



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x + 3)^2 + (y + 3)^2 + (z + 3)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шару. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$ являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leq 3$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle DCB = 20^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1.

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 \\ xz = 3y + y^2 \\ yz = 3x + x^2 \end{cases}$$

Заметим, что если поднесем $(x; y; z)$, то поднесем и любая перестановка этой тройки чисел.

Если среди x, y, z все числа равны, то $\begin{cases} x^2 = 3x + x^2 \\ x^2 = 3x + x^2 \\ x^2 = 3x + x^2 \end{cases} \Rightarrow 3x = 0 \Rightarrow x = 0$, противоречие (условие).

Если среди x, y, z два числа совп., оставшееся не равно им.

Пусть $x = y$ Ф.О.О.: $\begin{cases} x^2 = z^2 + 3z \\ xz = x^2 + 3x \\ xz = x^2 + 3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = z^2 + 3z \\ xz = x^2 + 3x \end{cases} \Rightarrow xz = z^2 + 3z + 3x \Rightarrow$

$\Rightarrow x(z-3) = z^2 + 3z$. При $z=3$: $x \cdot 0 = 18$ - такого действ. не может.

При $z \neq 3$: $x = \frac{z^2 + 3z}{z-3} \Rightarrow \frac{(z^2 + 3z)^2}{(z-3)^2} = \frac{(z^2 + 3z)(z-3)^2}{(z-3)^2} \Leftrightarrow \frac{(z^2 + 3z)(z^2 + 3z - z^2 - 6z - 9)}{(z-3)^2}$

$= 0 \Leftrightarrow \frac{z(z+3)(4z-9)}{(z-3)^2} = 0 \Leftrightarrow \frac{(z+3) \cdot z \cdot (z-1)}{(z-3)^2} = 0 \Rightarrow \begin{cases} z=3, x=y=0 - \text{не подходит} \\ z=0 - \text{не подходит} \\ z=1, x=y = \frac{4}{-2} = -2 \end{cases}$

$(-2; -2; 1)$ ~~и все перестановки~~ ~~подп.~~

Проверка: $\begin{cases} a=1+3 \\ -2 = -6+4 \\ -2 = -6+1 \end{cases}$ - подп. $\Leftrightarrow (x+y)^2 + (y+z)^2 + (z+x)^2 = 1^2 + 1^2 + 4^2 = 18$.

Заметим, что при перестановке чисел в тройке знак.

$(x+y)^2 + (y+z)^2 + (z+x)^2$ - все изл. не меняет.

Если среди x, y, z нет совп. чисел:

Возьмем наибольшее из чис Ф.О.О. Пусть это x , тогда

$x^2 + 3x = \frac{x \cdot x}{y} > 4z \Rightarrow x^2 + 3x > 4z \Rightarrow$ при различных x, y и z не может.

Ответ: 18.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2.

$$n = \underbrace{999\dots 99}_{40000} = 10^{40000} - 1$$

Обозначим k зад 40000 , тогда $n = 10^k - 1$, $n^3 = (10^k - 1)^3 = 10^{3k} - 3 \cdot 10^{2k} + 3 \cdot 10^k - 1$

$$10^{3k} = \underbrace{1000\dots 00}_{3k}, \quad 3 \cdot 10^{2k} = \underbrace{3000\dots 00}_{2k}, \quad 10^{3k} - 3 \cdot 10^{2k} = \underbrace{999\dots 97000\dots 0}_{k-1 \quad 2k}$$

$$3 \cdot 10^k = \underbrace{3000\dots 00}_k, \quad 3 \cdot 10^k - 1 = \underbrace{29999\dots 99}_{k}$$

Тогда получим $10^{3k} - 3 \cdot 10^{2k} + 3 \cdot 10^k - 1$ т.е. $k-1$ и $2k$, то

последние $k+1$ нулей (таким образом $3 \cdot 10^k - 1$, $10^{3k} - 3 \cdot 10^{2k} + 3 \cdot 10^k - 1 =$

$$= \underbrace{999\dots 997000\dots 00}_{k-1} \underbrace{2999\dots 99}_{k} \quad \text{Всего девяток} - k-1 + k = 2k-1 = 79999$$

Ответ: 79999



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

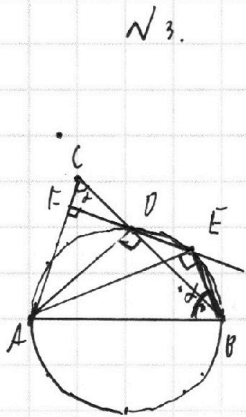
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$\triangle ABC$ - о/у \triangle
 ω - оок., пос-
 трена на AB ,
 как по условию.
 $BC \cap \omega = D, DE$ -
 перпенд. к AC ,
 $DE \cap \omega = E$
 $AC = 10, AB = 6$,
 $BE = 5$



N 3.

