МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7

1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2, \\ yz = 4x + x^2, \\ zx = 4y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 25 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3?

3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D. Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω, отличная от D. Найдите AF, если $AC = 20$, $AB = 15$, $BE = 10$.

4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть восемь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$ являются четвертым и пятым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$ являются вторым и седьмым членами этой прогрессии.

6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| + \left|y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| \leqslant 6$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M, которое замела фигура Φ при этом повороте.

7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D, для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle DBC = 35^\circ$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№1

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2 & \text{I} \\ yz = 4x + x^2 & \text{II} \\ xz = 4y + y^2 & \text{III} \end{cases}$$

I − II: $xy - yz = 4z + z^2 - 4x - x^2$

$(z-x)(z+x) + 4(z-x) + y(z-x) = 0$

$(z-x)(x+y+z+4) = 0$

Записав аналогичные преобразования для 2 других разностей уравнений, получим что либо $x = y = z$, либо

$x+y+z = -4$

$x = y = z$ $\qquad$ $x+y+z = -4$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№1

1. $x=y=z$

Подставим в уравнение I:

$x^2 = 4x + x^2 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow$ противоречие с условием.

---

2. $x+y+z=-4$

$$(x+4)^2+(y+4)^2+(z+4)^2 = x^2+y^2+z^2+\underbrace{8x+8y+8z}_{-32}+$$

$$+48 = x^2+y^2+z^2+16$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

N2

$10^{7075} - 3 \cdot 10^{5050} + 3 \cdot 10^{2025} - 1$:

$\underbrace{9\ldots9}_{2024}\underbrace{8}_{}\underbrace{0\ldots0}_{2024}\underbrace{2}_{}\underbrace{0\ldots0}_{2024}\underbrace{9}_{}$

Соответственно, в n^3 будет $2024 \cdot 2 =$

$= 4048$ девяток

Ответ: 4048

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

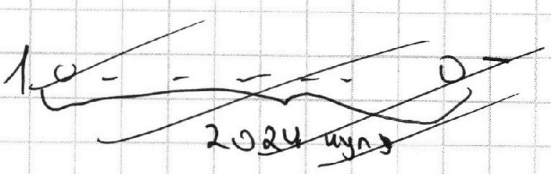
№2

① Заметим, что n можно представить в виде $10^{2025}-1$. Тогда:

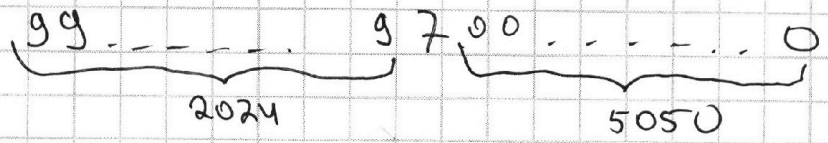
$$n^3=\left(10^{2025}-1\right)^3=10^{7075}-3\cdot10^{5050}+3\cdot10^{2025}-1.$$

Рассмотрим получившееся число:

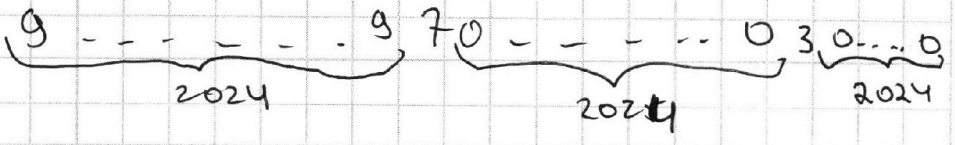
$10^{7075}-3\cdot10^{5050}+3\cdot10^{2025}-1$. Оно выглядит так:



$10^{7075}-3\cdot10^{5050}$:



$10^{7075}-3\cdot10^{5050}+3\cdot10^{2025}$:



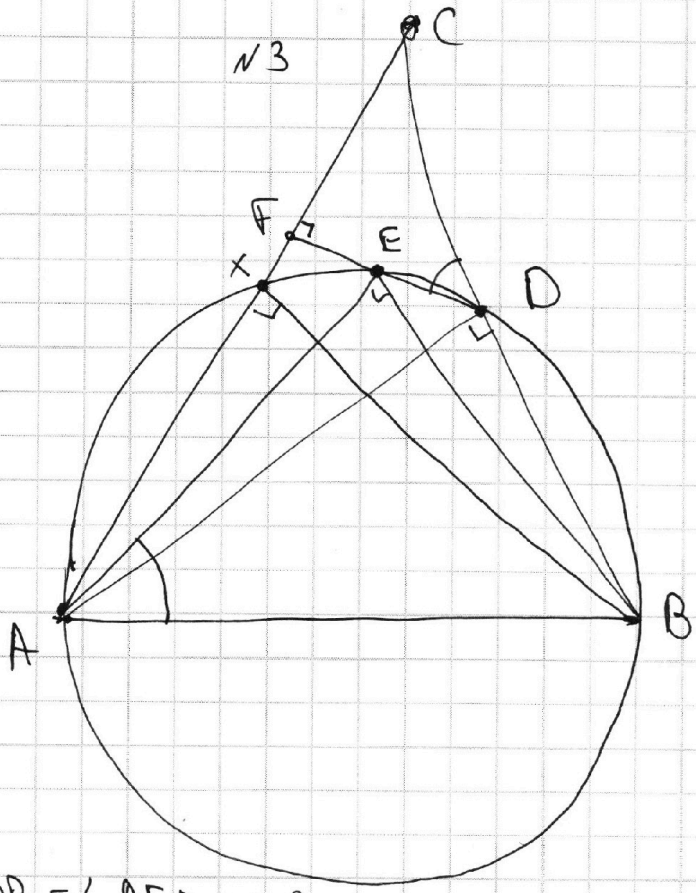
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№3



⓪ $\angle AXB = \angle ADB = \angle AEB = 90^\circ$

① Пусть $\angle AEB = \alpha$. Тогда $\angle FDC = \alpha$ (по вписанности $AEDB$.).

