



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2, \\ yz = -2x + x^2, \\ zx = -2y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 30 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 8$, $BE = 6$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарик. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть семь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$ являются четвертым и девятым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| + \left|x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| \leq 4$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle BCA = 50^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

если ~~$x=y$~~ 2 числа равны ($x=y$) то

$$x^2 = 2(z-2)$$

$$xz = x(x-2) \Rightarrow z = x-2 \Rightarrow$$

$$x^2 = (x-2)(x-4)$$

$$\Rightarrow x^2 = x^2 - 2x - 4x + 8 \Rightarrow \underline{x = \frac{4}{3}} \quad z = \underline{-\frac{2}{3}}$$

$$\Rightarrow (x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = \frac{4}{9} + \frac{4}{9} + \frac{64}{9} = \underline{8}.$$

прикинем все равенства попарно

$$(xyz)^2 = xyz(x-2)(y-2)(z-2) \Rightarrow$$

$$xyz = (x-2)(y-2)(z-2)$$

$$xyz = xyz + 4y + 4z + 4x - 8$$

$$\Rightarrow 4(x+y+z) = 8 \Rightarrow \underline{x+y+z=2}$$

$$\Rightarrow (x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = (x-2)^2 + (y-2)^2 + (2-x-y-2)^2 =$$

$$= x^2 - 4x + 4 + y^2 - 4y + 4 + x^2 + 2xy + y^2 =$$

$$= 8 + 2(x^2 + y^2 + xy) - 4x - 4y$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{y(y-2)}{x(x-2)} = \frac{x}{y} = \frac{y-2}{x-2} = \frac{x^2}{y^2}$$

~~2 x +~~



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n = \underbrace{99 \dots 9}_{30001} = 10^{30001} - 1 \Rightarrow n^3 = (10^{30001} - 1)^3 \quad \textcircled{=}$$

$$\textcircled{=} 10^{90003} - 3 \cdot 10^{60002} + 3 \cdot 10^{30001} - 1 \quad \textcircled{=}$$

$$\textcircled{=} \underbrace{99 \dots 9}_{90003 - 60002 = 1 \textcircled{=}} \underbrace{700 \dots 02}_{30001} \underbrace{999 \dots 9}_{30001}$$

$\textcircled{=} 30000 \qquad \qquad \qquad 60002$

$$\Rightarrow \text{кон-во цифрок: } 30000 + 30001 = \underline{60002}.$$

Ответ: 60002.

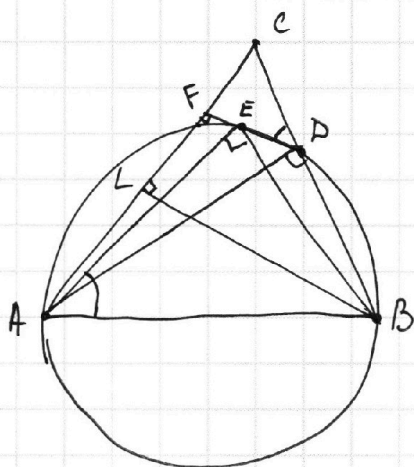


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) $\angle ADB = 90^\circ$ (как опущенный на диаметр)

2) $\angle AEB = 90^\circ = \angle ADB \Rightarrow AEDB$ - вписанный четырехугольник

3) $\angle EAB + \angle EDB = 180^\circ \Rightarrow \angle CAE = 180^\circ - \angle EDB = \angle EAB$

4) $\angle CFB = 90^\circ = \angle AEB$
 $\angle CDF = \angle CAE = \angle EAB$ $\Rightarrow \triangle DFC \sim \triangle AEB$
 (по двум углам)

5) $\frac{CF}{EB} = \frac{CD}{AB} = \frac{FD}{AE} = k$

6) Построим BL , $BL \parallel DF \Rightarrow BL \perp AC$

7) $\frac{CF}{FL} = \frac{CD}{CB} = \frac{1}{a}$

8) $\angle ALB = 90^\circ = \angle ADB \Rightarrow \angle C \in \omega$

9) $CL \cdot CA = CD \cdot CB$ (сеченно с относительно ω)

$\Rightarrow (6 \cdot k \cdot a) \cdot 10 = 8k \cdot CB \Rightarrow C$

$60ka = 8k \cdot 8ka$ (~~если~~ $k, a \neq 0$), a - радиус
 k - радиус $C=D, E=D \Rightarrow$ попарно
 в отрезке AD)

$60a = 64k \Rightarrow k = \frac{60}{64} = \frac{30}{32} = \frac{15}{16}$

10) $AF = AC - CF = 10 - 6k = \frac{160 - 15 \cdot 6}{16} = \frac{70}{16} = \frac{35}{8}$

Ответ: $35/8$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть было k кораблей (чтобы условие было строгим $k \geq 7$)