1) Пусть $\angle ACB = \alpha$, тогда в н/у $\triangle OFC \angle FOC = 90^\circ - 2(\alpha \text{ и др.})$
 н/у \triangle .

Найти:
 AE

2) $\angle COF = \angle BOE = 40^\circ - \alpha$ (как вертикальные углы).

3) $\angle AOB = 90^\circ$ (т.к. AB - диаметр, т. O - ц.к., по ТМТЦ окружности)

4) $\angle AOE = \angle AOB + \angle BOE = 90^\circ + 40^\circ - \alpha = 130^\circ - \alpha$, т.т.к. т. $A, O, E, B \in \omega$

~~$\triangle AOE$~~
 $\Rightarrow AOE$ - вписанный четырехугол., но в-ду впис. четырехугол., $\angle AOE + \angle ABE = 180^\circ \Rightarrow \angle ABE = 180^\circ - \angle AOE = \alpha$

5) Треб. AE , AB - диаметр, $E \in \omega \Rightarrow \triangle AEB$ - н/у (по ТМТЦ окружности)

$$\cos \angle ABE = \cos \alpha = \frac{BE}{AB} = \frac{5}{6}$$

6) $\angle COA$ и $\angle AOB$ смежные углы, $\angle COA + \angle AOB = 180^\circ \Rightarrow \angle COA = 180^\circ - \angle AOB = 90^\circ$

$$\Rightarrow \triangle AOC - \text{н/у } \triangle, \cos \alpha = \cos \angle AOB = \frac{CO}{AC} \Rightarrow CO = AC \cdot \cos \alpha = 10 \cdot \frac{5}{6} = \frac{50}{6} = \frac{25}{3} = 8 \frac{1}{3}$$

7) Метрические соотношения в н/у \triangle : $AC \cdot CF = CO^2 \Rightarrow CF = \frac{CO^2}{AC} = \frac{(\frac{25}{3})^2}{10} = \frac{625}{90}$
 $= \frac{125}{18} = 6 \frac{17}{18}$ 8) $AC = AF + CF \Rightarrow AF = AC - CF = 10 - 6 \frac{17}{18} = 3 \frac{1}{18}$

Ответ: $3 \frac{1}{18}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Нч.

Пусть всего шаров n , тогда есть ~~вариантов~~ $C_n^3 = \frac{n!}{(n-3)! \cdot 3!} = \frac{n(n-1)(n-2)}{6}$ возможных вариантов расположения этих шариков.

Пусть представим, что он будет брать по порядку все шарики, но выхватит только если эти 3 шарика будут среди первых 5, тогда есть C_5^3 возможных вариантов расположения этих шариков среди 5 шариков,

$C_5^3 = \frac{5!}{3! \cdot 2!} = \frac{120}{6 \cdot 2} = 10$, в этом случае вероятность равна $\frac{10}{\left(\frac{n(n-1)(n-2)}{6}\right)} = \frac{60}{n(n-1)(n-2)}$. В случае, когда он выхватит из 6 шариков

тогда есть C_6^3 вариантов, $C_6^3 = \frac{6!}{3! \cdot 3!} = \frac{120}{6 \cdot 6} = 20$, в этом случае вероятность равна $\left(\frac{20}{\left(\frac{n(n-1)(n-2)}{6}\right)}\right) = \frac{120}{n(n-1)(n-2)}$

Вероятности 6 увеличилась в $\frac{120 \cdot n(n-1)(n-2)}{n(n-1)(n-2) \cdot 60} = 2$ раза.

Ответ: в 2 раза.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5.

$n^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$, корни этого ур-ния - 5 и 6 - 2-й и 3-й чл. арифм. прогрессии

$4n^2 - (a^2 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - a = 0$, корни этого ур-ния - 3 и 8 - 2-й и 3-й чл. арифм. прогрессии.