② Тогда $\angle ACB = 90 - \alpha \Rightarrow \angle XAD = \alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow XD = BE = 10$.

③ Докажем, что DX - медиана в $\triangle DAC$.

④ Т.к $\alpha < 45^\circ$, т.к $AE^2 = AB^2 + BE^2 = 125 \Rightarrow$

$\Rightarrow AE = 5\sqrt{5} > BE$

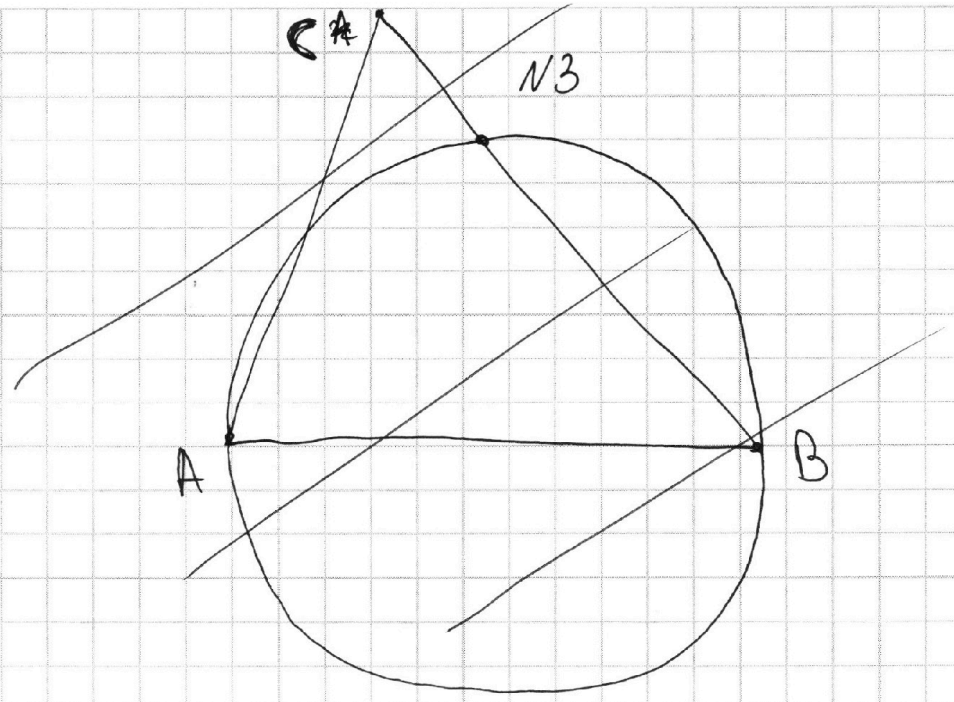
⑤ DX равен половине AC, $\angle ADC = 90^\circ$.

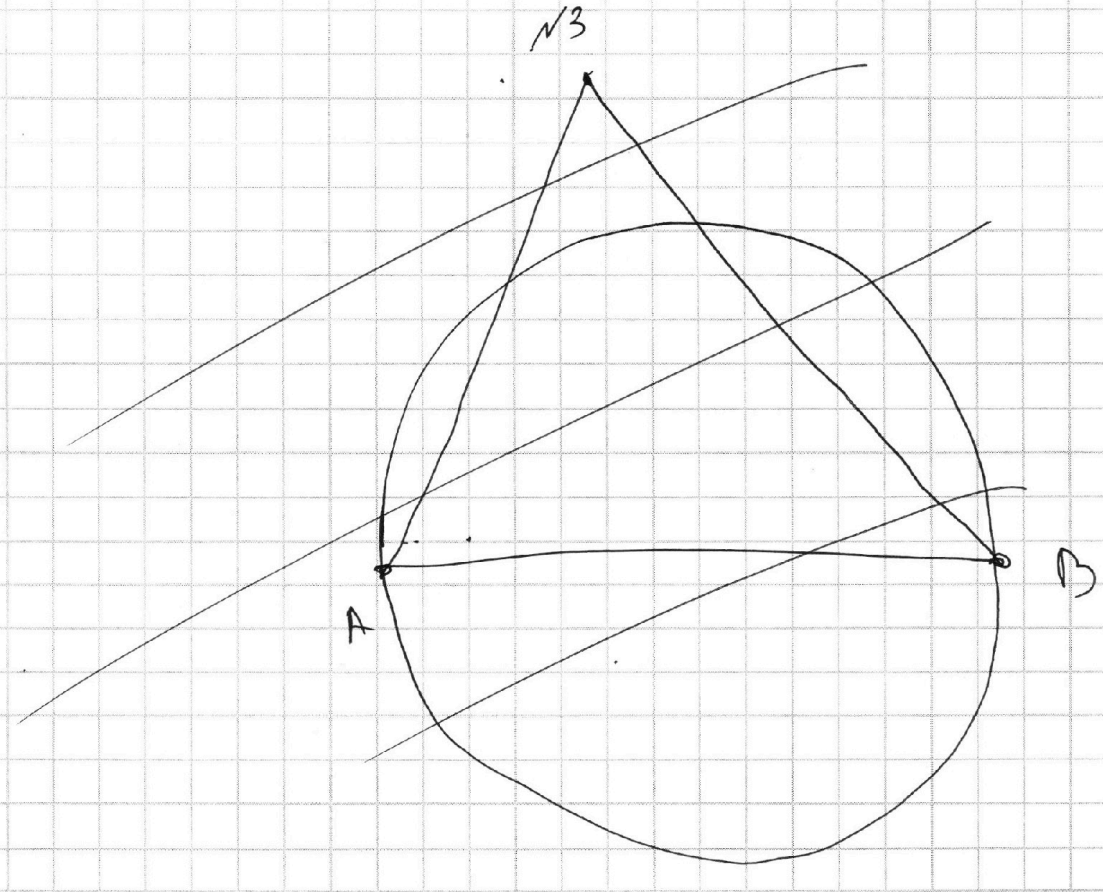
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно.**

