



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2, \\ yz = 4x + x^2, \\ zx = 4y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 25 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 15$, $BE = 10$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарiku. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть восемь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$ являются четвертым и пятым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$ являются вторым и седьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| + \left|y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| \leq 6$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle DBC = 35^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2 & \text{I} \\ yz = 4x + x^2 & \text{II} \\ xz = 4y + y^2 & \text{III} \end{cases}$$

$$\text{I} - \text{II}: \quad xy - yz = 4z + z^2 - 4x - x^2$$

$$(z-x)(\cancel{z}+x) + 4(z-x) + y(z-x) = 0$$

$$\underline{(z-x)(x+y+z+4) = 0}$$

Записав скалярные преобразования для 2 групп разностей уравнений, получим, что либо $x=y=z$, либо

$$\underline{x+y+z = -4}$$

$$x=y=z$$

$$x+y+z = -4$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

W1

1. $x=y=z$

Подставим в уравнение I:

$$x^2 = 4x + x^2 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow \text{противоречие с условием.}$$

2. $x+y+z = -4$

$$\begin{aligned} (x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 &= x^2 + y^2 + z^2 + \overbrace{8x+8y+8z}^{-32} + 48 \\ &= x^2 + y^2 + z^2 + 16 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2

$$10^{7075} - 3 \cdot 10^{5050} + 3 \cdot 10^{2025} - 1$$

$$\underbrace{9 \dots 9}_{2024} \underbrace{970 \dots 0}_{2024} \underbrace{29 \dots 9}_{2024}$$

Соответственно, в n^3 будет $2024 \cdot 2 =$
 $= 4048$ девяток

Ответ: 4048



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2

① Заметим, что n можно представить в виде $10^{2025} - 1$. Тогда:

$$n^3 = (10^{2025} - 1)^3 = 10^{7075} - 3 \cdot 10^{5050} + 3 \cdot 10^{2025} - 1.$$

Рассмотрим получившееся число:

$$10^{7075} - 3 \cdot 10^{5050} + 3 \cdot 10^{2025} - 1. \text{ Оно выглядит так:}$$

~~10 - - - - 0~~
~~2024 цифр~~

$$\cancel{10^{7075}} - 3 \cdot 10^{5050} :$$

99 - - - - 9700 - - - - 0
2024 5050

$$10^{7075} - 3 \cdot 10^{5050} + 3 \cdot 10^{2025} :$$

9 - - - - 970 - - - - 030 - - - 0
2024 2024 2024



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

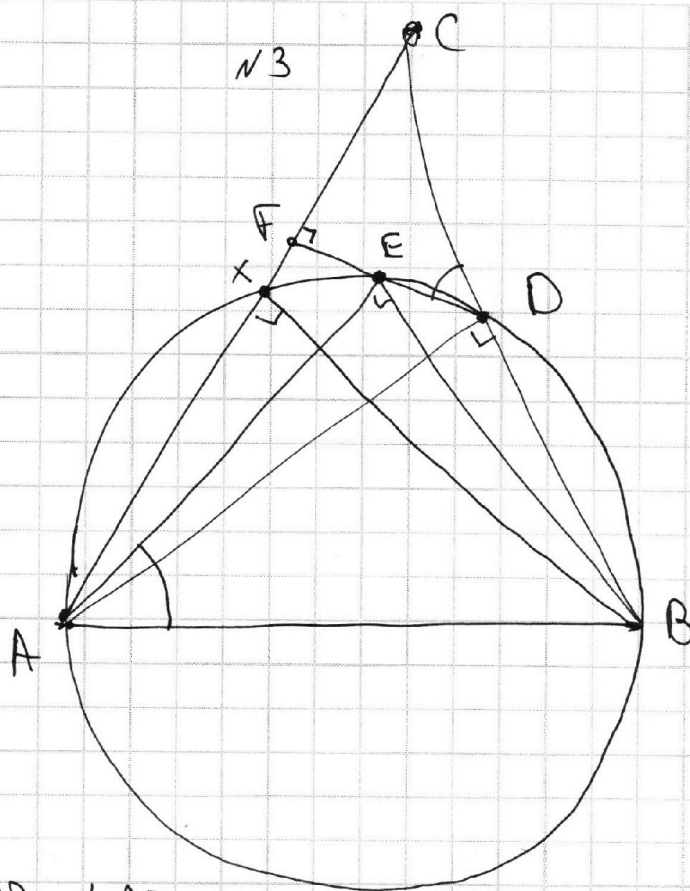
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



⑥ $\angle ACB = \angle ADB = \angle AEB = 90^\circ$

① Пусть $\angle AEB = \alpha$. Тогда $\angle FDC = \alpha$ (по вписанности $AEDB$).

② Тогда $\angle ACB = 90 - \alpha \Rightarrow \angle XAD = \alpha \Rightarrow$
 $\Rightarrow XD = BE = 10$.

③ Докажем, что DX - медиана в $\triangle DAC$.

④ $\alpha \neq 45^\circ$, т.к. $AE^2 = AD^2 + BE^2 = 125 \Rightarrow$
 $\Rightarrow AE = 5\sqrt{5} > BE$

⑤ DX равен половине AC , $\angle ADC = 90^\circ$.