1) Рассмотрим p_1 (вероятность выигрыша с выбором 5 кораблей)

$$p_1 = \frac{n_1}{m_1} \quad (n_1 - \text{кол-во благоприятных исх.}, m_1 - \text{кол-во всех исх.})$$

$$m_1 = C_k^5 \quad (\text{по определению } C)$$

$$n_1 = C_{k-3}^2 \quad (\text{количество 5, 3 элемента которых заданы})$$

$$\Rightarrow p_1 = \frac{C_{k-3}^2}{C_k^5}$$

2) теперь найдем p_2 (выбор 7 кораблей)

(n_2, m_2 - аналогично для 7)

$$m_2 = C_k^7$$

$$n_2 = C_{k-3}^4$$

$$p_2 = \frac{C_{k-3}^4}{C_k^7}$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{C_{k-3}^4 \cdot C_k^5}{C_k^7 \cdot C_{k-3}^2} = \frac{\frac{(k-3)(k-4)(k-5)(k-6)}{4!} \cdot \frac{k(k-1)\dots(k-4)}{5!}}{\frac{k(k-1)\dots(k-6)}{7!} \cdot \frac{(k-3)(k-4)}{2!}} =$$

$$= \frac{\frac{1}{4!} \cdot \frac{1}{5!}}{\frac{1}{2!} \cdot \frac{1}{2!}} = \frac{2! \cdot 2!}{4! \cdot 5!} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 4} = \frac{7}{2}.$$

Ответ: в 3,5 раза..



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$P_1 = x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 \quad (\text{корни } x_1 \text{ и } x_2) \quad \begin{array}{l} x_1 - 6 \text{ мен} \\ x_2 - 7 \text{ мен} \end{array}$$

$$P_2 = 3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 \quad (\text{корни } y_1 \text{ и } y_2) \quad \begin{array}{l} y_1 - 4 \text{ мен} \\ y_2 - 9 \text{ мен} \end{array}$$

$$x_2 - x_1 = d \quad x_1 + 3d = x_2 + 2d = y_1 + 5d = y_2$$

$$x_2 = x_1 + d$$

(d - разность между соседними числами)

по П. Виета: $x_1 + x_2 = 2x_1 + d = a^2 - 2a \quad | \Rightarrow$

$$y_1 + y_2 = 2x_1 + d = \frac{a^3 - 2a^2}{3}$$

$$\Rightarrow a^2 - 2a = \frac{a^3 - 2a^2}{3} \Rightarrow a(a-2) = a(a-2) \cdot \frac{a}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a - 2 = 0 \Leftrightarrow a = 2 \\ a/3 = 1 \Leftrightarrow a = 3 \end{cases}$$

1) при $a = 0$:

$$P_1 = x^2 - 7 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \pm \sqrt{7}$$

$$P_2 = 3x^2 + 6 = 0 \Rightarrow \text{нет корней}$$

$$\Rightarrow a \neq 0$$

2) при $a = 2$:

$$P_1 = x^2 - 5 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \pm \sqrt{5}$$

$$y_2 - x_2 = x_1 - y_1 = 2d \Rightarrow \sqrt{\frac{26}{3}} +$$

$$P_2 = 3x^2 - 26 = 0 \Rightarrow y_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{26}{3}}$$

$$y_2 - y_1 = 5d = 5(x_2 - x_1) \Rightarrow 5 \cdot 2\sqrt{5} = 2\sqrt{\frac{26}{3}} \Rightarrow 5\sqrt{5} = \sqrt{\frac{26}{3}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 125 = \frac{26}{3} \quad \text{противоречие} \Rightarrow a \neq 2$$

3) при $a = 3$: $P_1 = x^2 - 3x - 1 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{13}{2}}$

$$P_2 = 3x^2 - 9x - 23 = 0 \Rightarrow y_{1,2} = \frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{13}{2}} \Rightarrow d = \sqrt{13} \quad \text{Ответ: 3.}$$

(непрямое доказательство по тому, что если d корни и число образуют арифметическую прогрессию)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Вниманием также важно, что в 2D-мод. То есть если точка имеет координату (x, y) ~~то есть~~, и сделаем параллельный перенос ^{вдоль} по ОХ на 10 вправо, то есть если точка имеет координату $(x_2; y_2)$ после наших преобразований она будет иметь координаты $x'_2 = x - 10$; $y' = \frac{y}{2\sqrt{3}}$.

Параллельный перенос очевидно не влияет на площадь фигур.

П. - делаем, что нам нужно ^{увеличить} ~~увеличить~~ площадь в $\frac{1}{2\sqrt{3}}$ раз. (То есть если у нас была площадь S , после преобразования будет площадь $S' = \frac{S}{2\sqrt{3}}$)

Разобьем фигуру на ^{элементарные} квадраты ~~dx x dy~~ $(dx) \times (dy)$ (где dx и dy - очень малая величина) после преобразования каждый из них будет иметь площадь $dx \cdot \frac{dy}{2\sqrt{3}} \Rightarrow$ он уменьшит площадь в $\frac{1}{2\sqrt{3}}$.