Пусть эта прогрессия - (b_n) , где d - шаг прогрессии, тогда

$b_3 + b_8 = b_5 - 2d + b_6 + 2d = b_5 + b_6 \Rightarrow$ сумма корней первого ур-ния равна сумме корней второго.

По т. Виета в 1-ом ур-нии $x_1 + x_2 = \frac{-(a^2 - a)}{1} = a^2 - a$, во 2-ом ур-нии $x_1 + x_2 =$

$$= \frac{-(-a^2 - a^2)}{4} = \frac{a^2 + a^2}{4} = \frac{a^2 - a^2}{4}, \quad \frac{a^2 - a^2}{4} = a^2 - a \Leftrightarrow a^2 - a^2 = 4a^2 - 4a \Leftrightarrow a^2 - 5a^2 + 4a = 0$$

$$a(a-1)(a-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ a=1 \\ a=4 \end{cases}$$

При $a=0$: 1-ое ур-ние: $n^2 - 5 = 0$, $\begin{cases} n=2\sqrt{5} \\ n=-2\sqrt{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d=2\sqrt{5} \\ d=-2\sqrt{5} \end{cases}$ 2-ое ур-ние: $4n^2 - 4 = 0$

(1) $n^2 - 1 = 0$ (2) $\begin{cases} n=-1 \\ n=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d=0,4 \\ d=-0,4 \end{cases}$. Возможные разности прогрессии

не совпадают \Rightarrow при $a=0$ такого быть не может.

При $a=1$: 1-ое ур-ние: $n^2 - 4 = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} n=2 \\ n=-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d=4 \\ d=-4 \end{cases}$ 2-ое ур-ние: $4n^2 - 1 = 0$

(1) $n^2 - 0,25 = 0$ (2) $\begin{cases} n=0,5 \\ n=-0,5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d=0,2 \\ d=-0,2 \end{cases}$. Возможные разности прогрессии не

совпадают \Rightarrow при $a=1$ такого быть не может.

При $a=4$: 1-ое ур-ние: $n^2 - 15n + 11n - 1 = 0$ $\frac{D}{4} = 16 - 32 = -16 \Rightarrow \begin{cases} n=6-\sqrt{32} \\ n=6+\sqrt{32} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d=2\sqrt{32} \\ d=-2\sqrt{32} \end{cases}$

2-ое ур-ние: $4n^2 - 40n^2 + 5 - 12 + 32 - 4096 - 4 = 0$ $\Leftrightarrow 4n^2 - 40n^2 - 3556 = 0$ $\Leftrightarrow n^2 - 11n - 889 = 0$

$\frac{D}{4} = 121 + 3556 = 3677 = 60\sqrt{32}$ $\Rightarrow \begin{cases} n=6-5\sqrt{32} \\ n=6+5\sqrt{32} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d=2\sqrt{32} \\ d=-2\sqrt{32} \end{cases}$. Также можно быть при прогрессии:

$6 - 9\sqrt{32}; 6 - 3\sqrt{32}; 6 - 5\sqrt{32}; 6 - 7\sqrt{32}; 6 - \sqrt{32}; 6 + \sqrt{32}; 6 + 3\sqrt{32}; 6 + 5\sqrt{32}$ Ответ: 4



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

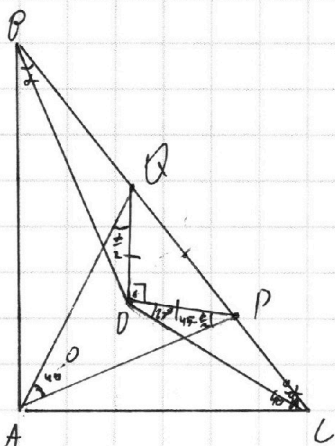
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$\triangle ABC$ - п.ч.д,
 BC - гипотенуза
 $P, Q \in BC, AB = BP$
 $CQ = AC$
 D - центр вписанной
 $\triangle ABC, DP \perp DQ$
 $\angle PDQ = 90^\circ$
 $\angle DCQ = 20^\circ$



Найти:

$\angle DPC$?

1) Если ~~были~~ расположены точки ~~на~~ $B - P - Q - C$,
то $BP + PQ + QC = BC$, но $BP = AB$ $\frac{BC}{2} + \frac{CQ}{2} > BC \Rightarrow$

\Rightarrow расположено $B - Q - P - C$.