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

3) Тогда $B'NM$ – р/б, однако ~~тогда~~ такого не может быть, т.к один из углов в нем будет $> 90^\circ$ (один из углов при основании). Это следует из того, что N в одной полуплоскости с M. $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ противоречие.

(17) Таким образом, как ранее доказано, $\angle CAD$ – меньший в $\triangle CAD$, X лежит в одной полуплоскости с A (относительно высоты DF) $\Rightarrow$ DX – медиана в $\triangle ADC$

(8) Из п7 следует, что $AX = CX \Rightarrow$ BX – медиана и высота в $\triangle ABC \Rightarrow$

$\Rightarrow AB = BC = 15$

(9) Посчитаем степень точки C отн окружности ω: $AX \cdot AC = CD \cdot CB \Rightarrow$

$\Rightarrow 200 = 15CD \Rightarrow CD = \frac{200}{15}$

(10) $FD \parallel XB \Rightarrow \frac{CF}{CX} = \frac{CD}{DB} \Rightarrow CF = \frac{CD \cdot CX}{CB/2B} =$

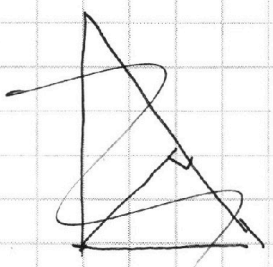
$= \frac{200}{15} \cdot \frac{10}{15} = \boxed{\frac{80}{9}} \Rightarrow AF = 20 - \frac{80}{9} = \boxed{\frac{100}{9}}$ Ответ: $\frac{100}{9}$

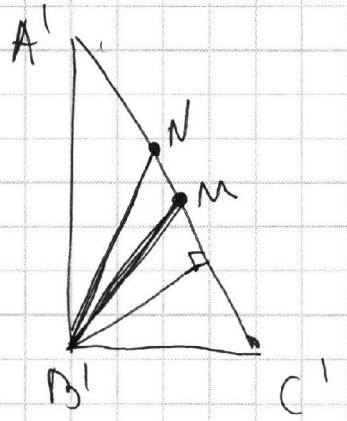
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

⑥ Докажем, что если $l \perp \Delta$ отрезок равен медиане и лежит в одной полуплоскости с меньшим из углов Δ, то этот отрезок является медианой. (отрезок, проведен из прямого угла к точке на гипотенузе)





1) Докажем, что середина гипотенузы лежит в одной полуплоскости с ~~острым~~ меньшим углом.

$\angle A'MB' = 2\angle C' > 90°$, т.к $\angle B'A'C' + \angle A'C'B' = 90°$, $\angle B'A'C' < \angle A'C'B' \Rightarrow \angle A'C'B' > 45° \Rightarrow$

$\Rightarrow$ доказано.

2) Пусть в этой полуплоскости есть еще одна точка N такая, что $B'N = B'M$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№4

① Пусть всего коробок a. Тогда посчитаем вероятность того, что игрок выиграет, открыв 5 коробок:

Вероятность $=$ кол-во успешных исходов / кол-во всех исходов $\Rightarrow$

$$\Rightarrow P_1 = \frac{\binom{2}{a-3}}{\binom{5}{a}}$$

→ Если в любом успешном исходе есть 3 хорошие коробки $\Rightarrow$ остается из оставшихся $a-3$ коробок выбрать еще 2

→ кол-во способов выбрать 5 коробок из a.

---

② Посчитаем кол вероятность, если всего игрок выбирает 8 коробок:

$$P_2 = \frac{\binom{5}{a-3}}{\binom{8}{a}}$$

Обозначение аналогичное прошлому.