проинтегрировав по всей элементарной площади, то есть по всей фигуре, получим.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Поиск преобразования координат точек Φ' ~~на~~ удовлетворяет такому условию.

$$|x+y| + |x-y| \leq 4.$$

~~рассмотреть 2 случая~~ ~~показаний~~
~~относительно нулевой~~

Понимает

Заметим что по уравнению круга с центром в O и радиусом 2.

1) проверим что любая точка круга подходит,
пусть $|x| \leq 2$; $|y| \leq 2$

① если x и y одного знака

$$|x+y| + |x-y| = |x|+|y| + |x-y| \leq 2|\max(x,y)| \leq 4.$$

② если x и y разных знаков

$$|x+y| + |x-y| = |\max(x,y)| - |\min(x,y)| + |x|+|y| = 2|\max(x,y)| \leq 4.$$

2) проверим что других нет

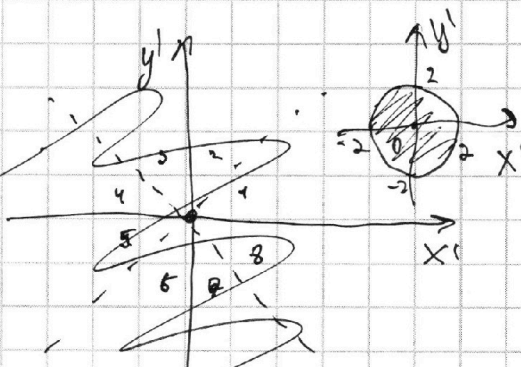
$$|x| > |y|; |x| > 2$$

пусть без умножения абсолютности ~~$|x| > 2$~~ , то y или $-y$

~~x~~ одного знака с x (Б.У.О. пусть y)

$$\text{тогда } |x+y| + |x-y| \leq \cancel{|x+y|} + |x-y| \leq \cancel{2|x+y|} \geq |x| \geq 2.$$

$$+ \Rightarrow |x|+|y| + |x|-|y| = 2|x| > 4.$$





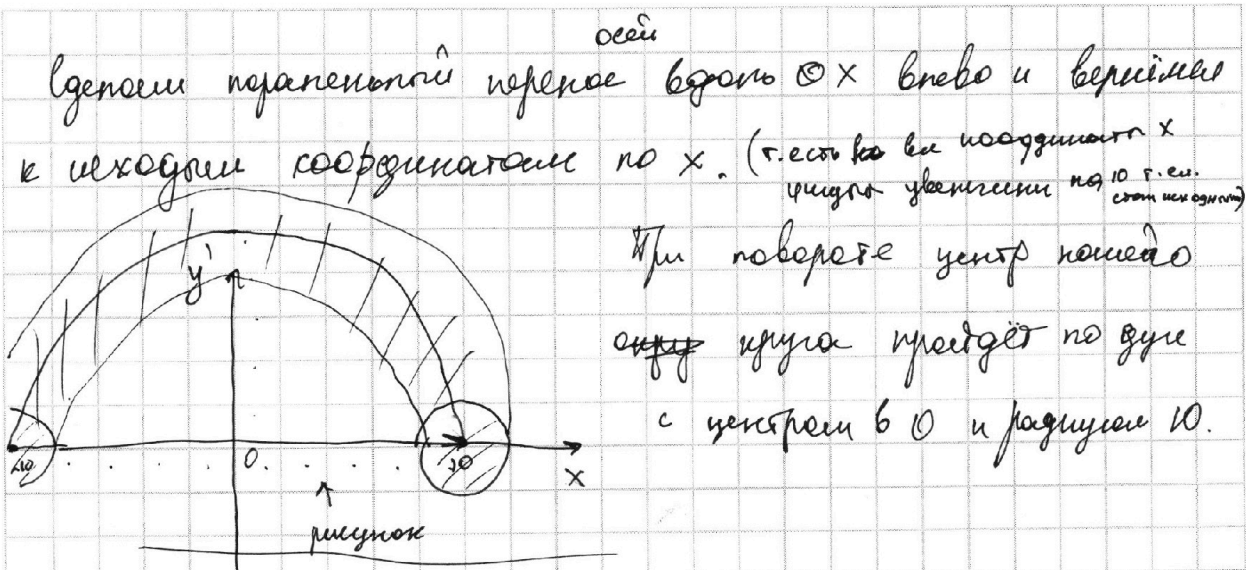
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА

3 ИЗ 4

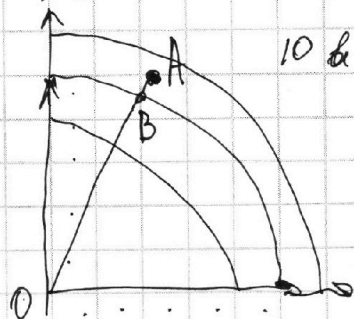
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



При этом были отмечены все точки на расстоянии 2 от каждой точки этой дуги. Докажем что отмеченная фигура будет граница между дугой с радиусом $\frac{12}{2}$ и радиусом 8 (сб. центр 60) (см. рисунок)

1) почему все точки подходят:

рассмотрим любую точку A в этой фигуре, и проведем прямую OA , пусть она пересечет ~~окружность~~ дугу с радиусом 10 в точке B . $OB = 10$, $OA \in [8; 12] \Rightarrow$



$$BA = |OB - OA| \leq 2$$

$\Rightarrow$ когда центр круга был в B , A в кругу.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
4 ИЗ 4

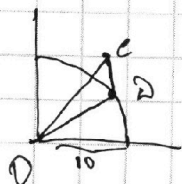
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2) поищем другие и подберем.