2) П.ч.д $\triangle ABC$, тогда $\angle C = 90^\circ$. П.ч. $\triangle ABP$ - п.ч.д и $\triangle ACQ$ - п.ч.д:

$\Rightarrow \angle BAP = \angle PBA = 40^\circ - \frac{d}{2}$, $\angle CAQ = \angle QCA = 45^\circ + \frac{d}{2}$, $\angle BAP + \angle CAQ - \angle PAQ = 90^\circ$

$\Rightarrow 90^\circ = \frac{d}{2} + 45^\circ + \frac{d}{2} - \angle PAQ = 90^\circ \Rightarrow \angle PAQ = 45^\circ$

3) $\triangle PDQ$ - п.ч.д $\Rightarrow \angle DQP = \angle DPQ = 45^\circ \Rightarrow \angle AQP = \frac{d}{2}$, $\angle APQ = 45^\circ - \frac{d}{2}$

4) $\angle DCB = 70^\circ$, $\angle DPC = 175^\circ$ (или 45°) $\Rightarrow \angle DPC = 75^\circ$

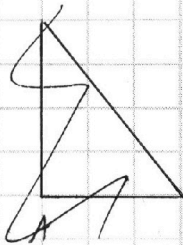


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\left| x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| + \left| x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| \leq 3$$

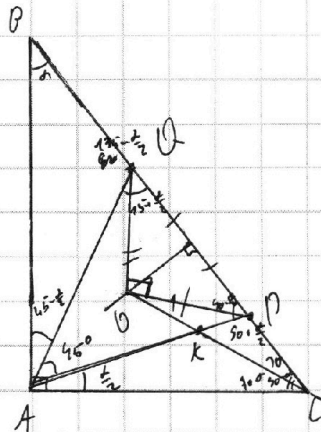
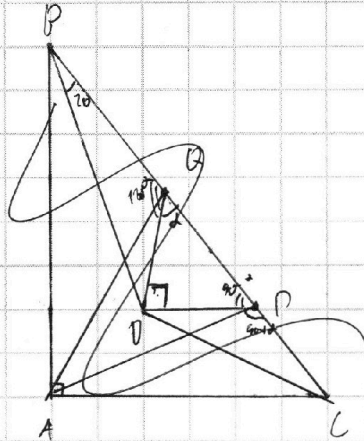
$$\text{Пусть } x > \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}$$

$$\text{и } x > \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}$$

$$2x - 15 + \frac{2y}{6\sqrt{3}} < 3 \quad | \cdot \sqrt{3}$$

$$\frac{y}{9} < 18\sqrt{3} - 2\sqrt{3}x$$

$$y < 182\sqrt{3} - 18\sqrt{3}x$$



$$\angle PKP = \angle PPA = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}$$

$$\angle CAQ = \angle QAC = 45^\circ + \frac{\alpha}{2}$$

$$\angle PKC = 180^\circ - 20^\circ - 90^\circ - \frac{\alpha}{2} = 70^\circ - \frac{\alpha}{2}$$