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\binom{5}{a-3}\cdot\binom{5}{a}}{\binom{2}{a-3}\binom{8}{a}} = \frac{\frac{(a-3)!}{(a-8)!\,5!}\cdot\frac{a!}{5!(a-5)!}}{\frac{(a-3)!}{2\cdot(a-5)!}\cdot\frac{a!}{8!(a-8)!}} =$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№4

$$= \frac{\frac{(a-3)!}{(a-8)!\,5!} \cdot \frac{a!}{(a-5)!\,5!}}{\frac{(a-3)!}{2\cdot(a-5)!} \cdot \frac{a!}{8!\,(a-8)!}} = \frac{8!\cdot 2}{(5!)^2} =$$

$$= \frac{2\cdot 6\cdot 7\cdot 8}{5!} = \frac{2\cdot 6\cdot 7\cdot 8}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5} = \boxed{\frac{28}{5}}$$

Ответ: в $\frac{28}{5}$ раза.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно.**

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

N5

① Заметим, что если эта последовательность - a_n, то $a_2 + a_7 = a_4 + a_5$ (пусть шаг прогрессии - d, тогда $a_2 = a_1 + d$, $a_7 = a_1 + 6d$, $a_4 = a_1 + 3d$, $a_5 = a_1 + 4d \Rightarrow a_2 + a_7 = a_4 + a_5 = 2a_1 + 7d$)

② По теореме Виета, сумма корней первого ур-ия равна: $-\frac{-(a^2-a)}{1} = a^2 - a$

③ Также по т. Виета, сумма корней второго ур-ия равна: $-\frac{-(a^3-a^2)}{2} = \frac{a^3-a^2}{2}$

④ Тогда по п.1:

$$a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{2}$$

$$a^3 - 3a^2 + 2a = 0$$

$$a(a^2 - 3a + 2) = 0$$

$$a(a-2)(a-1) = 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

I $x^2 - 2x - 2 = 0$

II $x^2 - 2x - 74 = 0$

I $(x-1)^2 - 3 = 0$

II $(x-1)^2 - 75 = 0$

I $(x - 1 - \sqrt{3})(x - 1 + \sqrt{3}) = 0$ $\Rightarrow$

II $(x - 1 - 5\sqrt{3})(x - 1 + 5\sqrt{3}) = 0$

$\Rightarrow$ корни уравнений:

$x_1 = 1 + \sqrt{3}$; $x_2 = 1 - \sqrt{3}$

$x_3 = 1 + 5\sqrt{3}$; $x_4 = 1 - 5\sqrt{3}$

Тогда если x_4 - второй член прогрессии, а шаг прогрессии $-2\sqrt{5}$, то x_3 - седьмой член, x_2 - четвертый, x_1 - пятый. $\Rightarrow a = 2$

Подходит

Ответ: $a = 2$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц **в решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

N5

$a(a-2)(a-1)=0$

Рассмотрим 3 случая, подставив каждое из возможных значений a в уравнения:

1. $a=0$

I $x^2+\frac{2}{3}=0$ → нет корней (так как всегда >0) ⇒ противоречие

II $2x^2-4=0$

2. $a=1$

I $x^2+\frac{1}{3}=0$ → нет корней, т.к. всегда >0 ⇒ противоречие

II $2x^2-2-8-4=0$

3. $a=2$

I $x^2-2x-2=0$

II $2x^2-4x-148=0$

Решим эти уравнения и проверим, подходит ли $a=2$

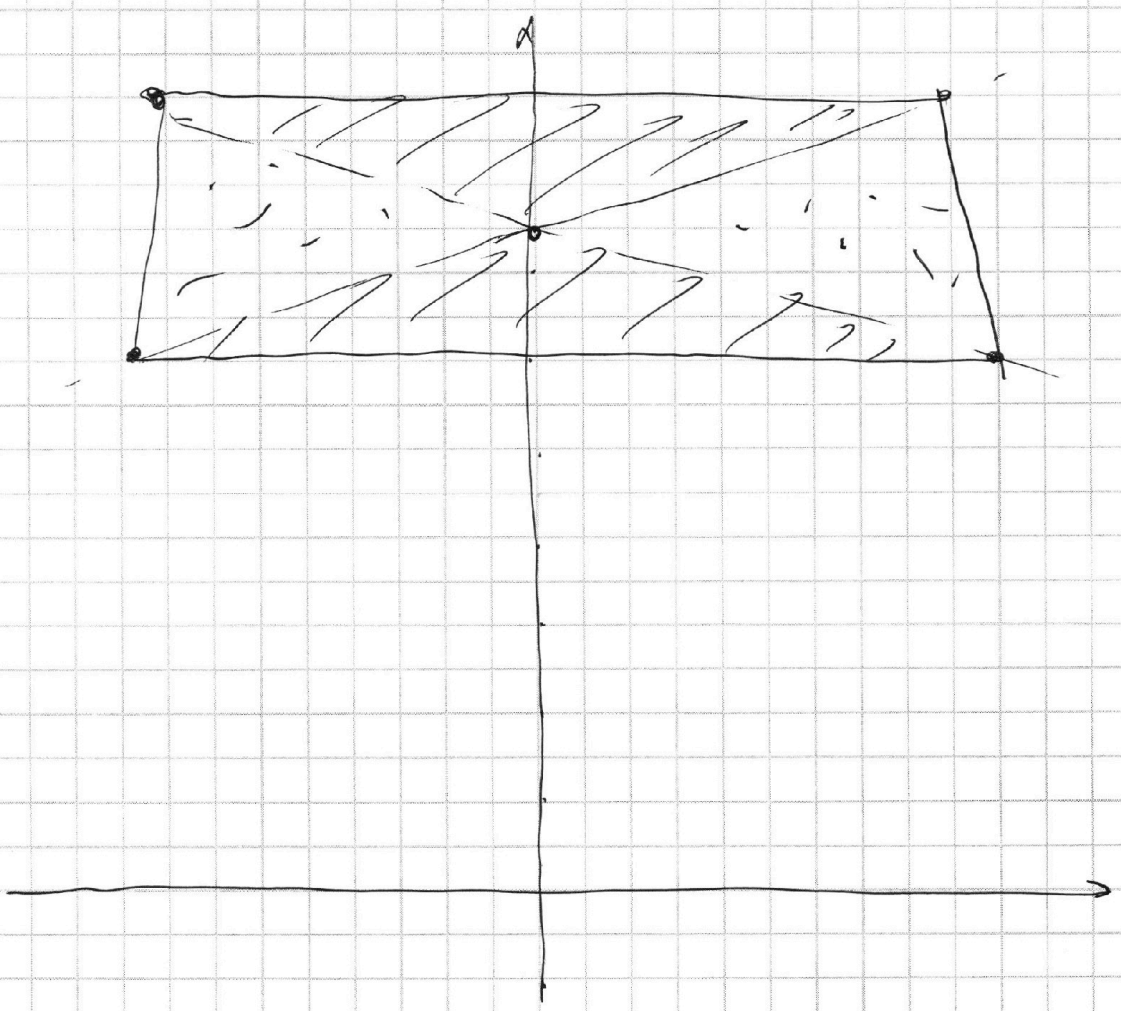
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно.**