Предположим, что:

Пусть точка C , такая что $CO \notin [8; 12]$, и
тогда существует

такая же точка D , на дуге с радиусом
10 и центром O , что $CD \leq 2$.



$$OC \leq OD + CD \Rightarrow OC \leq 12$$

$$OD \geq OC + CD \Rightarrow OC \leq 8$$

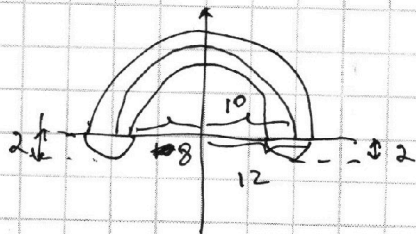
противоречие.

(нарушено δ)

Рассчитаем площадь которую занимает такая
фигура (S').

$$S' = \frac{\pi(12^2 - \pi 8^2)}{2} + 2\pi 2^2 = \pi \left(\frac{(12-8)(12+8)}{2} + 4 \right) \in$$

$$\in 44\pi$$



Менее верхний шлохидного ось
Oy, и шлохидное шлохидного (S)

$$(11) S = 44\pi \cdot 2\sqrt{3} = 88\pi\sqrt{3}.$$

Ответ: $88\pi\sqrt{3}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

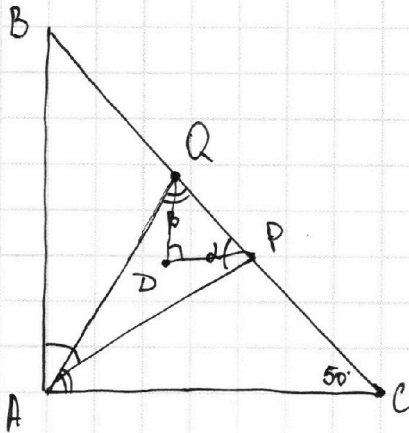
5
☐

6
☐

7
☒

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$1) AC = CQ \Rightarrow \angle CAQ = \angle CQA = \frac{180^\circ - \angle BCA}{2} = \frac{180^\circ - 50^\circ}{2} = 65^\circ = \beta.$$

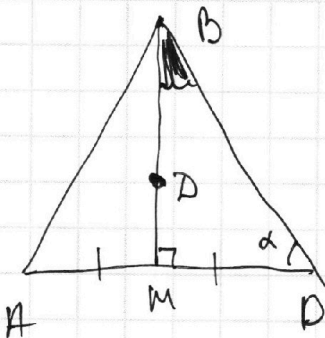
$$2) AB = BP \Rightarrow \angle BAP = \angle BPA = \frac{180^\circ - \angle ABP}{2} = \frac{180^\circ - (90^\circ - \angle BCA)}{2} = 70^\circ = \alpha.$$

$$3) \angle PAQ = \angle BAC - \alpha - \beta = 90^\circ - \alpha - \beta = 90^\circ - 70^\circ - 65^\circ = 45^\circ.$$

$$4) \angle DQP = 2\angle QAP \text{ и } DQ = DP \Rightarrow D \text{ — центр окружности } AQP \Rightarrow$$

D — центр описанной вокруг $\triangle AQP$ окружности (по двум условиям достаточно т.к. угол на стороне AP всегда меньше)

$$5) \text{ из 4) } \Rightarrow D \text{ — центр } AP, B \text{ тоже — центр к } AD \text{ (т.к. } BA = BP)$$



$$6) \Rightarrow \angle DBP = \frac{1}{2} \angle ABP \text{ (Фалеса = диаметр } AP \text{)}$$

$$\Rightarrow \angle DBC = \angle DBP = \frac{1}{2} \angle ABC =$$

$$= \frac{1}{2} (90^\circ - \angle BCA) = 20^\circ.$$

Ответ: 20° .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$xy = 2(z-2)$$

$$(2-z)^2 + (x-2)^2 + (y-2)^2 = ?$$

$$yz = x(x-2)$$

$$\frac{(y-2)}{(x-2)} = \left(\frac{x}{y}\right)^2$$

$$xz = y(y-2)$$

$$(x-2)^2 \cdot \left(1 + \left(\frac{x}{y}\right)^4 + \left(\frac{x}{z}\right)^4\right) = ?$$

