



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2, \\ yz = -2x + x^2, \\ zx = -2y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 30 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 8$, $BE = 6$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарик. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть семь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$ являются четвертым и девятым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| + \left|x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| \leq 4$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle BCA = 50^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что
$$\begin{cases} xy = z(z-2) \\ yz = x(x-2) \\ zx = y(y-2) \end{cases}$$
 . Так как

Все числа по условию ненулевые, перемножим все 3 уравнения. (Заметим, что $z, x, y \neq 2$, т.к. иначе, допустим, при $z=2$, получаем $xy=0 \Rightarrow$ либо x , либо $y=0$, что противоречит условию)

$x^2 y^2 z^2 = xy z(z-2)(x-2)(y-2)$. Сократим на xyz , т.к. $xyz \neq 0$. Получаем:

$xyz = (z-2)(x-2)(y-2)$. В то же время $(z-2)(x-2)(y-2) = xyz - 2(zx + zy + xy) + 4(x+y+z) - 8 = xyz \Rightarrow -2(zx + zy + xy) + 4(x+y+z) = 8$

$2(x+y+z) - (zx + zy + xy) = 4$. Раскроем скобки: $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 4(x+y+z) + 12$.

Сложив 3 уравнения, данные нам в системе, получим $xy + yz + zx = -2(x+y+z) + x^2 + y^2 + z^2$, откуда

$x^2 + y^2 + z^2 = xy + yz + zx + 2(x+y+z)$. Подставив



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

данное значение, получаем $xy + yz + zx + 2(x + y + z) - 4(x + y + z) + 12$ — искомое выражение, значение которого нам нужно найти. Получаем $xy + yz + zx - 2(x + y + z) + 12$; $-(2(x + y + z) - (xy + yz + zx)) + 12$. Из найденного выше, мы знаем, что $2(x + y + z) - (xy + yz + zx) = 4 \Rightarrow$ Подставив, получаем что $-4 + 12 = 8$ — и есть ответ на наш вопрос

Ответ: 8



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐2
☒3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что $\underbrace{999 \dots 99}_{30001} = \underbrace{1000 \dots 00}_{30002} - 1$. Тогда

$$\begin{aligned} (\underbrace{99 \dots 99}_{30001})^3 &= (\underbrace{100 \dots 00}_{30002} - 1)^3 \quad (\text{количество всех цифр в числе}) \\ &= (10 \dots 00^3 - 3 \cdot 100 \dots 00^2 + 3 \cdot 10 \dots 00 - 1) \\ &= (1000 \dots 00^2 - 3 \cdot 100 \dots 00 + 3) \cdot 100 \dots 00 - 1 = (10 \dots 00 \cdot (10 \dots 00 - 3) + 3) \cdot 10 \dots 00 - 1 \\ &= (100 \dots 00 \cdot 999 \dots 97 + 3) \cdot 10 \dots 00 - 1. \end{aligned}$$

Заметим, что в числе $99 \dots 97$ 30000 девяток.

$$\begin{aligned} &(\underbrace{999 \dots 9700 \dots 00}_{30000} + 3) \cdot 10 \dots 00 - 1 = \\ &= \underbrace{999 \dots 9700 \dots 00}_{30000} \underbrace{30000 \dots 0}_{30001} - 1 = \underbrace{99 \dots 9700 \dots 0}_{30000} \underbrace{299 \dots 9}_{30001} \Rightarrow \end{aligned}$$