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№6

Все эти прямые проходят через точку (0; 15).



Причем в случаях 1, 4 получаются закрашенные, а в 2, 3 – нет.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№6

① Рассмотрим 4 случая:

1) $y \geq 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}$

$y \geq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}$

2) $y \geq 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}$

$y \leq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}$

3) $y \leq 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}$

$y \geq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}$

4) $y \leq 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}$

$y \leq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}$

Каждый из этих случаев – часть плоскости. Причем каждый случай плоскость делится на 4 части 2 прямыми – $y = 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}$

$y = 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}$

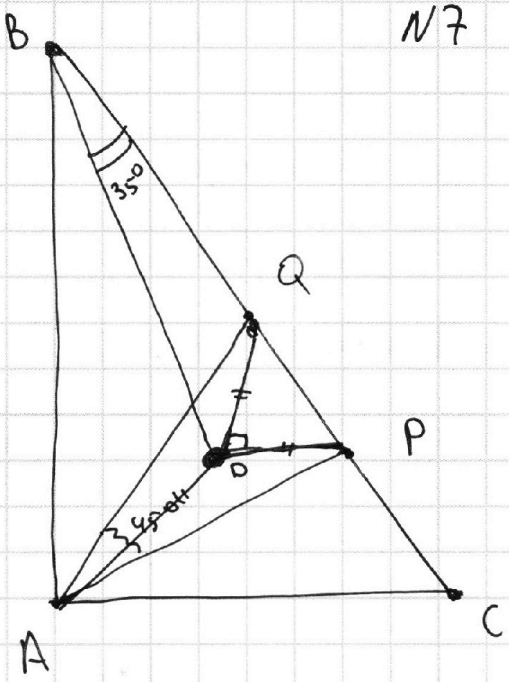
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

СТРАНИЦА 1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

N7



① Пусть $\angle ABC = 2\alpha$, $\angle BCA = 2\beta$. Тогда

По сумме углов $\triangle ABC$, $2\alpha + 2\beta + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \underline{\alpha + \beta = 45}$

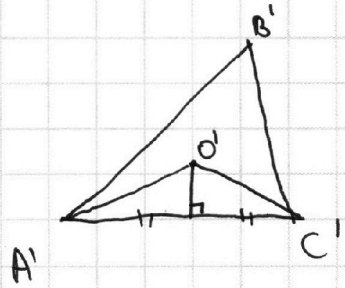
② Т.к треугольники BAP и CAQ – р/б,

$\angle BAP = 90 - \alpha$, $\angle CAQ = 90 - \beta$.

③ Тогда $\angle PAQ = 90 - \alpha + 90 - \beta - 90 = 90 - \alpha - \beta =$

$= 45^\circ$

④ Лемма:



Если внутри $\triangle$ с острым углом B' нашлась точка O' такая, что $\angle A'O'C' = 2\angle B'$, $A'O' = O'C'$, то O – центр описанной окр-ности $\triangle A'B'C'$

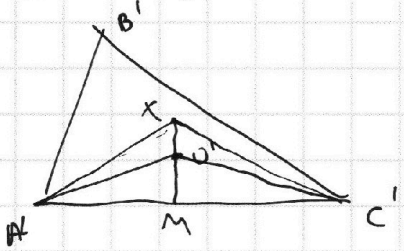
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

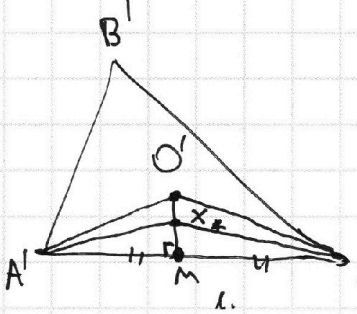
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА 2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