$$z^2 = xy + 2z$$

$$(x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx$$

$$x^2 = zy + 2x$$

$$y^2 = xz + 2y$$

$$(x+y+z+1)(x+y+z-1) =$$

$$x^2 - y^2$$

$$(x+y+z+1)(x+y+z-1) = x^2 - y^2$$

$$= x^2 + 2xy + 2xz + x + 2yz + y + 1$$

$$x = y$$

$$(x-y-z)$$

$$(x+y+z+1)(x+y+z-1)$$

$$xz = x(x-2)$$

$$x^2 = z(z-2)$$

$$(S)^2 = 2(x^2 + y^2 + z^2)$$

$$(x+y+z+1)(1-x-y-z)$$

$$z = (x-2)$$

$$x+y-2$$

$$x-y+2$$

$$x^2 = (x-2)(x-4)$$

$$xyz \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) = x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z$$

$$x^2 = x^2 - 2x - 4x + 8$$

$$\frac{x^2}{2} + \frac{x^2}{2} \geq 2 \cdot \frac{x^2}{2}$$

$$u = x + 2x$$

$$u = 3x -$$

$$x^2 \leq 2x$$

$$x = \frac{4}{3}$$

$$(x-2)(y-2)(z-2) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right)$$

$$z = -\frac{2}{3}$$

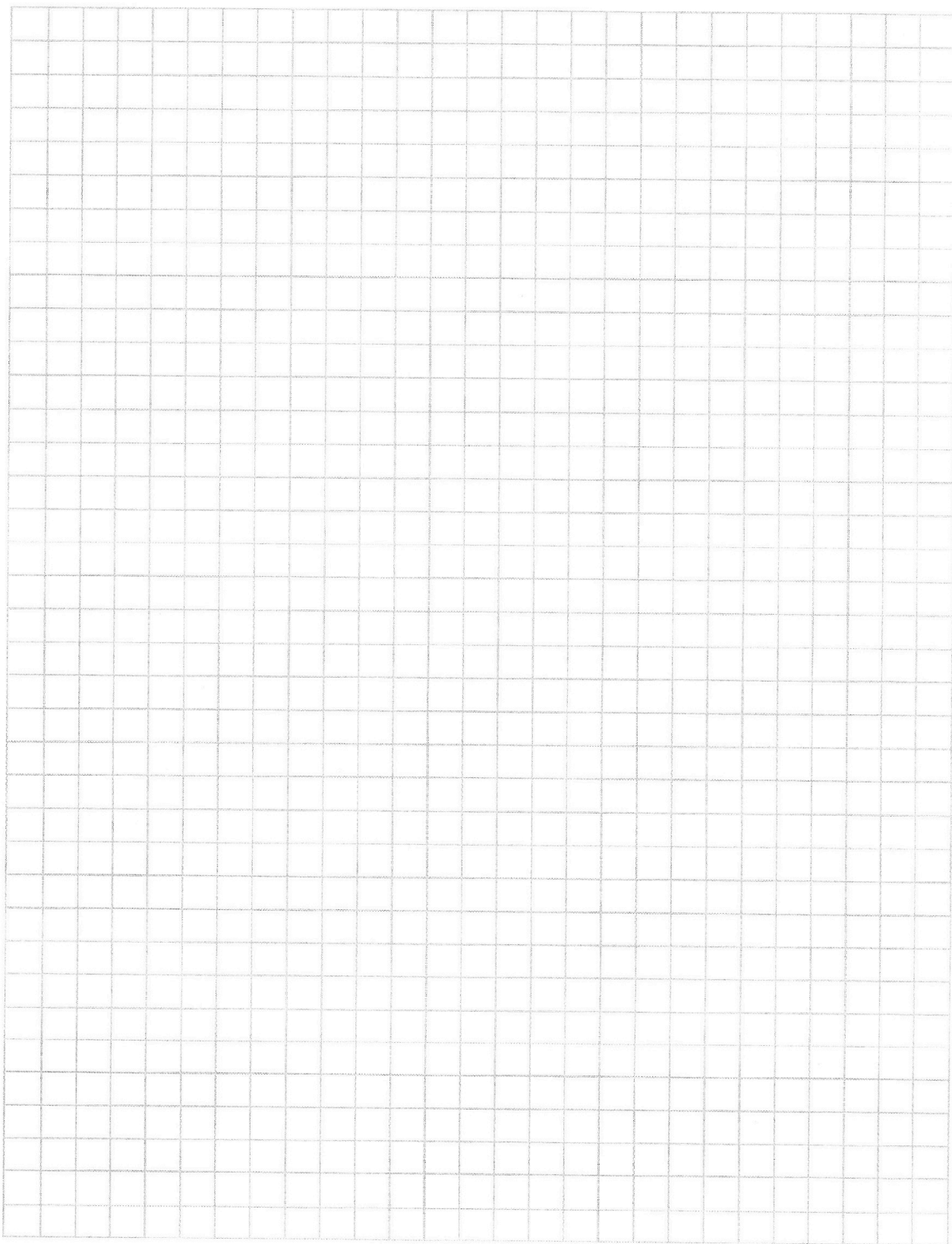


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



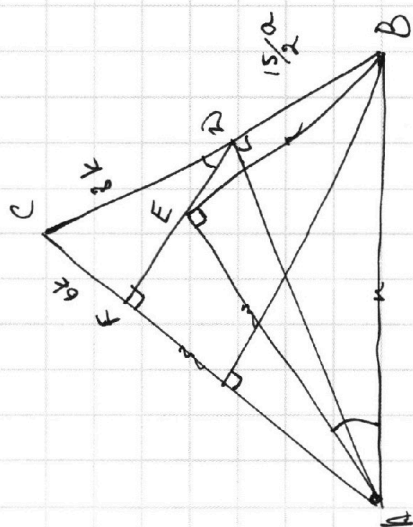


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$8k \cdot a = \frac{15}{2}a$$

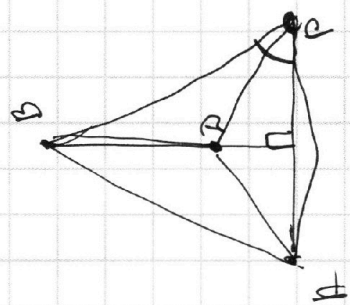
$$8k = \frac{15}{2}$$

$$k = \frac{15}{16}$$

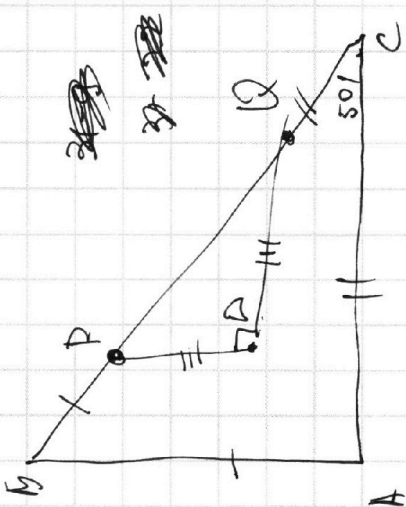
$$AF = 10 - \frac{15 \cdot 6}{16}$$

$$AF = \frac{160 - 90}{16} = \frac{70}{16}$$

$$90 - \beta = 20$$



1) $D \in \Delta AQP \rightarrow \in AB \perp$



$$-2 + -1$$

$$-1 + -2$$



$$\alpha = 65$$

$$\beta = 70$$

$$135$$

$$45$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

[illegible]