Получаем, что в числе n^3 всего $30000 + 30001 = 60001$ девяток

Ответ: 60001 девятка



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть в данной нам арифметической прогрессии первой член a_1 , ее разность $-d$. По теореме Виета для первого уравнения получаем $x_1 x_2 = a^2 - a - 7$ и $x_1 + x_2 = a^2 - 2a$. Аналогично для второго $x_3 x_4 = \frac{6-a^5}{3}$; $x_3 + x_4 = \frac{a^3 - 2a^2}{3}$ (где x_1, x_2 - корни первого уравнения, x_3 и x_4 - второго). Заметим, что $x_1 = a_1 + 5d$, $x_2 = a_1 + 6d$, $x_3 = a_1 + 3d$, $x_4 = a_1 + 8d$. Тогда $x_1 + x_2 = 2a_1 + 11d$, $x_3 + x_4 = 2a_1 + 11d \Rightarrow x_1 + x_2 = x_3 + x_4 \Rightarrow a^2 - 2a = \frac{a^3 - 2a^2}{3} \Rightarrow 3 \cdot a(a-2) = a^2(a-2)$, $a(a-2)(a-3) = 0$. Отсюда $a=0$, $a=2$ и $a=3$. Но нужно проверить, что при данных значениях a существует арифметическая прогрессия. $x_3 x_4 = (a_1 + 3d)(a_1 + 8d) = a_1^2 + 11a_1 d + 24d^2$; $x_1 x_2 = a_1^2 + 11a_1 d + 30d^2 \Rightarrow x_1 x_2 - x_3 x_4 = 6d^2 = a^2 - a - 7 - \frac{6-a^5}{3}$. При $a=0$: $6d^2 = -7 - 2 = -9 \Rightarrow d^2 = -\frac{9}{6}$, но $d^2 \geq 0 \Rightarrow a=0$ не подходит.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

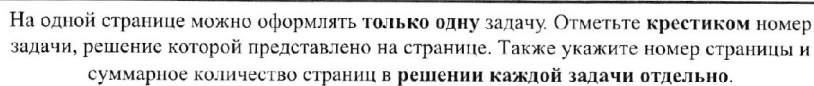
$$\text{При } a=2: 6d^2 = -9 - \frac{6 \cdot 32}{3} = -9 + \frac{26}{3} =$$

$$= -\frac{1}{3} \Rightarrow a=2 \text{ не подходит } (6d^2 > 0)$$

$$\text{При } a=3: 6d^2 = -1 - \frac{6 \cdot 243}{3} = \frac{237}{3} - 1 = \frac{234}{3} =$$

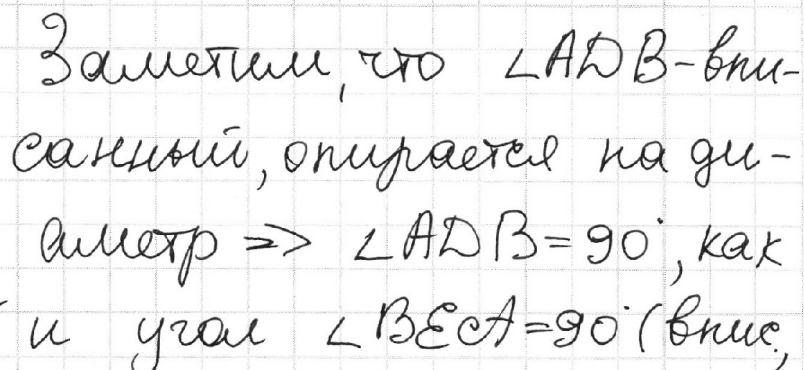
$= 78 \Rightarrow d$ - существует $\Rightarrow$ и прогрессия существует $\Rightarrow a=3$ - подходит

Ответ: $a=3$



СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



опир. на гравит. $\vec{AB}$). $\angle BDA = 90^\circ \Rightarrow \angle ADC = 180 - \angle BDA = 90$. В $\triangle ABE$ $\sin \angle BAE = \frac{BE}{AB} = \frac{3}{4}$. $ABDF$ - вписанный $\Rightarrow \angle BAE +$

$$+ \angle BDE = 180^\circ. \text{ Но же сумма } \angle BDE + \angle EDC = 180^\circ \text{ (как смежные)} \Rightarrow \angle BAE = \angle EDC. \Rightarrow$$
$$\sin \angle EDC = \frac{3}{4}. \triangle FDC - \text{прямоугольный} \Rightarrow \frac{FC}{DC} = \frac{3}{4}. \angle FCA = 90 - \angle EDC; \angle DCA = 90 -$$
$$\angle DAC \text{ (b } \triangle ADC) \Rightarrow \angle EDC = \angle DAC \Rightarrow \sin \angle EDC = \sin \angle DAC = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{DC}{AC} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{DC}{10} = \frac{3}{4}; DC = \frac{30}{4}$$
$$\Rightarrow \frac{FC}{\frac{30}{4}} = \frac{3}{4} \Rightarrow FC = \frac{90}{16} \Rightarrow AF = AC - FC = 10 - \frac{90}{16} = \frac{35}{8}$$