(5) Докажем эту лемму. Заметим, что если $O'A'=O'C'$, то O' лежит на сер-пере к AC. Тогда предположим, что существует еще какая-то точка X, удовлетворяющая условиям, но не ~~является~~ являющаяся центром описанной окр-ности Δ. Тогда:





1) Точка X лежит либо „выше", либо „ниже" O' на сер-пере. Если она лежит ниже, то $\angle AXC > \angle AO'C$, т.к $\angle AXM > \angle AOM$, $\angle CXM > \angle CO'M \Rightarrow$ $\Rightarrow$ противоречие. Если же точка X лежит выше, то $\angle A'O'M > \angle A'XM$, $\angle C'O'M > \angle C'XM \Rightarrow \angle A'XC' < \angle A'O'C' \Rightarrow$ противоречие. Лемма доказана

---

(6) Рассмотрим $\Delta PDAQ$. В нем $\angle PDQ = 2\angle PAQ$, $DP = DQ \Rightarrow D$ - центр описанной окр-ности $\Delta PAQ \Rightarrow AD = DQ = DP$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

СТРАНИЦА 3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№7

① Так $AB=AP$, $AD=DP$, BD - бис-са $\angle ABP \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle ABP = 2 \cdot 35^\circ = 70^\circ \Rightarrow \underline{\angle ACQ = 20^\circ}$

② Аналогично, т.к $AD=DQ$, $AC=CQ$, CD - бис-са $\angle ACQ \Rightarrow \angle DCB = \frac{\angle ACQ}{2} = \boxed{10^\circ}$

Ответ: 10°

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно.**

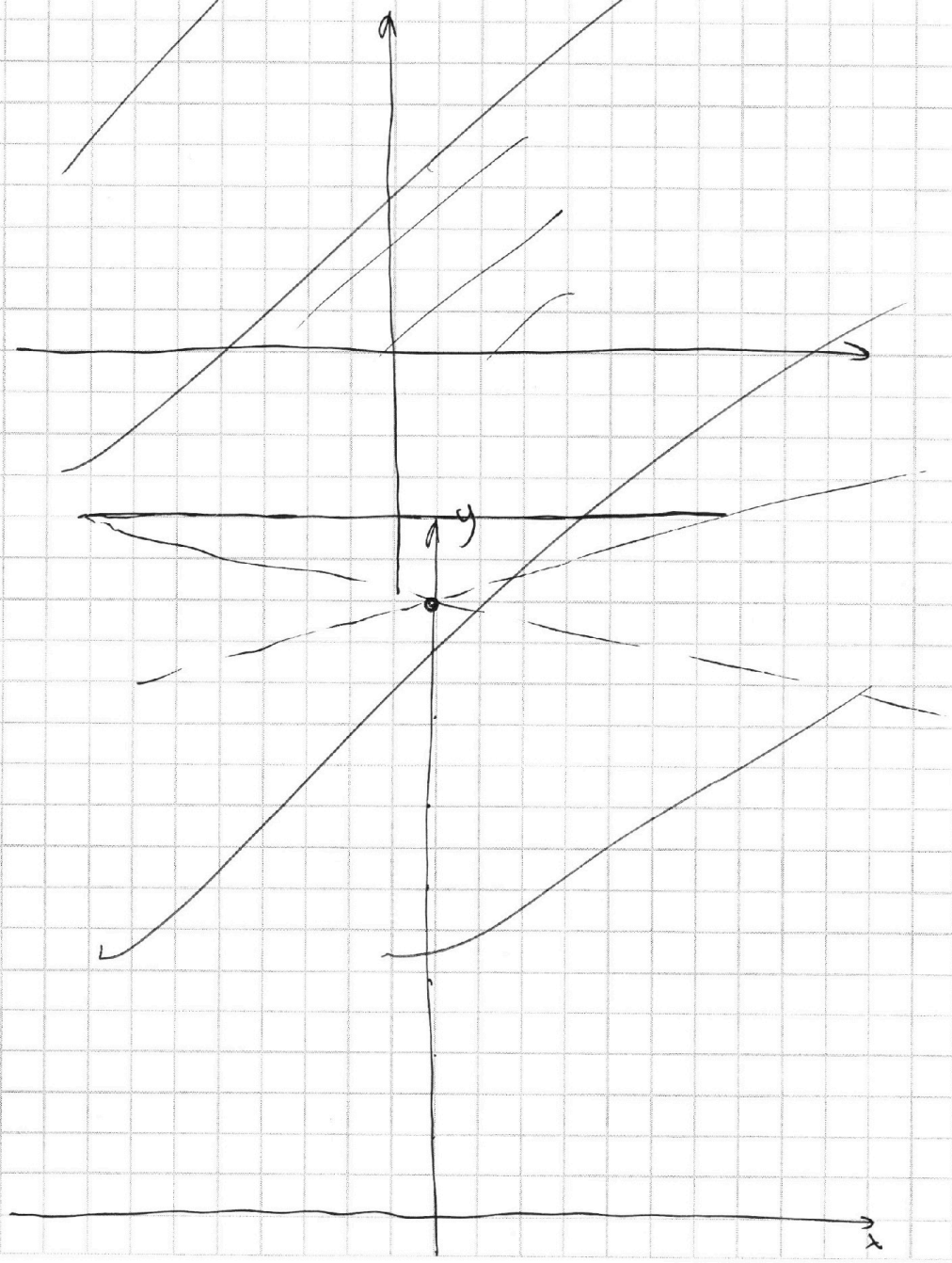
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ■ 7 ☐

СТРАНИЦА 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№6

Эти прямые проходят через точку (0; 15).