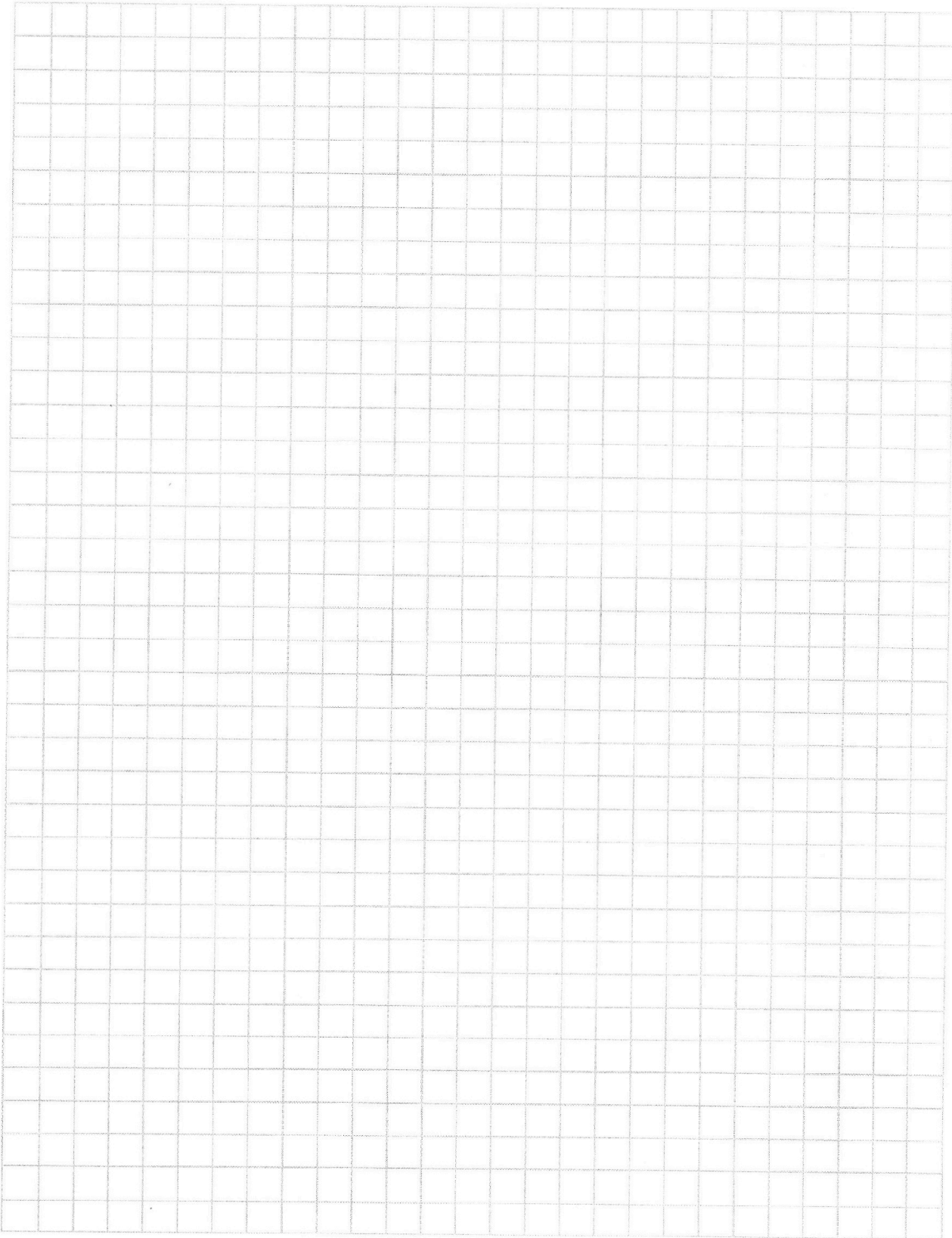


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

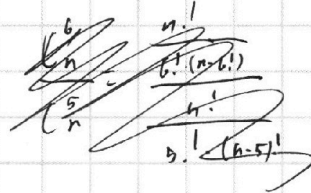
$$(x+y)^2 + (y+z)^2 + (z+x)^2 = x^2 + 6xy + 4y^2 + 4z + 6yz + 4x + 2z + 6xz + 4y = 2x^2 + 4y^2 + 2z^2 - 2(xy + yz + zx) + 7z$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2xy + 2yz + 2zx = x^2 + 4y^2 + 2z^2$$

$$k^2 \quad (x+y+z)^2 = A(x+y+z) \quad = x^2 + 2xy + 2xz + 2yz + 4y^2 + 4z^2 + 2x^2 + 2y^2 + 2z^2$$

$$xy + yz + zx + 3x + 3y + 3z + 7z$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 3x + 3y + 3z = x^2 + 4y^2 + 2z^2$$



$$k = x+y+z = t^2 \text{ in } t = x+y+z, k_2 \text{ ...}$$

$$t^2 = 2k + 7t = k$$

$$t^2 + 7t = 2k$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 6(xy + yz + zx) = t^2 - 2k + 6t + 7z$$