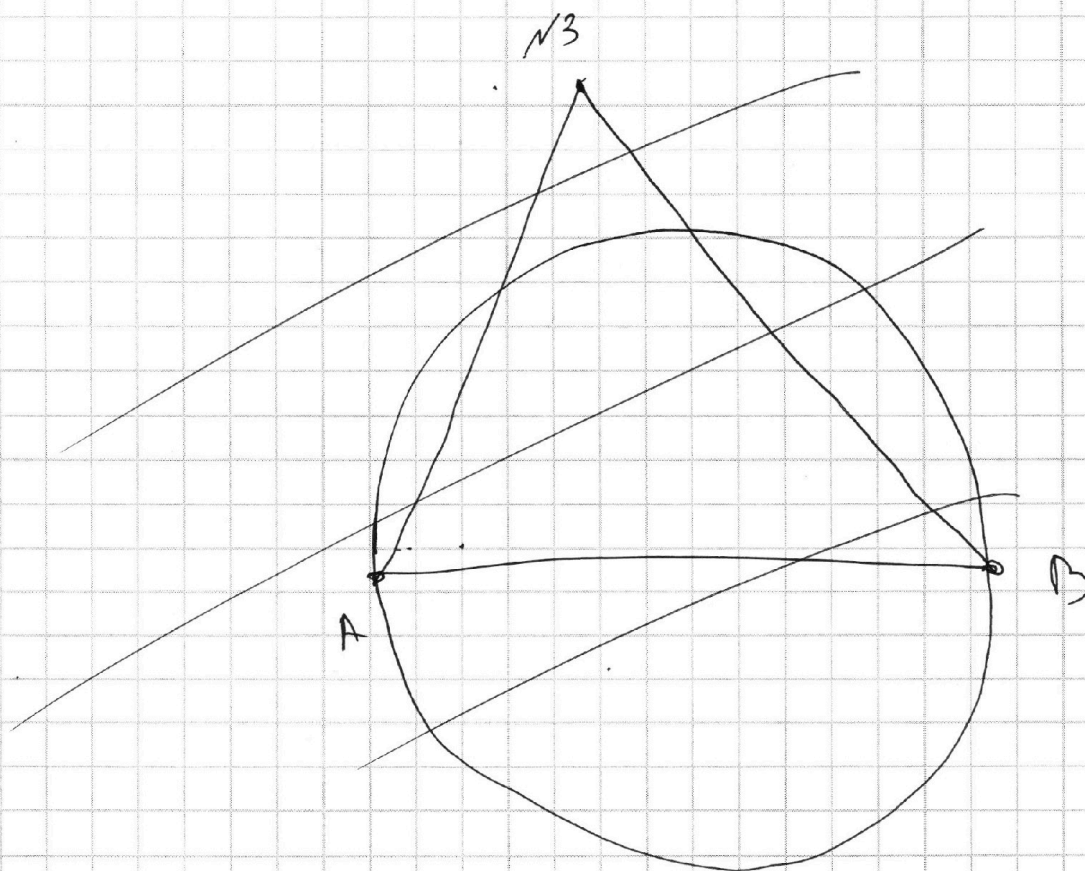
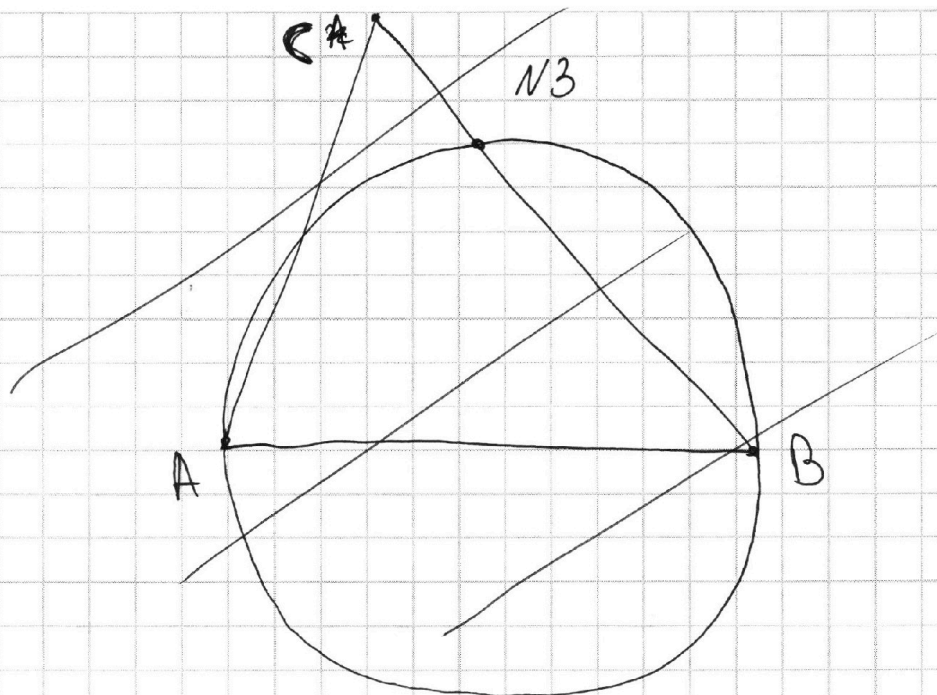
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи** отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3) Тогда $B'NM$ - $\triangle$, однако ~~тогда~~ не может быть, т.к. один из углов в нем будет $> 90^\circ$ (один из углов при основании). Это следует из того, что N в одной полуплоскости с M . $\rightarrow$
 $\rightarrow$ противоречие.

(47) Таким образом, как ранее показано, $\angle CAD$ - меньший в $\triangle CAD$, X лежит в одной полуплоскости с A (относительно высоты DE) $\Rightarrow DX$ - медиана в $\triangle ADC$

(8) Из п7 следует, что $AX = CX \Rightarrow$
 BX - медиана и высота в $\triangle ABC \Rightarrow$
 $\Rightarrow AB = BC = 15$

(9) Посчитаем длину точки C от окружности ω : $AX \cdot AC = CD \cdot CB \Rightarrow$

$$\Rightarrow 200 = 15 \cdot CD \Rightarrow CD = \frac{200}{15}$$

$$(10) FD \parallel XB \Rightarrow \frac{CF}{CX} = \frac{CD}{DB} \Rightarrow CF = \frac{CD \cdot CX}{CB} = \frac{200}{15} \cdot \frac{10}{15} = \left[\frac{20}{3} \right] \Rightarrow AF = 20 - \frac{20}{3} = \left[\frac{100}{3} \right] \text{ Ответ: } \frac{100}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

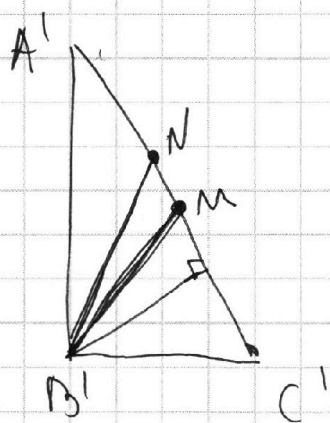
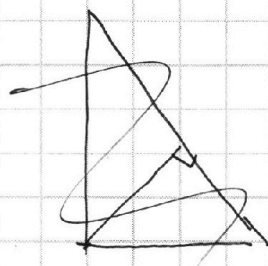
1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА

2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

- 6) Докажем, что если ℓ — $\perp$ Δ отрезок равен медиане и лежит в одной полуплоскости с меньшим из углов Δ , то этот отрезок является медианой.
(отрезок, проведен из прямого угла к точке на гипотенузе)



- 1) Докажем, что середина гипотенузы лежит в одной полуплоскости с ^{меньшим} острым углом.

$$\angle A'MB' = 2\angle C' > 90^\circ, \text{ т.к. } \angle B'A'C' + \angle A'C'B' = 90^\circ, \angle B'A'C' < \angle A'C'B' \Rightarrow \angle A'C'B' > 45^\circ \Rightarrow \text{доказано.}$$

- 2) Пусть в этой полуплоскости есть еще одна точка N такая, что $B'N = \underline{B'M}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

114

1) Пусть всего коробок a . Тогда посчитаем вероятность того, что игрок выиграет, открыв 5 коробок:

Вероятность $\frac{\text{кол-во успешных исходов}}{\text{кол-во всех исходов}} \Rightarrow$

$$\Rightarrow P_1 = \frac{\binom{a-3}{2}}{\binom{a}{5}}$$

Если в любом успешном исходе есть 3 хороших коробки $\Rightarrow$ остается из оставшихся $a-3$ коробок выбрать еще 2

кол-во способов выбрать 5 коробок из a .

2) Посчитаем кол-во вероятности, если всего игрок выбирает 8 коробок:

$$P_2 = \frac{\binom{a-3}{5}}{\binom{a}{8}}$$

Объяснение аналогичное предыдущему.

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\binom{a-3}{5} \cdot \binom{a}{8}}{\binom{a-3}{2} \cdot \binom{a}{5}} = \frac{\frac{(a-3)!}{(a-8)!5!} \cdot \frac{a!}{5!(a-5)!}}{\frac{(a-3)!}{2 \cdot (a-5)!} \cdot \frac{a!}{8!(a-8)!}} =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} &= \frac{(a-3)!}{(a-8)! \cdot 5!} \cdot \frac{a!}{(a-5)! \cdot 5!} \quad \text{нч} \\ &= \frac{(a-3)!}{2 \cdot (a-5)!} \cdot \frac{a!}{8! \cdot (a-8)!} \\ &= \frac{2 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{5!} = \frac{2 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = \boxed{\frac{28}{5}} \end{aligned}$$

Ответ: в $\frac{28}{5}$ раза.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5

① Заметим, что если эта последовательность — a_n , то $a_2 + a_7 = a_1 + a_5$ (пусть шаг прогрессии — d , тогда $a_2 = a_1 + d$, $a_7 = a_1 + 6d$, $a_4 = a_1 + 3d$, $a_5 = a_1 + 4d \Rightarrow a_2 + a_7 = a_4 + a_5 = 2a_1 + 7d$)

② По теореме Виета, сумма корней первого ур-ия равна: ~~сумма~~ $-\frac{-(a^2 - a)}{1} = \boxed{a^2 - a}$

③ Также по т. Виета, сумма корней второго ур-ия равна: $-\frac{-(a^3 - a^2)}{2} = \frac{a^3 - a^2}{2}$

④ Тогда по п.1:

$$a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{2}$$

$$a^3 - 3a^2 + 2a = 0$$

$$a(a^2 - 3a + 2) = 0$$

$$a(a-2)(a-1) = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☒☐☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$I \quad x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$II \quad x^2 - 2x - 74 = 0$$

$$I \quad (x-1)^2 - 3 = 0$$

$$II \quad (x-1)^2 - 75 = 0$$

$$I \quad (x-1-\sqrt{3})(x-1+\sqrt{3}) = 0 \quad \Rightarrow$$

$$II \quad (x-1-5\sqrt{3})(x-1+5\sqrt{3}) = 0$$

$\Rightarrow$ корни уравнений:

$$x_1 = 1 + \sqrt{3}; \quad x_2 = 1 - \sqrt{3}$$

$$x_3 = 1 + 5\sqrt{3}; \quad x_4 = 1 - 5\sqrt{3}$$

Тогда если x_4 - второй член прогрессии,

а шаг прогрессии $-2\sqrt{3}$, то x_3 - седьмой

член, x_2 - четвертый, x_1 - пятый. $\Rightarrow a = 2$

Подходит

Ответ: $a = 2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☒☐☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5

$$a(a-2)(a-1) = 0$$

Рассмотрим 3 случая, подставив
каждое из возможных значений a в
уравнения:

1. $a = 0$

$$\text{I } x^2 + \frac{2}{3} = 0 \rightarrow \text{нет корней} \Rightarrow \text{противоречие}$$

$$\text{II } 2x^2 - 4 = 0$$

2. $a = 1$

$$\text{I } x^2 + \frac{1}{3} = 0 \rightarrow \text{нет корней, т.к. всегда } > 0 \Rightarrow \text{противоречие}$$

$$\text{II } 2x^2 - 2 - 8 - 4 = 0$$

3. $a = 2$

$$\text{I } x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$\text{II } 2x^2 - 4x - 148 = 0$$

Решим эти уравнения и проверим,
подходит ли $a = 2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