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$
 $3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$
 x_1, x_2
 y_1, y_2
 $bc = \frac{15}{2}a$
 $a \neq 0; a + 2$
 $\frac{y_1 y_2}{x_1 x_2} = \frac{a}{3}$
 $x_1 + x_2 = a^2 - a - 7$
 $x_1 x_2 = a^2 - 2a = a(a - 2)$
 $y_1 + y_2 = (6 - a^5)/3$
 $y_1 y_2 = (a^3 - 2a^2)/3 = \frac{a^2}{3}(a - 2)$
 $\sqrt{(10 - 6ka)(6ka)}$
 $y_1 - x_1, y_2 - x_2 = 2$
 $x_1 - y_1 = y_2 - x_2 = x_2 - x_1 = \frac{1}{5}y_2 - y_1$
 $a = 0 \quad x^2 - 7 = 0 \quad x = \pm\sqrt{7}$
 $3x^2 + 6 = 0$
 $x^2 + 2 = 0$
 $x = \pm\sqrt{2}$
 $a = 2 \quad x^2 - 5 = 0 \quad x = \pm\sqrt{5}$
 $3x^2 - 26 = 0$
 $x = \pm\sqrt{82/3}$
 $a = 3 \quad x^2 - 3x + 1 = 0 \quad x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$
 $x^2 - 4x + 2 = 0 \quad x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 8}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{8}}{2} = 2 \pm \sqrt{2}$
 $x^2 - 6x + 2 = 0 \quad x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 8}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{28}}{2} = 3 \pm \sqrt{7}$
 $x^2 - 8x + 2 = 0 \quad x = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 8}}{2} = \frac{8 \pm \sqrt{56}}{2} = 4 \pm \sqrt{14}$
 $x^2 - 10x + 2 = 0 \quad x = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 8}}{2} = \frac{10 \pm \sqrt{92}}{2} = 5 \pm \sqrt{23}$
 $x^2 - 12x + 2 = 0 \quad x = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 8}}{2} = \frac{12 \pm \sqrt{136}}{2} = 6 \pm \sqrt{34}$
 $x^2 - 14x + 2 = 0 \quad x = \frac{14 \pm \sqrt{196 - 8}}{2} = \frac{14 \pm \sqrt{188}}{2} = 7 \pm \sqrt{47}$
 $x^2 - 16x + 2 = 0 \quad x = \frac{16 \pm \sqrt{256 - 8}}{2} = \frac{16 \pm \sqrt{248}}{2} = 8 \pm \sqrt{62}$
 $x^2 - 18x + 2 = 0 \quad x = \frac{18 \pm \sqrt{324 - 8}}{2} = \frac{18 \pm \sqrt{316}}{2} = 9 \pm \sqrt{79}$
 $x^2 - 20x + 2 = 0 \quad x = \frac{20 \pm \sqrt{400 - 8}}{2} = \frac{20 \pm \sqrt{392}}{2} = 10 \pm \sqrt{98}$
 $x^2 - 22x + 2 = 0 \quad x = \frac{22 \pm \sqrt{484 - 8}}{2} = \frac{22 \pm \sqrt{476}}{2} = 11 \pm \sqrt{119}$
 $x^2 - 24x + 2 = 0 \quad x = \frac{24 \pm \sqrt{576 - 8}}{2} = \frac{24 \pm \sqrt{568}}{2} = 12 \pm \sqrt{142}$
 $x^2 - 26x + 2 = 0 \quad x = \frac{26 \pm \sqrt{676 - 8}}{2} = \frac{26 \pm \sqrt{668}}{2} = 13 \pm \sqrt{167}$
 $x^2 - 28x + 2 = 0 \quad x = \frac{28 \pm \sqrt{784 - 8}}{2} = \frac{28 \pm \sqrt{776}}{2} = 14 \pm \sqrt{194}$
 $x^2 - 30x + 2 = 0 \quad x = \frac{30 \pm \sqrt{900 - 8}}{2} = \frac{30 \pm \sqrt{892}}{2} = 15 \pm \sqrt{223}$
 $x^2 - 32x + 2 = 0 \quad x = \frac{32 \pm \sqrt{1024 - 8}}{2} = \frac{32 \pm \sqrt{1016}}{2} = 16 \pm \sqrt{254}$
 $x^2 - 34x + 2 = 0 \quad x = \frac{34 \pm \sqrt{1156 - 8}}{2} = \frac{34 \pm \sqrt{1148}}{2} = 17 \pm \sqrt{287}$
 $x^2 - 36x + 2 = 0 \quad x = \frac{36 \pm \sqrt{1296 - 8}}{2} = \frac{36 \pm \sqrt{1288}}{2} = 18 \pm \sqrt{322}$
 $x^2 - 38x + 2 = 0 \quad x = \frac{38 \pm \sqrt{1444 - 8}}{2} = \frac{38 \pm \sqrt{1436}}{2} = 19 \pm \sqrt{359}$
 $x^2 - 40x + 2 = 0 \quad x = \frac{40 \pm \sqrt{1600 - 8}}{2} = \frac{40 \pm \sqrt{1592}}{2} = 20 \pm \sqrt{398}$
 $x^2 - 42x + 2 = 0 \quad x = \frac{42 \pm \sqrt{1764 - 8}}{2} = \frac{42 \pm \sqrt{1756}}{2} = 21 \pm \sqrt{439}$
 $x^2 - 44x + 2 = 0 \quad x = \frac{44 \pm \sqrt{1936 - 8}}{2} = \frac{44 \pm \sqrt{1928}}{2} = 22 \pm \sqrt{482}$
 $x^2 - 46x + 2 = 0 \quad x = \frac{46 \pm \sqrt{2116 - 8}}{2} = \frac{46 \pm \sqrt{2108}}{2} = 23 \pm \sqrt{527}$
 $x^2 - 48x + 2 = 0 \quad x = \frac{48 \pm \sqrt{2304 - 8}}{2} = \frac{48 \pm \sqrt{2296}}{2} = 24 \pm \sqrt{574}$
 $x^2 - 50x + 2 = 0 \quad x = \frac{50 \pm \sqrt{2500 - 8}}{2} = \frac{50 \pm \sqrt{2492}}{2} = 25 \pm \sqrt{623}$
