)}}{2} \right)^3$$

$$\frac{BC^2}{AD^2} = \frac{CF^2}{AF} \quad \frac{2,85x^2}{x} = \frac{AD^2}{AF}$$

$$AF = \frac{AD^2}{2,85x}$$

$$\frac{AF}{AD} = \sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\frac{\sqrt{5}}{3} AD = \frac{AD^2}{2,85x}$$

$$AD^2 = \frac{2,85 \cdot 5}{3} x = \frac{1,5 \sqrt{5} x}{2}$$

$$AF = \frac{\sqrt{5}}{3} AD = \frac{7,5 x}{6} = \frac{5x}{4}$$

$$\frac{5x}{4} = 20 \quad \frac{5x}{4} (y+u - u + 3y) =$$

$$\frac{1}{4} ((y+u)^2 - (y+u)(u-3y))$$

$$5x = 80$$

$$x = \frac{-y-u + \sqrt{(y+u)(u-3y)}}{2}$$

$$z = \frac{-y-u - \sqrt{(y+u)(u-3y)}}{2}$$

~~Scanned with CamScanner~~

$$\left[4b^2 + x^2 = 4y^2 + y^2 = 4x^2 + y^2 = xy \right]$$

$$x^2 + 4x^2 - y^2 - 4y^2 = 0$$

$$(x-y)(x^2 + y^2 + xy + my) = 0$$

$$(x-y)(x^2 + y^2 + xy + my) = 0$$

$$x^2 + x(y+u) + y^2 + uy = 0$$

$$(y+u)^2 - 4y^2 - 16y = 0$$

$$(y+u)(u-3y) = 0$$

$$x_2 = \frac{-y-u + \sqrt{(y+u)(u-3y)}}{2}$$

$$80$$

$$5$$

$$16$$

$$4$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2 \\ yz = 4x + x^2 \quad (2) \\ zx = 4y + y^2 \end{cases}$$

$$D_1: q^4 - 2a^3 + a^2 - \frac{8-4a^2}{3} =$$

$$= a^4 - \frac{2}{3}a^3 + a^2 - \frac{8}{3}$$

$$D_2: q^6 - 2a^5 + a^4 + 16a^6 + 64a + 32$$

$$(z+4)^2 = \frac{x^4}{z^4} (x+4)^2$$

$$(x+4)^2 + (y+4)^2 = (x+4)^2 \left(\frac{x^4}{z^4} + \frac{x^4}{y^4} + \frac{x^4}{x^4} \right) =$$

$$\geq x^4(x+4)^2 \left(\frac{x^4y^4 + x^4z^4 + y^4z^4}{x^4y^4z^4} \right) = (x+4)^2 \frac{x^4y^4 + x^4z^4 + y^4z^4}{y^4z^4}$$

$$4x^3x^3 - 4y^3 + y^3 + 4z^3 + z^3 = xyz$$

$$P(A) = \frac{\binom{n-3}{5}}{\binom{n}{5}}$$

$$P(B) = \frac{\binom{n-3}{5}}{\binom{n}{8}}$$

$$\frac{5!}{3!} \cdot \frac{3!}{2!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1} = 120$$

$$\frac{(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)(n-7)}{5!} \cdot \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{5!} =$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)(n-7)(n-8)}{8! \cdot 2}$$

$$\frac{8! \cdot 2}{2 \cdot 5! \cdot 5!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5!}{5!} \cdot \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5!}{5 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{28}{5} \approx 5,6$$

$$\frac{9 \cdot 8}{9 \cdot 8}$$

$$(9 \cdot 10^{2000} + \dots + 9 \cdot 10^0)^3 = 729 \cdot (10^{2000} + \dots + 10^0)^3$$

$$\sqrt[3]{a^4 - \frac{2}{3}a^3 + a^2 - \frac{8}{3}} = \sqrt[3]{17a^6 - 2a^5 - 2a^4 + 64a + 32}$$

$$25a^4 - \frac{50}{3}a^3 - \frac{100}{3} = 17a^6 - 2a^5 + a^4 + 64a + 32$$