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

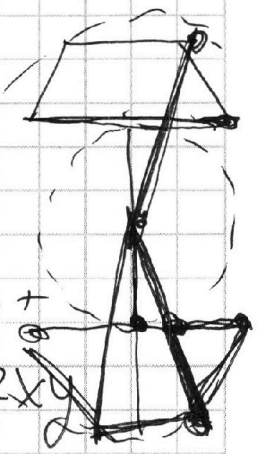
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$x+y+z=-4$

$x+y+z=-4$



$$xy = 4(-x-y-4) + (x+y+4)^2$$

$$xy = -4x-4y-16 + x^2+y^2+16+$$
$$+2x+2y+2xy$$

$$x^2+y^2+xy+4x+4y=0$$

$$-y-4 \pm \sqrt{(y+4)^2-4(y^2+4y)}$$

$$(y+2)^2 = xz+4$$
$$(x+2)^2 = yz+4$$
$$(z+2)^2 = xy+4$$

$$x^2+2x+16+y^2+8y+z^2+2z+16 = 4(xy+yz+xz-16)$$

$$= 48+4xy+4yz+4xz$$

$$= 32+xy+yz+xz$$

$$y^2+8y+16-4y^2-16y$$

$$-3y^2-8y+16$$

$$-3\left(y^2+\frac{8}{3}y\right)+16$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$xy = 4z + z^2$$
$$yz = 4x + x^2$$
$$zx = 4y + y^2$$

$$z(z+4) + y(y+4) + x(x+4) = xy + yz + xz$$

~~$z(z+4=x)$~~

$$\left(10^{2500} - 1\right)^3 =$$

$$= 10^{7500} - 3 \cdot 10^{5000} + 3 \cdot 10^{2500} - 1$$

$1 \underbrace{\ldots\ldots}_{2499\ 0} 3 \underbrace{\qquad}_{2499\ 0} 3 \underbrace{\qquad}_{2500\ 0}$

$10 \quad 10$

299

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

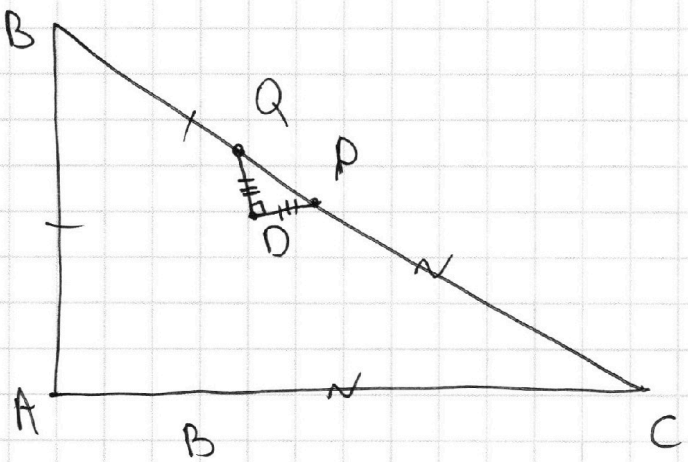
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

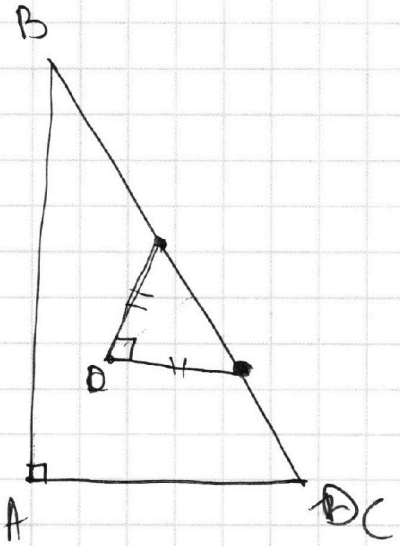
$$xy = 4z + z^2$$

$$yz = 4x + x^2$$

$$zx = 4y + y^2$$

$$xy + yz + zx = y^2 + x^2 + z^2 + 4x + 4y + 4z$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$xy - yz = 4z + z^2 - 4x - x^2$$

~~$y(x-z)$~~

$$z^2 - x^2 + 4z - 4x + yz - xy$$

$$(z-x)(z+x) + 4(z-x) + y(z-x) = 0$$

$$\boxed{(z-x)(x+y+z+4) = 0}$$

$$zy = 4z + z^2$$

$$z(z+4-y) = 0$$

$$x^2 = 4x + x^2$$

48

$$z^2 = 4y + y^2$$

$$yz = 4z + z^2$$

$$x+y+z = -4$$

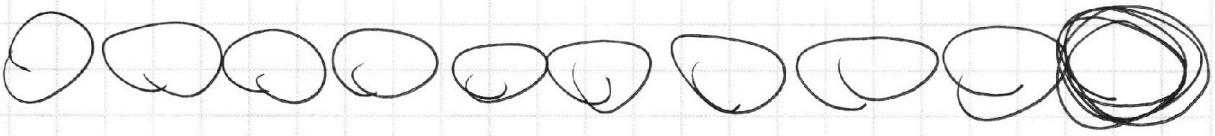
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