Ques: $\frac{35}{8}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть у нас всего x коробок. Вариантов выбрать любые 5 коробок из x будет C_x^5 . А чтобы у нас из этих 5 было 3 выигрышных, мы можем эти 3, которые можно выбрать только 1 ^{способом} раз, выбрать еще 2 коробки из оставшихся $x-3$. C_{x-3}^2 . Значит, вероятность вытащить все 3 правильно: $\frac{C_{x-3}^2}{C_x^5} =$
$$= \frac{(x-3)! \cdot (x-5)! \cdot 5!}{2! \cdot (x-5)! \cdot x!} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot (x-3)!}{x!}$$
 Аналогично

и для 7 коробок, всего способов C_x^7 , а способов выбрать 7, где 3 из них выигрышные - C_{x-3}^4 . (4, т.к. $7-3=4$) $\Rightarrow$ Вероятность этого события $\frac{C_{x-3}^4}{C_x^7} = \frac{(x-3)! \cdot 7! \cdot (x-7)!}{4! \cdot (x-7)! \cdot x!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot (x-3)!}{x!}$

Получаем, что вероятность увеличилась в $\frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot (x-3)! \cdot x!}{x! \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot (x-3)!} = \frac{7}{2} = 3,5$ раз.

Ответ: в 3,5 раза



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Найдем нули подмодульных выражений.
 $x-10 = -\frac{y}{2\sqrt{3}}$ и $x-10 = \frac{y}{2\sqrt{3}}$. Рассмотрим

4 случая. Первый:

$$1) \begin{cases} x-10 \leq -\frac{y}{2\sqrt{3}} \\ x-10 \leq \frac{y}{2\sqrt{3}} \end{cases}$$

$$\text{Отсюда } -x+10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} - x+10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \leq 4. \text{ Получаем}$$

$$-2x+20 \leq 4 \Rightarrow x \geq 8. \text{ Но из огра-}$$

нотений получаем, что $2(x-10) \leq 0 \Rightarrow x \leq 10.$

$\Rightarrow$ Нам подходит $x \in [8; 10]$ при любых y .

$$2) \begin{cases} x-10 \leq -\frac{y}{2\sqrt{3}} \\ x-10 \geq \frac{y}{2\sqrt{3}} \end{cases}$$

Получаем:

$$-x+10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} + x-10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \leq 4.$$

$$-\frac{y}{\sqrt{3}} \leq 4 \Rightarrow y \geq -4\sqrt{3}. \text{ Из оцр. получаем}$$

$$y \leq 0 \Rightarrow y \in [-4\sqrt{3}; 0].$$

$$3) \begin{cases} x-10 \geq -\frac{y}{2\sqrt{3}} \\ x-10 \leq \frac{y}{2\sqrt{3}} \end{cases}$$

Получаем:

$$x-10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} - x+10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \leq 4.$$

$$\frac{y}{\sqrt{3}} \leq 4 \Rightarrow y \leq 4\sqrt{3}. \text{ Из оцр. } y \geq 0 \Rightarrow$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$y \in [0; 4\sqrt{3}]$$

$$4) \begin{cases} x-10 \geq -\frac{y}{2\sqrt{3}} \\ x-10 \leq \frac{y}{2\sqrt{3}} \end{cases}$$