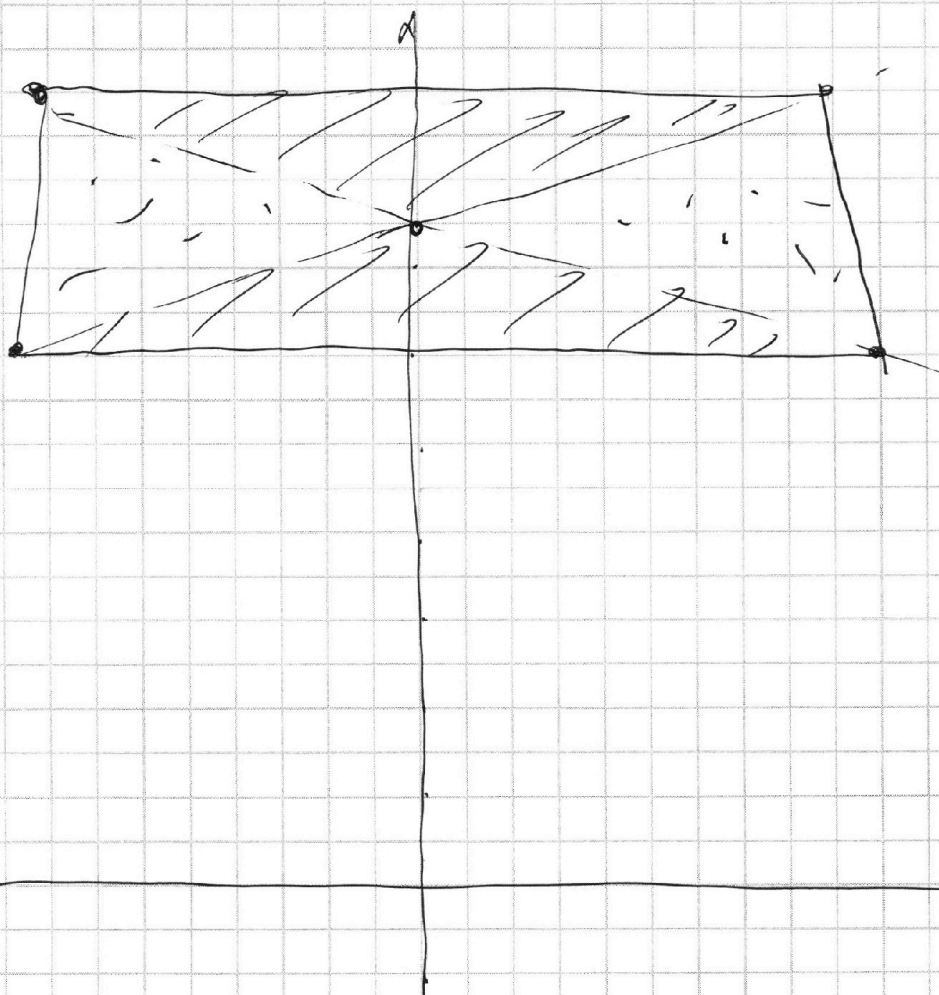
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N6

Все эти прямые проходят через
точку $(0; 15)$:



Причем в случаях 1, 4 получают
закрашенные, а в 2, 3 - нет.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

① Рассмотрим 4 случая:

~~1) $y \geq 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}$~~

1) $y \geq 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}$

~~$y \leq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}$~~

2) $y \geq 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}$
 $y \leq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}$

3) ~~$y \leq 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}$~~
 ~~$y \geq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}$~~

4) $y \leq 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}$
 $y \leq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}$

Каждый из этих случаев — ~~плоскость~~ ^{часть плоскости}. Причем

случаи плоскость делится на 4

части 2 прямыми — $y = 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}$

$y = 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}$

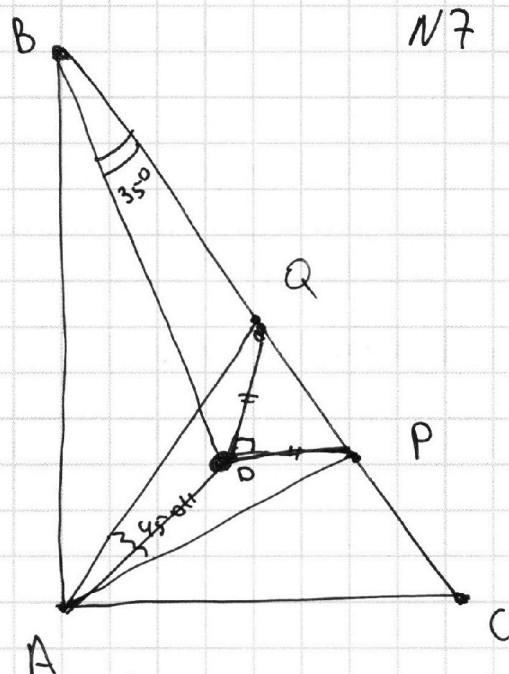


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



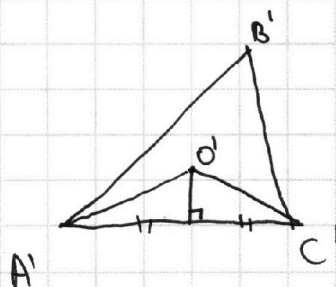
N7

① Пусть $\angle ABC = 2\alpha$, $\angle BCA = 2\beta$. Тогда
по сумме углов $\triangle ABC$, $2\alpha + 2\beta + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow$
 $\Rightarrow \underline{\alpha + \beta = 45}$

② Т.к. треугольники BAP и CAQ — р/б,
 $\angle BAP = 90 - \alpha$, $\angle CAQ = 90 - \beta$.

③ Тогда $\angle PAQ = 90 - \alpha + 90 - \beta - 90 = 90 - \alpha - \beta =$
 $= 45^\circ$

④ Лемма:



Если внутри $\triangle$ с острым
углом B' нашлась точка
 O' такая, что $\angle A'O'C' = 2\angle B'$,
 $A'O' = O'C'$, то O — центр
описанной окр-жности $\triangle A'B'C'$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
2 из 3

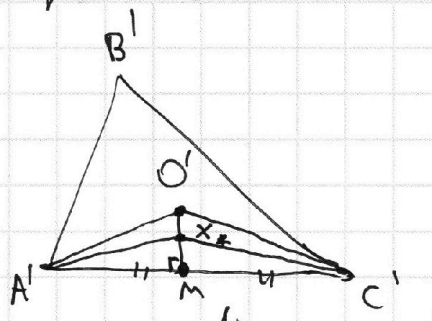
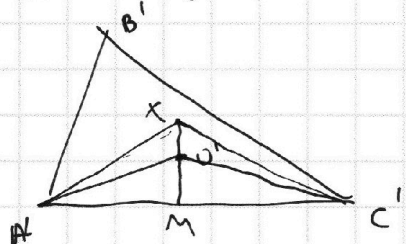
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

⑤ Докажем эту лемму. Заметим, что если $O'A' = O'C'$,

то O' лежит на перпендикуляре к AC' . Тогда предположим, что существует еще какая-то точка X , удовлетворяющая условию, что не

~~является~~ является центром описанной окружности

$\triangle A'B'C'$. Тогда:



1) Точка X лежит либо „выше“, либо „ниже“ O' на перпендикуляре. Если она лежит ниже, то $\angle AXC > \angle AOC$, т.к. $\angle AXM > \angle AOM$, $\angle CXM > \angle COM \Rightarrow$ противоречие. Если же точка X лежит выше, то $\angle A'OM > \angle A'XM$, $\angle C'OM > \angle C'XM \Rightarrow \angle A'XC' < \angle A'O'C' \Rightarrow$ противоречие. Лемма доказана