$$t^2 + 6t - 2k + 7z = 3k + 2t - 2k + 7z = k + 3t + 7z$$

$$\frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2)}{6}$$

$$\frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{6} = 10$$

$$\frac{60}{n(n-1)(n-2)}$$

$$\frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{6} = 20$$

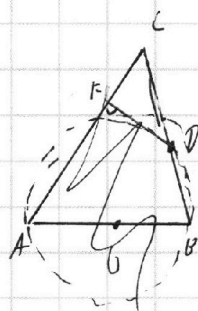
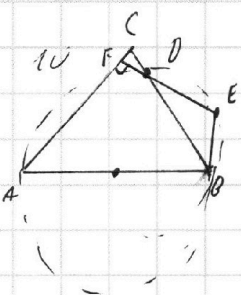
$$\frac{20}{n(n-1)(n-2)}$$

$$n = \frac{99 \dots 01}{10000} = \frac{10^{40000}}{k} - 1$$

$$h^3 = (k-1)^3 = k^3 - 3k^2 + 3k - 1 = 10^{120000} - 3 \cdot 10^{80000} + 3 \cdot 10^{40000} - 1$$

$$10^{120000} - 3 \cdot 10^{80000} + 3 \cdot 10^{40000} - 1 = 10^{120000} - 30000 + 3000 - 1 = 970000 + 3000 - 1 = 970000 + 2999 = 977999$$

~~970000~~ 977999



$$\binom{7}{5} = \frac{5!}{2! \cdot 3!} = \frac{120}{7 \cdot 6} = 10$$

$$\binom{7}{1,2}, \binom{7}{1,3}, \binom{7}{1,4}, \binom{7}{1,5}$$

$$\binom{7}{2,3}, \binom{7}{2,4}, \binom{7}{2,5}, \binom{7}{3,4}, \binom{7}{3,5}$$

$$\binom{7}{4,5} = \frac{6!}{3! \cdot 3!} = \frac{720}{6 \cdot 6} = 20$$

$$\frac{3}{n} \cdot \frac{2}{n-1} \cdot \frac{1}{n-2}$$

$$\frac{n-5}{n} \cdot \frac{n-4}{n-1} = 10$$

$$\frac{n-3}{n} \cdot \frac{n-4}{n-1} \cdot \frac{n-5}{n-2} = 20$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + 6x + 4 + y^2 + 6y + 4 + z^2 + 6z + 4 = (x+y+z)^2 + 2xy + 4z + 4y + 2z = k^2 + 4k + 2z = 3t + 4k + 2z$$

$$x^2 + 4y^2 + z^2 + 2x + 2y + 2z = 2x + 4z + 2z^2 + 1 - 2$$

$$2x^2 + 4y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z = 2xy + 2yz + 2xz + 4^2 + 4^2 + 4^2$$

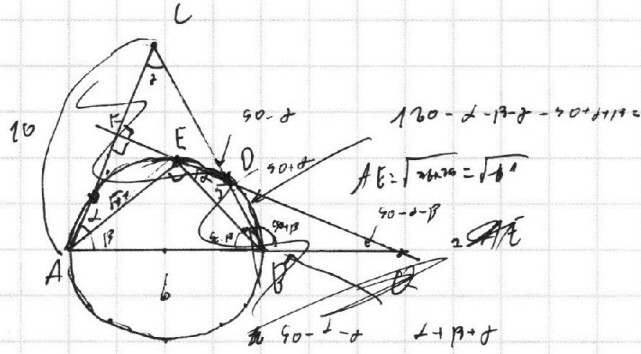
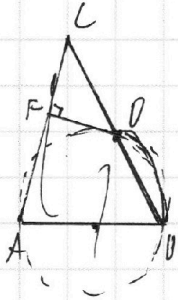
$$3x^2 + 4y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z = (x+y+z)^2$$