Получаем

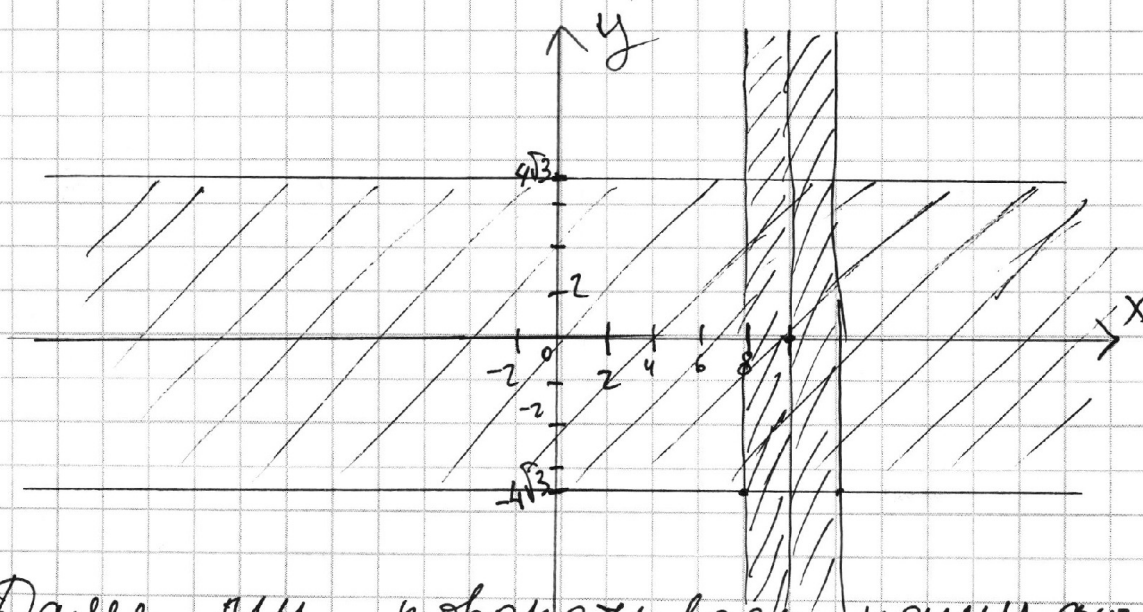
$$x-10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} + x-10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \leq 4$$

$$2x - 20 \leq 4$$

$$x \leq 12. \text{ Из ограни-}$$

$$\text{чений: } x-10 \geq 0 \Rightarrow x \geq 10 \Rightarrow x \in [10; 12].$$

Нанесем на координатной плоскости:



Далее мы поворачиваем нашу фигуру на π (180) градусов по часовой стрелке.

$\Rightarrow$ Мы получаем фигуру, симметричную данной относительно Oy . $\Rightarrow$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Получаем, что точки ~~от~~ $y \in (-\infty; -4\sqrt{3}] \cup [4\sqrt{3}; +\infty)$ подходят теперь для $x \in [-12; -8]$, а для $x \in [8; 12]$ подходят только $y \in [-4\sqrt{3}; 4\sqrt{3}]$.

Площадь фигуры равна $2 \cdot 8\sqrt{3} = 16\sqrt{3}$

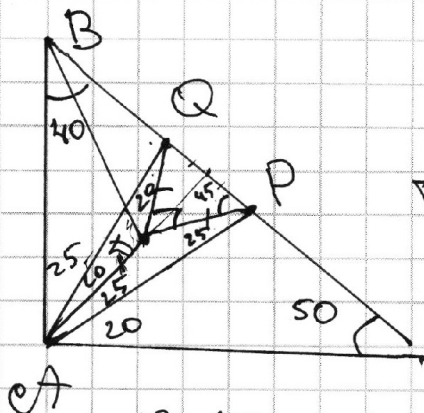
Ответ: $16\sqrt{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☒СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Заметим, что точка D
точно лежит внутри $\triangle AQP$,
т.к. $\angle AQP > 45^\circ$, $\angle APQ > 45^\circ$.
($\angle AQP = \frac{180-50}{2} = 65^\circ$; $\angle APQ =$
 $= \frac{180-40}{2} = 70^\circ$). $\Rightarrow \angle AQD = 20^\circ$, $\angle DPA = 25^\circ$.