⑥ Рассмотрим $\triangle PAQ$. В нем $\angle PDQ = 2\angle PAQ$, $DP = DQ \Rightarrow D$ — центр описанной окружности $\triangle PAQ \Rightarrow AD = \overset{DQ}{PD} = PD$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☒

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№7

⑦ Так $AB=AP$, $AD=DP$, BD - бис-са $\angle ABP \Rightarrow$

$$\Rightarrow \angle ABP = 2 \cdot 35^\circ = 70^\circ \Rightarrow \underline{\angle ACQ = 20^\circ}$$

⑧ Аналогично, т.к. $AD=DQ$, $AC=CQ$, CD - бис-са $\angle ACQ \Rightarrow \angle DCB = \frac{\angle ACQ}{2} = \boxed{10^\circ}$

Ответ: 10°



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

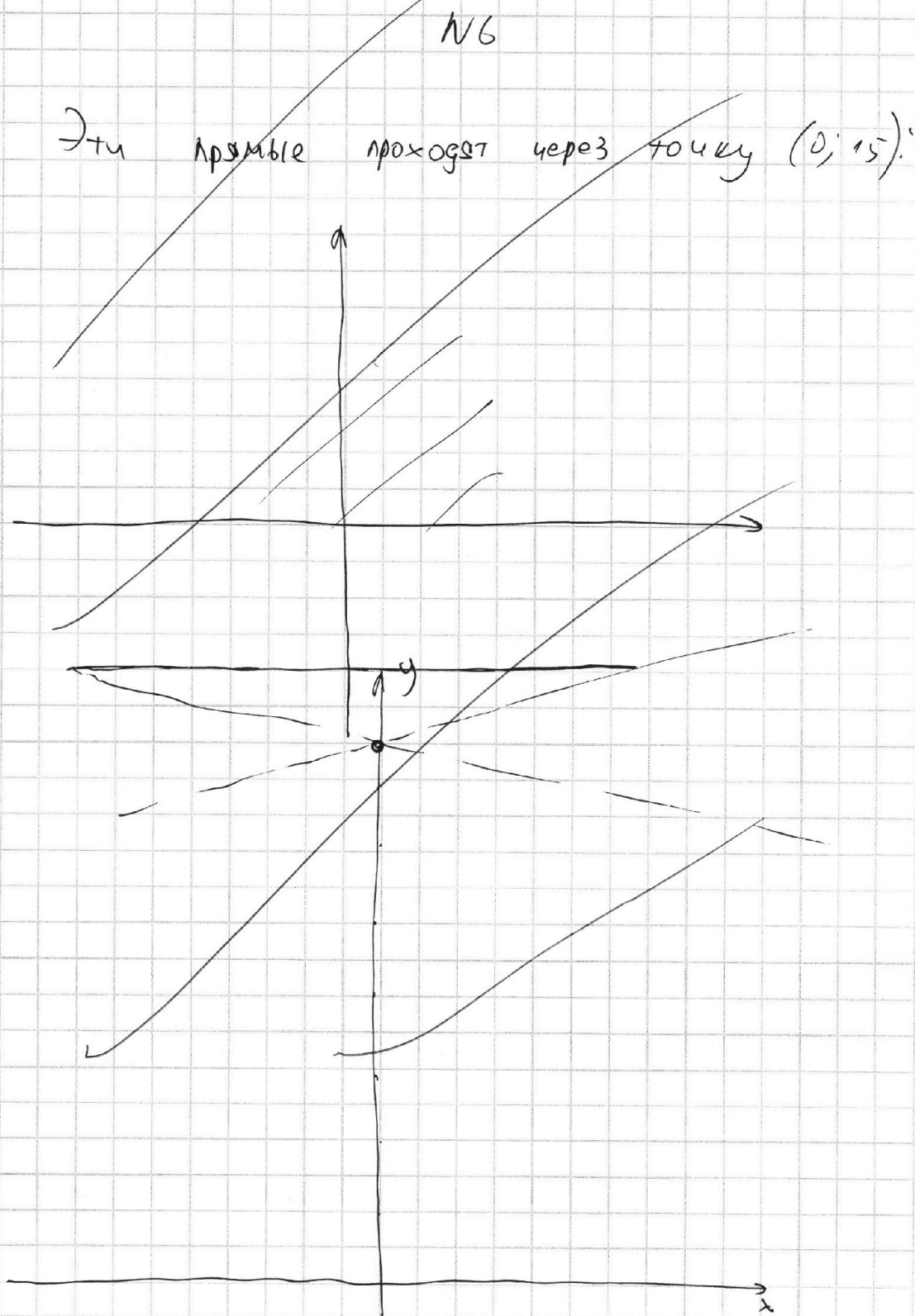
5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x+y+z = -4$$

$$x+y+z = -4$$

$$xy = 4(-x-y-4) + (x+y+4)^2$$

$$xy = -4x - 4y - 16 + x^2 + y^2 + 8x + 8y + 2xy$$

$$x^2 + y^2 + xy + 4x + 4y = 0$$

$$= y - 4 \pm \sqrt{(y+4)^2 - 4(y^2+4y)}$$

||

$$y^2 + 8y + 16 - 4y^2 - 16y$$

$$-3y^2 - 8y + 16$$

$$-3\left(y^2 + \frac{8}{3}y\right) + 16$$

$$(y+2)^2 = \frac{x^2+4}{y^2+4}$$

$$(x+2)^2 = y^2+4$$

$$(z+2)^2 = xy+4$$

$$x^2+8x+16+y^2+8y+z^2+8z+16=$$

$$= 48 + xy + yz + xz - 16$$

$$= 32 + xy + yz + xz$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$xy = 4z + z^2$$

$$yz = 4x + x^2$$

$$zx = 4y + y^2$$

$$z(z+4) + y(y+4) + x(x+4) = xy + yz + xz$$

$$\cancel{z(z+4=x)}$$

$$\left(10^{2500} - 1\right)^3 =$$

$$= 10^{7500} - 3 \cdot 10^{5000} + 3 \cdot 10^{2500} - 1$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad \text{---} \quad 3 \quad \text{---} \quad 3 \quad \text{---} \\ \quad \quad 2499 \quad 0 \quad \quad 2499 \quad 0 \quad \quad 2500 \quad 0 \\ \quad \quad \quad \boxed{2} \quad \boxed{1} \\ \quad \quad \quad 10 \quad 10 \end{array}$$