$$3t + 6k = k^2$$

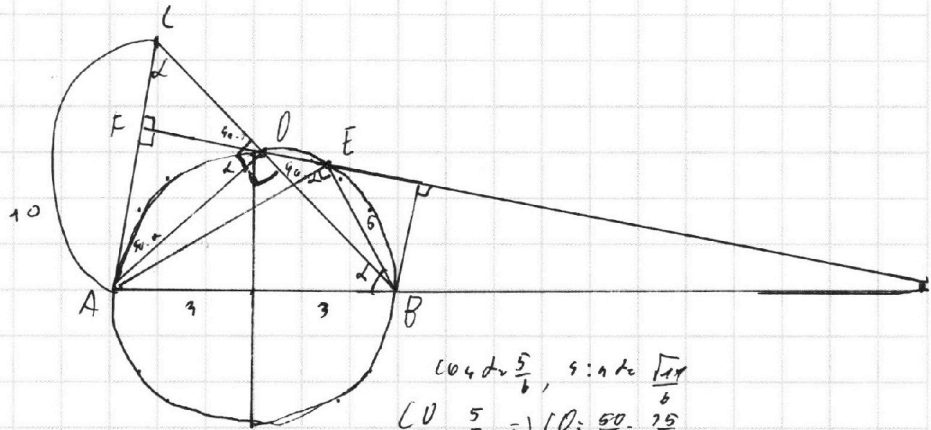
$$3t = k^2 - 6k$$

$$a^2 + b^2$$

$$43 \cdot 11 \cdot 2 = 95 \cdot 7 \cdot d + 46 + 7d$$



н
1



$$x^2 - (x^2 - 4)x + x - 5 = 0$$

$$x^2 - (x^2 - 4)x + x - 5 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = (x^2 - 4)^2 - 4(x - 5)$$

$$= x^4 - 2x^2 + 16 - 4x + 20 > 0$$

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\begin{cases} -2 = x^2 + 4x \\ 1 = b^2 + b^2 + a + 2 \\ -4 = b^2 + 4z + a + 6z \\ w = b^2 + 6z \end{cases}$$

$$D_1 = (x^2 - 4)^2 - 4(x - 5) = x^4 - 2x^2 + 16 - 4x + 20 = 17x^4 - 20x^2 + 32x + 36 > 0$$

$$\frac{\sqrt{D_1}}{4} = 5 \cdot \sqrt{0}$$

$$D_1 = 4000$$

$$17x^4 - 20x^2 + 32x + 36 = 4000 \Rightarrow 17x^4 - 20x^2 + 32x - 3634 = 0$$

$$+ 6000$$

$$17x^4 - 20x^2 + 32x - 3634 = 0 \Rightarrow 17x^4 - 20x^2 + 32x - 3634 = 0$$

$$x^4 - 2x^2 + 2x - 1 = 0 \Rightarrow x^2(x^2 - 2) = (x^2 - 2)(x^2 - 1)$$

$$\cos 40^\circ = \frac{5}{6}, \sin 40^\circ = \frac{\sqrt{11}}{6}$$

$$\frac{AO}{10} = \frac{5}{6} \Rightarrow AO = \frac{50}{6} = \frac{25}{3}$$

$$AO = \sqrt{100 - \frac{25^2}{9}} = \sqrt{\frac{775}{9}} = \frac{\sqrt{775}}{3}$$

$$AF \cdot AC = AB^2 \Rightarrow AF = \frac{AO^2}{AC} = \frac{775}{4 \cdot 10} = \frac{775}{40} = 19 \frac{1}{8}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 \\ yz = 3x + x^2 \\ xz = 3y + y^2 \end{cases} \quad \begin{cases} 6z = 24 - 2z^2 \\ 6x = 24z - 2x^2 \\ 6y = 24x - 2y^2 \end{cases} \quad x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z + 17 = x^2 + y^2 + z^2 + 7xy + 7xz + 7yz + 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 =$$

$$= -x^2 - y^2 - z^2 + 7xy + 7xz + 7yz + 17 = (x+y)^2 + (y+z)^2 + (z+x)^2 - 22 - 3x^2 - 3y^2 - 3z^2$$

$$\begin{cases} u^2 = 3b + b^2 \\ uv = 3u + u^2 \\ ub = 3u + u^2 \end{cases} \quad \begin{cases} u^2 = 3b + b^2 \\ uv = 3u + u^2 \\ ub = 3u + u^2 \end{cases} \quad \begin{cases} u(b-3) = b^2 + 3b \\ u = \frac{b(b+3)}{b-3} \\ b = 4, u = 23 \end{cases}$$

$$\frac{b^2(b+3)^2}{(b-3)^2} = \frac{b(b+3)(b-3)^2}{(b-3)^2} = \frac{b(b+3)(b-3)}{(b-3)^2}$$

$$b = -3, u = 0 \quad b = 4, u = -2$$

$$\begin{cases} u = 3 + 12y \\ -2 = -b + 4 \\ -2 = -b + 4 \end{cases} \quad (-2, -2, 1) \quad (-2+1)^2 + (-2+1)^2 + (1+1)^2 = 1 + 1 + 1 = 3$$