Заметим, что $DQ = DP$, D равноудалена от точек Q и P. $\angle QAP = 90 - \angle BAQ - \angle PAC = 90 - (180 - 40 - (180 - 65)) - (180 - 50 - (180 - 70)) = 45^\circ \Rightarrow \angle QAP$ в два раза меньше $\angle QDP$, D равноудалена от D и P $\Rightarrow D$ - центр описанной окр-ти около $\triangle AQP$. $\Rightarrow AD = QD = DP$ как радиусы $\Rightarrow \triangle ADQ$ - равнобедр $\Rightarrow \angle QAD = 20^\circ$, Аналог. $\angle PAD = 25^\circ \Rightarrow$ Получаем, что AD - биссектр.
 $\triangle ABD = \triangle PBD$ ($\angle A = \angle P = 45^\circ$; $AB = BP$ по усл., $AD = DP$) $\Rightarrow \angle ABD = \angle PBD = \frac{40}{2} = 20^\circ \Rightarrow \angle DBC = 20^\circ$.

Ответ: 20

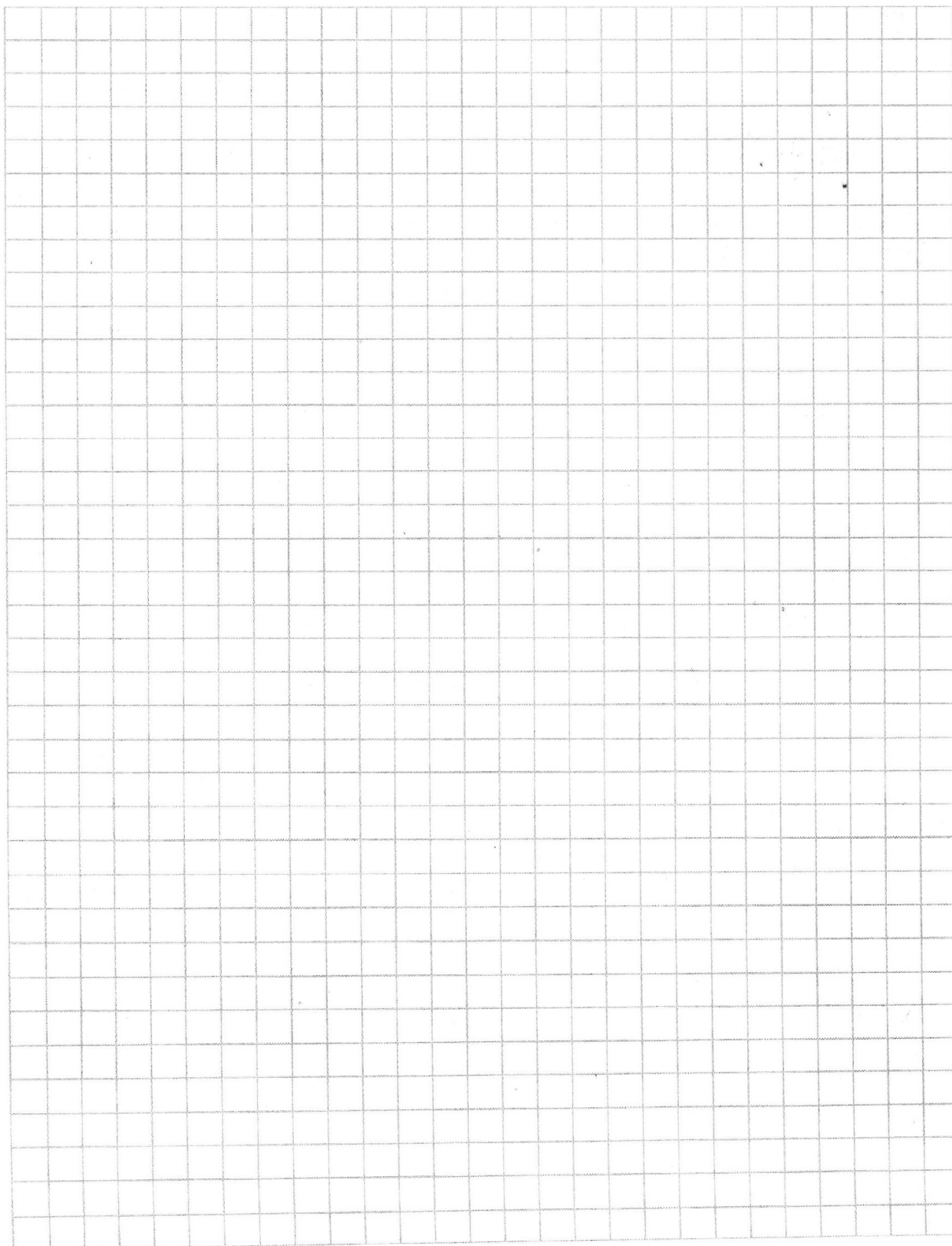


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



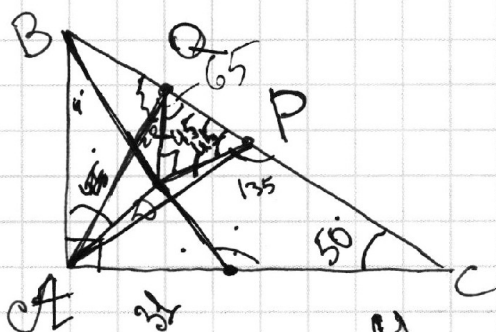


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$x-10 \leq \frac{y}{2\sqrt{3}}$$

$$x-10 \leq \frac{y}{2\sqrt{3}}$$

$$-\frac{12}{2\sqrt{3}} \quad 2x-20 \leq 0$$

$$2x \leq 10$$

$$\frac{12}{2\sqrt{3}} - \frac{12}{2\sqrt{3}} \leq x \leq 5$$

$$2) \left\{ \begin{array}{l} x-10 \leq -\frac{y}{2\sqrt{3}} \\ x-10 \geq \frac{y}{2\sqrt{3}} \end{array} \right. \quad -1$$

$$\frac{-y}{2\sqrt{3}} \leq 10-x \leq -\frac{y}{2\sqrt{3}}$$

$$x-10 \leq -\frac{y}{2\sqrt{3}}$$

$$2(x-10) \geq 0$$

$$x-10 \geq 0 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \geq \frac{y}{2\sqrt{3}}$$

$$4 \cdot 1,72 = \approx 6,8$$