$$\underline{299}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

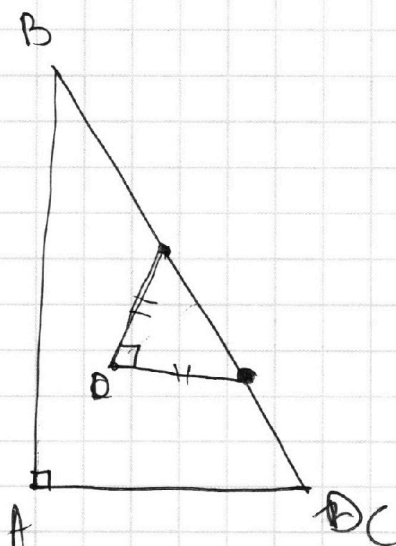
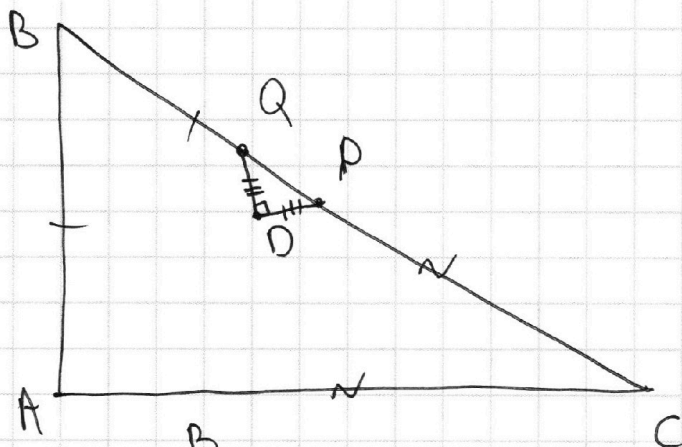
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$xy = 4z + z^2$$

$$yz = 4x + x^2$$

$$2x = 4y + y^2$$

$$xy + yz + zx = y^2 + x^2 + z^2 + 4x + 4y + 4z$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$xy - yz = 4z + z^2 - 4x - x^2$$

$$y(x - z)$$

$$z^2 - x^2 + 4z - 4x + yz - xy$$

$$(z - x)(z + x) + 4(z - x) + y(z - x) = 0$$

$$(z - x)(x + y + z + 4) = 0$$

$$zy = 4z + z^2$$

$$x^2 = 4x + x^2$$

$$z(z + 4 - y) = 0$$

$$48$$

$$z^2 = 4y + y^2$$

$$yz = 4z + z^2$$

$$x + y + z = -4$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

a



$$\frac{C_{a-3}^2}{C_a^5}$$

$$\frac{C_{a-3}^5}{C_a^8}$$

$$\frac{(a-3)(a-4)}{2}$$

$$\frac{(a-3)(a-4)}{a(a-1)(a-2)}$$

$$\frac{(a-3)! \cdot 5!}{2 \cdot a!}$$

$x+y=2$
 $x+y+2=4$

$$\frac{(x+y-4)^2 + (y+y)^2 + 8}{(a-5)! \cdot 2}$$

$$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)! k!}$$

$$\frac{a!}{(a-5)! \cdot 5!}$$

$$= \frac{(a-3)! \cdot a! \cdot (a-5)! \cdot 5!}{2 \cdot a! \cdot (a-5)!}$$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

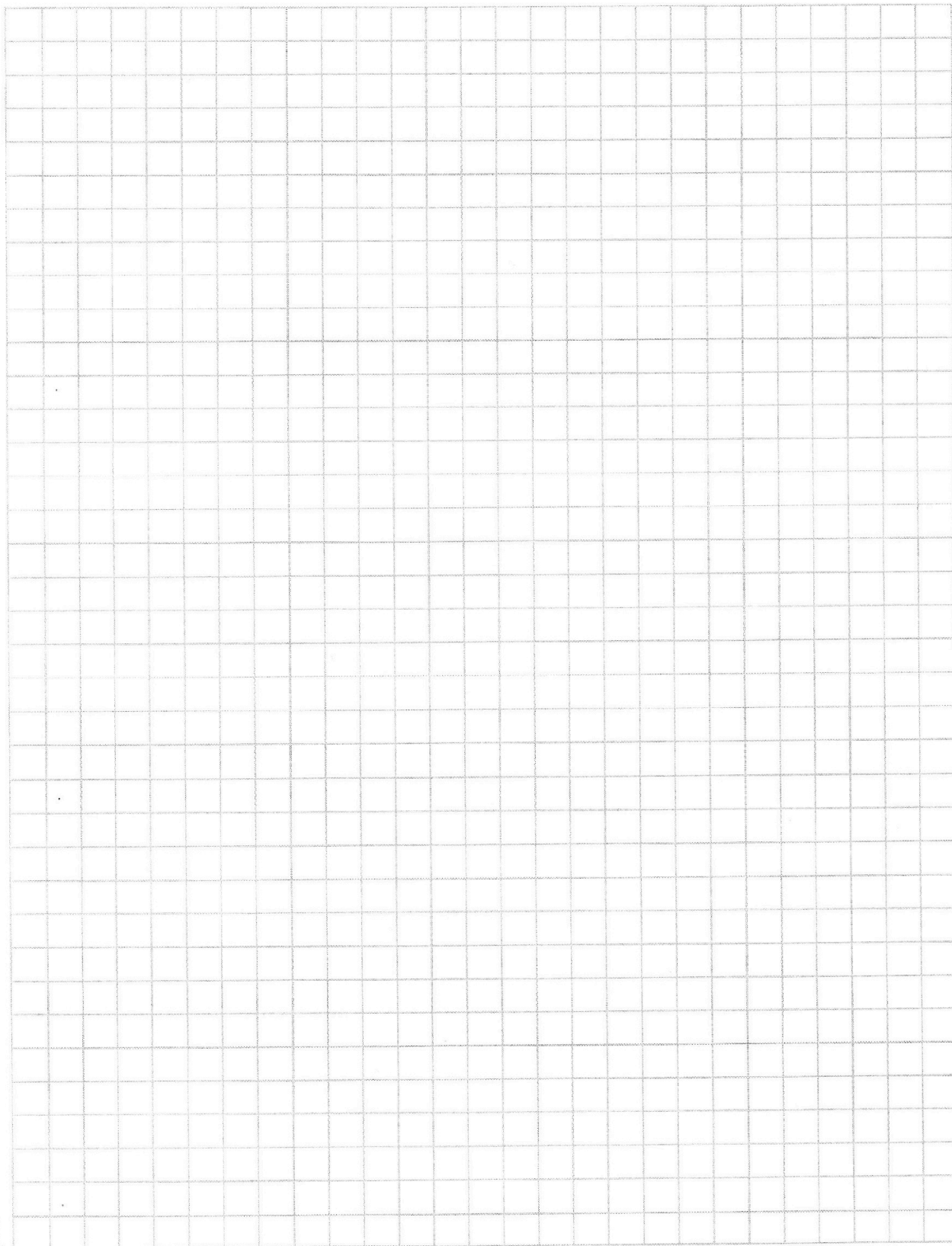
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