$$|a, b, c| \text{ D.O.O. } (- \text{ max по модулю}) \quad \begin{cases} a > 0, b > 0, c < 0 \\ a > 0, b < 0, c < 0 \end{cases}$$

$$b - c < 0, a^2 + 3a > 0 \quad \begin{cases} a \in (-1, 25; 0) \\ a \in (-1, 25; 0) \end{cases}$$

$$\begin{cases} abc \leq a \\ a(c = b^2 + 6) \\ bc = 4z + 2a \end{cases} \quad \frac{abc}{c} = \frac{a^2 b^2}{c} + 4ab + 3a^2 + 3b^2 a + 6ab = ab(ab + 3a + 3b + 6)$$

$$10000000000 - 30000000 = 9970000000$$

$$10000000000 - 30000000 = 997002998$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Даны a, b, c и $u^2 = a$

$$a^2 - u^2 = \frac{a^2 - u^2}{1}$$

$$\frac{a^2 - u^2}{u} = a - u \quad \text{и} \quad a^2 - u^2 = ua - ua$$

$$u^2(u-1) = ua(u-1) \Rightarrow (u-1)(u^2 - ua) = 0 \quad u(u-1)(u-1) = 0$$

$$u^2 - ua = 0 \Rightarrow u^2 - u = 0 \Rightarrow u^2 - u - 1 = 0 \Rightarrow u = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\begin{cases} a=0 \\ a=1 \\ a=4 \end{cases}$$

$5d = 1 + d \Rightarrow d = 0,25$

$$n^2 - 4 = 0 \Rightarrow n = 2$$

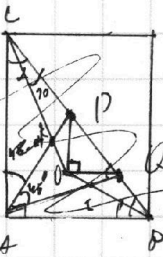
$$un^2 - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 0,5 \\ n = -0,5 \end{cases} \quad d = 0,2$$

$$n^2 - 17n + 1 \quad \frac{D}{4} = k^2 \quad ac = 96 \pm 4\sqrt{37} \quad \begin{cases} n = 6 - \sqrt{37} \\ n = 6 + \sqrt{37} \end{cases}$$

$$4n^2 - 4\sqrt{3}n + 51n + 37 - 4046 - 4 = 0$$

$$4n^2 - 4\sqrt{3}n + 54n - 4009 = 0 \quad n^2 - \sqrt{3}n + 136 - 1025 = 0 \quad n^2 - 17n - 889 = 0$$

$$\frac{D}{4} = k^2 \quad ac = 36 + 889 = 925 = 25 \cdot 37 = (5\sqrt{37})^2 \quad \begin{cases} n = 6 - 5\sqrt{37} \\ n = 6 + 5\sqrt{37} \end{cases}$$



$A(0,0), B(1,0), C(1,1), D(0,1)$

$\angle ACP = 90 - \frac{\alpha}{2}, \angle APQ = 90 - \frac{\beta}{2}, \angle PAQ = \frac{\alpha + \beta}{2} = 45^\circ$
 $\angle CAP = 45 - \frac{\alpha}{2}, \angle BAQ = 45 - \frac{\beta}{2}$
 $\angle APC = 180^\circ - \alpha - 45 + \frac{\alpha}{2} = 135 - \frac{\alpha}{2}, \angle AQP = 135 - \frac{\beta}{2}$
 $\angle KPR = 180^\circ - 135 + \frac{\alpha}{2} - 20 = 25 + \frac{\alpha}{2}$

$$n^2 + 4^2 + \sqrt{3}^2 \quad mn + 4n + 3n = n^2 + 4n + 3n \quad \frac{(n+4+3)^2 - n^2 - 4^2 - 3^2}{2} \quad | \cdot 2$$

$$(n+4+3)^2 - n^2 - 4^2 - 3^2 = 2n^2 + 42n + 22 - n^2 - 4^2 - 3^2 = 2n^2 + 42n + 22 - 16 - 9 = 2n^2 + 42n + 3$$

$$(n+4+3)^2 = n^2 + 4n^2 + 3n^2 + 6n + 6n + 6n = 7(n+1)^2 + 7(4+1)^2 + 7(3+1)^2$$

$$\frac{(n+4+3)^2}{2} + 3 = (n+1)^2 + (4+1)^2 + (3+1)^2$$