$$-y \geq y$$

$$-y-y \geq 0 \quad -2y \geq 0$$

$$y \geq 0$$

$$x-10 \geq$$

$$x-10 \leq 0 - \frac{1}{2\sqrt{3}}$$

$$x-10 \geq 0$$

$$\leq 0$$

$$\frac{y}{2\sqrt{3}}$$

$$-x+10 - \frac{y}{2\sqrt{3}}$$

$$-x+10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \leq 4$$

$$-2x+20 \leq 4$$

$$-x+10 \leq 2$$

$$8 \leq x$$

$$x \geq 8$$

$$2x-20$$

$$-x+10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} + x-10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \leq 4$$

$$2(x-10) \leq 0$$

$$x-10 \leq 0 - \frac{2y}{2\sqrt{3}} \leq 4$$

$$x \leq 10$$

$$\frac{y}{\sqrt{3}} \leq 4$$

$$\sqrt{3} \approx 1,72$$

$$-\frac{y}{\sqrt{3}} \leq 4$$

$$x+10 \leq 2 \quad x \leq 12$$

$$-y \leq 4\sqrt{3}$$

$$-y \leq 4\sqrt{3}$$

$$y \geq -4\sqrt{3}$$

$$(1\sqrt{3}; 0)$$



$$y > 0$$

$$\frac{y}{2\sqrt{3}} - \frac{y}{2\sqrt{3}} \leq 4$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + y^2 + z^2 = xy + 2x + yz + 2z + zx + 2y$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 4(x + y + z) + 12 = ?$$

10
20

$$z^2 = xy + 2z$$

$$xy + 2z + xz + 2y + zy + 2x - 4x - 4y - 4z + 12 =$$

$$= xy + xz + zy - 2x - 2y - 2z + 12 = ?$$

$$(x + y + z)^2 = -2(x + y + z)$$

$$(x - 2)(y - 2) = xy - 2y - 2x + 4 =$$

$$x(y - 2)$$

$$= \frac{-1000000}{998000} = \frac{zx}{y}$$

$$(x - 2)(y - 2)$$

$$(1000 - 1)(1000 - 1) = 999 \times 999 = 998001$$

$$xy = z(z - 2)$$

$$x \cdot \frac{998001}{999} = \frac{zx^2}{y} + \frac{xy^2}{z} + \frac{z^2y}{x} - 1000000 - 2000 + 1 =$$