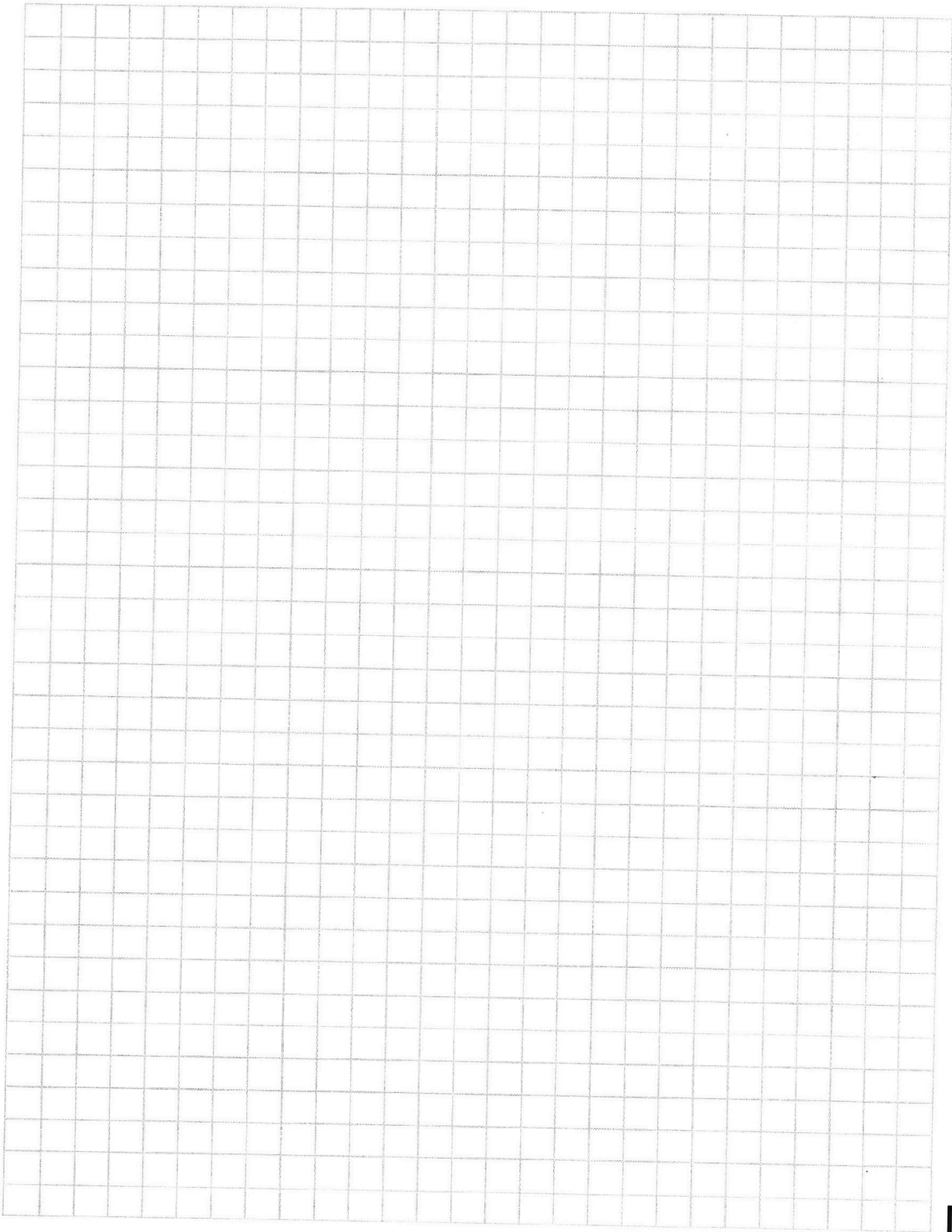


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{(a-3)!}{(a-8)! \cdot 5!} = a!$$

$$\frac{(a-3)! \cdot 8!}{a! \cdot 5!}$$

$$\frac{8!}{5!}$$

//

$$6 \cdot 7 \cdot 8$$

$$\begin{array}{r} 2 \qquad 2 \\ 6 \cdot 7 \cdot 8 \\ \hline 3 \cdot 4 \cdot 5 \end{array}$$

$$\frac{5!}{2}$$

//

$$3 \cdot 4 \cdot 5$$

$$\frac{28}{5}$$



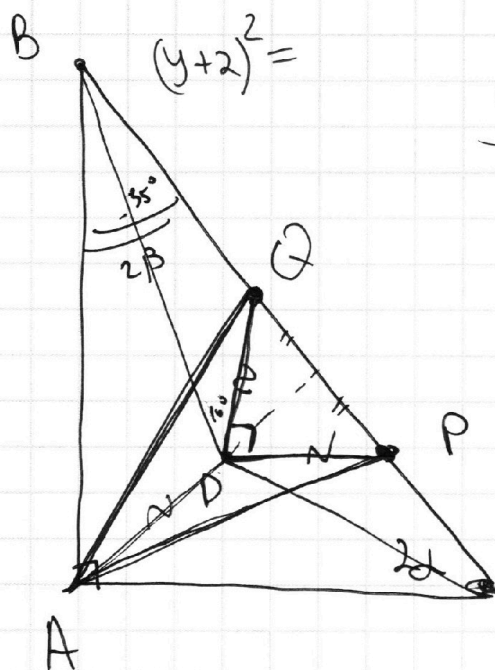
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + y^2 + z^2 = xy + yz + xz + 16$$