 $x^2 - 52x + 2 = 0 \quad x = \frac{52 \pm \sqrt{2704 - 8}}{2} = \frac{52 \pm \sqrt{2700}}{2} = 26 \pm \sqrt{675}$
 $x^2 - 54x + 2 = 0 \quad x = \frac{54 \pm \sqrt{2916 - 8}}{2} = \frac{54 \pm \sqrt{2908}}{2} = 27 \pm \sqrt{727}$
 $x^2 - 56x + 2 = 0 \quad x = \frac{56 \pm \sqrt{3136 - 8}}{2} = \frac{56 \pm \sqrt{3128}}{2} = 28 \pm \sqrt{782}$
 $x^2 - 58x + 2 = 0 \quad x = \frac{58 \pm \sqrt{3364 - 8}}{2} = \frac{58 \pm \sqrt{3356}}{2} = 29 \pm \sqrt{839}$
 $x^2 - 60x + 2 = 0 \quad x = \frac{60 \pm \sqrt{3600 - 8}}{2} = \frac{60 \pm \sqrt{3592}}{2} = 30 \pm \sqrt{898}$
 $x^2 - 62x + 2 = 0 \quad x = \frac{62 \pm \sqrt{3844 - 8}}{2} = \frac{62 \pm \sqrt{3836}}{2} = 31 \pm \sqrt{959}$
 $x^2 - 64x + 2 = 0 \quad x = \frac{64 \pm \sqrt{4096 - 8}}{2} = \frac{64 \pm \sqrt{4088}}{2} = 32 \pm \sqrt{1019}$
 $x^2 - 66x + 2 = 0 \quad x = \frac{66 \pm \sqrt{4356 - 8}}{2} = \frac{66 \pm \sqrt{4348}}{2} = 33 \pm \sqrt{1079}$
 $x^2 - 68x + 2 = 0 \quad x = \frac{68 \pm \sqrt{4624 - 8}}{2} = \frac{68 \pm \sqrt{4616}}{2} = 34 \pm \sqrt{1139}$
 $x^2 - 70x + 2 = 0 \quad x = \frac{70 \pm \sqrt{4900 - 8}}{2} = \frac{70 \pm \sqrt{4892}}{2} = 35 \pm \sqrt{1199}$
 $x^2 - 72x + 2 = 0 \quad x = \frac{72 \pm \sqrt{5184 - 8}}{2} = \frac{72 \pm \sqrt{5176}}{2} = 36 \pm \sqrt{1259}$
 $x^2 - 74x + 2 = 0 \quad x = \frac{74 \pm \sqrt{5476 - 8}}{2} = \frac{74 \pm \sqrt{5468}}{2} = 37 \pm \sqrt{1319}$
 $x^2 - 76x + 2 = 0 \quad x = \frac{76 \pm \sqrt{5776 - 8}}{2} = \frac{76 \pm \sqrt{5768}}{2} = 38 \pm \sqrt{1379}$
 $x^2 - 78x + 2 = 0 \quad x = \frac{78 \pm \sqrt{6084 - 8}}{2} = \frac{78 \pm \sqrt{6076}}{2} = 39 \pm \sqrt{1439}$
 $x^2 - 80x + 2 = 0 \quad x = \frac{80 \pm \sqrt{6400 - 8}}{2} = \frac{80 \pm \sqrt{6392}}{2} = 40 \pm \sqrt{1499}$
 $x^2 - 82x + 2 = 0 \quad x = \frac{82 \pm \sqrt{6724 - 8}}{2} = \frac{82 \pm \sqrt{6716}}{2} = 41 \pm \sqrt{1559}$
 $x^2 - 84x + 2 = 0 \quad x = \frac{84 \pm \sqrt{7056 - 8}}{2} = \frac{84 \pm \sqrt{7048}}{2} = 42 \pm \sqrt{1619}$
 $x^2 - 86x + 2 = 0 \quad x = \frac{86 \pm \sqrt{7396 - 8}}{2} = \frac{86 \pm \sqrt{7388}}{2} = 43 \pm \sqrt{1679}$
 $x^2 - 88x + 2 = 0 \quad x = \frac{88 \pm \sqrt{7744 - 8}}{2} = \frac{88 \pm \sqrt{7736}}{2} = 44 \pm \sqrt{1739}$
 $x^2 - 90x + 2 = 0 \quad x = \frac{90 \pm \sqrt{8100 - 8}}{2} = \frac{90 \pm \sqrt{8092}}{2} = 45 \pm \sqrt{1799}$
 $x^2 - 92x + 2 = 0 \quad x = \frac{92 \pm \sqrt{8464 - 8}}{2} = \frac{92 \pm \sqrt{8456}}{2} = 46 \pm \sqrt{1859}$
 $x^2 - 94x + 2 = 0 \quad x = \frac{94 \pm \sqrt{8836 -$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten solutions and diagrams on grid paper.

Top Left: Calculations involving 10^{300001} and $10^{300001} - 1$. Includes a diagram of a triangle with vertices A, B, C and a point D on BC.

Middle Left: Calculations involving $27 \cdot 9$, $27 \cdot 18$, 24 , 36 , 28 . Includes a diagram of a triangle with vertices A, B, C and a point D on BC.

Bottom Left: Calculations involving 29 , 280 , 316 , 325 . Includes a diagram of a triangle with vertices A, B, C and a point D on BC.

Middle: Calculations involving $36 + 64$, 10000 , 9999 , 70000 , 29999 . Includes a diagram of a triangle with vertices A, B, C and a point D on BC.

Right: Calculations involving $28k^2 + 100 + 36k^2 - 120k = y^2$, $x = 64 = x^2$, $36 + 84k^2 - 120k = x^2$. Includes a diagram of a triangle with vertices A, B, C and a point D on BC.

Bottom Right: Calculations involving $7/2$, $5!$, $7!/4!$, $5!/2!$. Includes a diagram of a triangle with vertices A, B, C and a point D on BC.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

[illegible]