$$\frac{zx^2}{y} + \frac{xy^2}{z} + \frac{z^2y}{x} - 1000000 - 2000 + 1 =$$

$$x^2y^2z^2 = xy^2z^2(\dots) (xy - 2y - 2x + 4)(z - 2) = xyz - 2yz - 2xz + 4z - 2xy + 4y + 4x - 8 =$$

$$-8$$

$$= xyz - 2(xy + yz + xz) + 4(y + z + x) - 8 = xyz$$

$$2(y + z + x) - (xy + yz + xz) = 4$$

$$xy + yz + xz - 2(y + z + x) = -4$$

$$(zx - 2z - 2x + 4)(y - 2) = xyz - 2zx - 2zy + 4z - 2xy + 4x + 4y - 8$$

$$\begin{array}{r} 87 \\ 998001 \\ \times 21 \\ \hline 8982009 \\ 8982009 \\ \hline 8982009 \\ 8982009 \\ \hline 002999 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐

СТРАНИЦА

— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x-y-z)(x-y-z)^2 = x^2 - xy - xz - xy + y^2 - yz - zx - zy + z^2 =$$

$$= x^2 + y^2 + z^2 - 2(yz + zx + xy)$$

$$xy + yz + zx = -2(x + z + y) + z^2 + x^2 + y^2$$

$$2(x + z + y) = (x - y - z)^2 + (yz + zx + xy)$$

$$xy + yz + zx = -2(x + y + z) + (x + y + z)^2 - 2(xy + yz + zx)$$

$$3(xy + yz + zx) = (x + y + z)(x + y + z - 2)$$

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 - 4y + 4 + z^2 - 4z + 4 =$$

$$= x^2 + y^2 + z^2 - 4(x + y + z) + 12 = ?$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 4(x + y + z) = xy + yz + zx - 2(x + y + z)$$

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 - 12 = x(y-2) + y(z-2) + z(x-2)$$

$$(x-2)(x-2-z) + (y-2)(y-2-x) + (z-2)(z-2-y) = 12$$

$$xz = y(y-2)$$

$$\frac{z}{y} = \frac{y(y-2)}{z(z-2)}$$

$$xy = z(z-2)$$

$$z(z-2) = y^2(y-2)$$

$$(xz)^2 = y^2(y-2)^2$$

$$(y-2)^2 = \left(\frac{xz}{y}\right)^2$$

$$\left(\frac{xz}{y}\right)^2 + \left(\frac{y}{x}\right)^2 + \left(\frac{y}{z}\right)^2 = \frac{x^3z^3 + y^3z^3 + y^3x^3}{(xyz)^2}$$

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 - 4y + 4$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a^2 + 11b^2 = a^2 - a - 7 - 3(6 - 5a^5)$
 $4+5+5 \quad 3a^2 - 6a = a^3 - 2a^2 \quad (100 \dots 00)(1000 \dots 0(100-3)+3)$
 $10+15+6 = a^2(a-2) = 3a(a-2)$
 $= (31)$
 $14+2+(16)$
 $(a-2) \cdot a(a-3) = 0$
 $a=2 \quad a=0 \quad a=3$

$1) 840 \quad 6d^2 = -7 - 18$
 $5 \quad 3 \quad 4$
 $3 \quad 2 \quad 3$
 $2) a=2 \quad 6d^2 = -6 - 3(6 - 5 \cdot 32)$
 237
 $6d^2 = -5 - 18 + 35 \cdot 32$
 $6d^2 = 780 - 18$
 $6d^2 = 767$

$3) a=3$
 $a+b \geq 0 \quad a-b \geq 0$
 $a \geq -b \quad a \geq b$
 $a < -b \quad a < b$

$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
 $(a-b)(a^2 - 2ab + b^2) = (100 \dots 00 - 1)^3$
 $a^3 - 2a^2b + ab^2 - b^3 = (1000 \dots 00)^3 - 3 \cdot (100 \dots 00)^2 + 3 \cdot (1000 \dots 00) - 1$
 $= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = (100 \dots 00)(100 \dots 00^2 - 3 \cdot 10 \dots 00 + 3)$

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!**