$$45 + 35 =$$

$$z(z+x) = x^2$$

$$x^2 - x^2 - 4x = 4z + z^2$$

$$x(-z-x) = 4z + z^2$$

$$(z+x)(z+x) = -x^2$$

$$90 - \alpha - \beta - \gamma$$

$$90 - \alpha - \beta - \gamma$$

$$90 - \alpha - \beta - \gamma$$

$$90 - \alpha - \beta - \gamma$$

$$= 4x^2 + 2z^2 + 2xz + 2xy =$$

$$= (x+y)^2 + (y+z)^2 + (x+z)^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☐☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{2}$$

$$2a^2 - 2a = a^3 - a^2$$

$$a^3 - 3a^2 + 2a = 0$$

$$a = 0$$

$$a^2 - 3a + 2 = 0$$

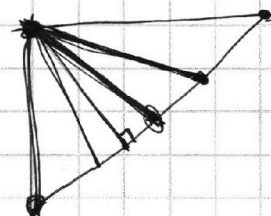
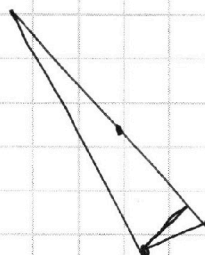
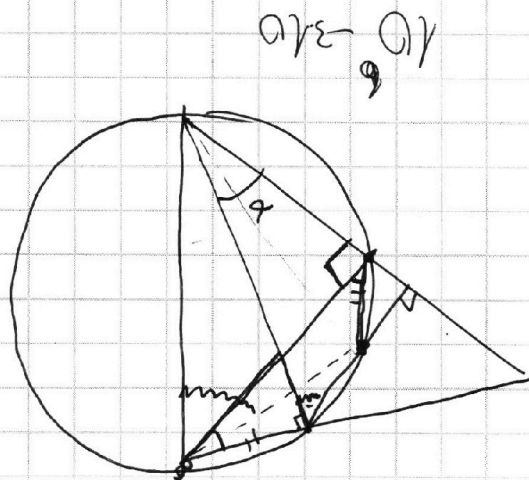
$$(a-2)(a-1) = 0$$

$$x^2 + \frac{2}{3} = 0 \quad \text{нет корней}$$

$$x^2 + \frac{1}{3} = 0$$

$$x^2 - 2x - \frac{1}{3} = 0$$

$$2x^2 - 4x - 44 = 0$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$2x^2 - 4x - \overset{128}{64} - 16 - 4 = 0$$

$$x^2 - 2x - 74 = 0$$

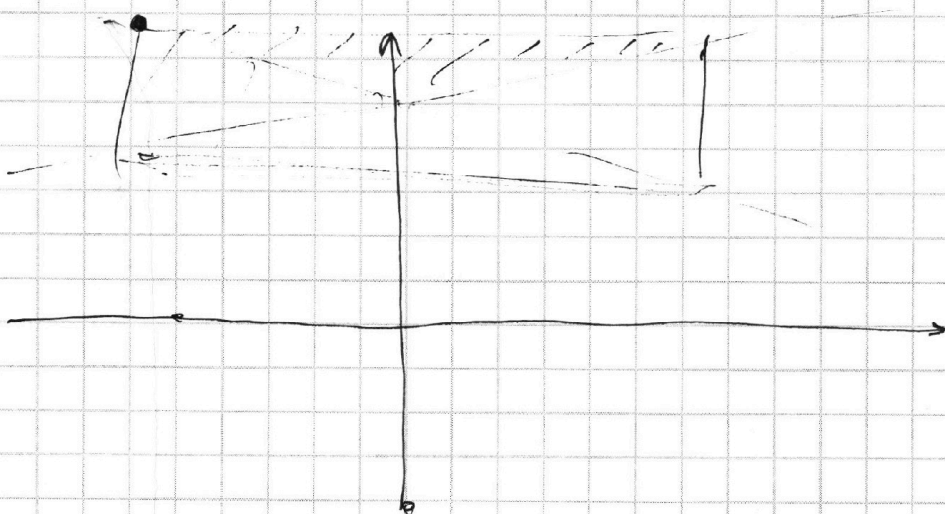
$$x = 1 - \sqrt{25}$$

$$(x - 1 - 5\sqrt{3})(x - 1 + 5\sqrt{3}) = 0$$

$$\boxed{2y - 30} \leq 6$$

$$2y \leq 18$$

$$(x - 1 - \sqrt{3})(x - 1 + \sqrt{3}) = 0$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + 8x + 16 + y^2 + 8y + 16 + z^2 + 8z + 16 =$$

$$= xy + yz + xz + 4(x + y + z) + 48$$

$$(x - y)(x + y + z + 4) = 0$$

$$x + y + z = -4$$

$$x + y + z = -4$$

$$(x + y + z)^2 =$$

$$= x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2xz$$

$$z = -x - y - 4$$

$$xy = 4(-x - y - 4) + (-x - y - 4)^2$$

$$xy = -4x - 4y - 16 + x^2 + y^2 + 8x + 8y + 16 + 2xy$$

$$x^2 + y^2 + xy + 4x + 4y = 0$$

$$x \neq y$$

$$y = z + 4 + x$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} (z+z^2+h+x)z &= (h+y+x)(h+x) \\ (h+z+h+x)z &= (h+x)h + (h+x)^2 \\ z+z^2 + zh + zx &= h^2 + hx + h^2 + 2hx + x^2 + h^2 \end{aligned}$$

$$(z+h+x)z - h^2 =$$

$$= zh + z^2 + xz - h^2$$

$$\begin{aligned} &+ (x^2 + xh + h^2 + 2hx + x^2 + h^2) - (z+h+x)^2 = \\ &= zh + \end{aligned}$$

$$= (x+y+z)^2 - 2xy - 2xz - 2yz - 2xh - 2yh - 2zh =$$

$$= x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz$$

$$+ 2xh + 2yh + 2zh = (x+y)^2 + (y+z)^2 + (h+x)^2$$

$$= x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz$$

$$= x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz$$