а)



$$\frac{C_{a-3}^{2}}{C_{a}^{5}} \qquad \frac{C_{a-3}^{5}}{C_{a}^{8}}$$

$$\frac{\frac{(a-3)(a-4)}{2}}{a(a-1)(a-2)} \qquad \frac{(a-3)!\cdot 5!}{2\cdot a!}$$

$x+y$

$(-x-y-4)^2 + (y+4)^2$

$2+4 = -x-y$

$x+y+2=4$

$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!\,k!}$

$$\frac{\frac{(a-3)!}{(a-5)!\,2}}{\frac{a!}{(a-5)!\,5!}} = \frac{(a-3)!\cdot a!\,(a-5)!\cdot 5!}{2\cdot a!\,(a-5)!}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно.**

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7	СТРАНИЦА
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{\frac{(a-3)!}{(a-8)!\,5!}}{\frac{a!}{(a-8)!\,8!}}$$

$$\frac{(a-3)!\;8!}{a!\;5!}$$

$$\frac{8!}{5!} \qquad \frac{5!}{2}$$

$$\| \qquad \|$$

$$6\cdot 7\cdot 8 \qquad 3\cdot 4\cdot 5$$

$$\frac{6\cdot 7\cdot 8}{3\cdot 4\cdot 5}$$

$$\frac{28}{5}$$

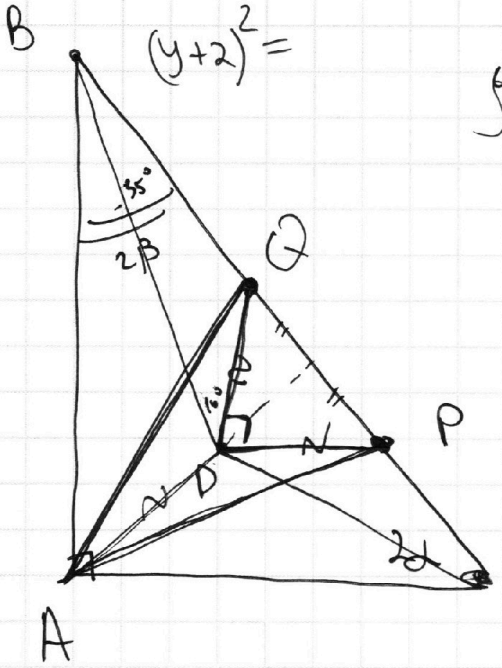
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$x^2+y^2+z^2 = xy+yz+xz+16$



$(y+2)^2 =$

$y^2+2y+2^2 = y^2+2y+2$

$x^2+2y+2 = xy+x-z+1$

$x^2+2y+2 = x(y+1-z)+1$

$(y+z)^2 + (x+y)^2 + (y+z)^2 =$

$= 2y^2+2z^2+2x^2+2xy$

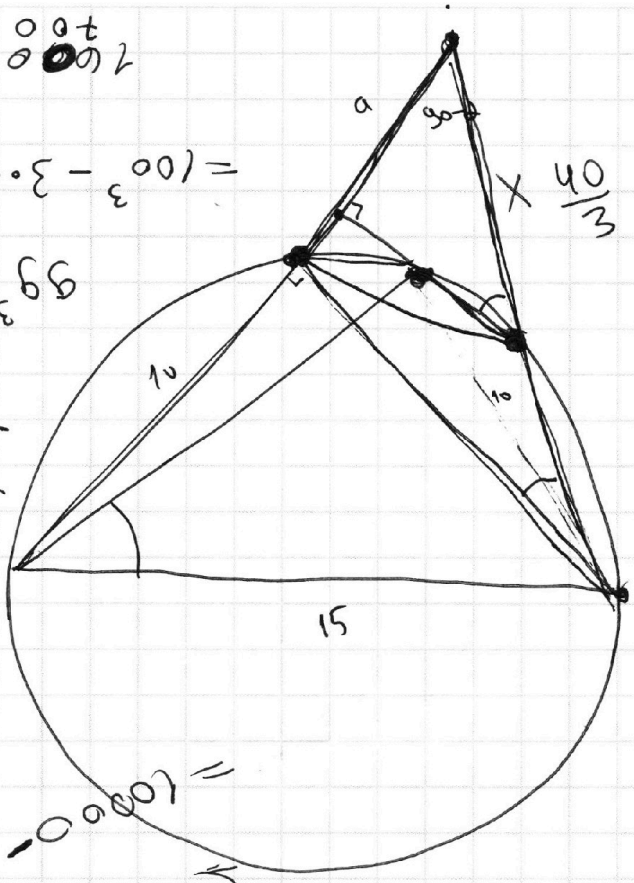
$90-\alpha-\beta$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



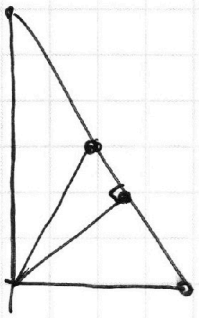
$\frac{a}{\frac{40}{3}} = \frac{10}{15}$

$a = \frac{400}{45} = \frac{80}{9}$

$15^2 - 10^2 = 125 = 5\sqrt{5}$

$15x = 200$

$x = \frac{40}{3}$

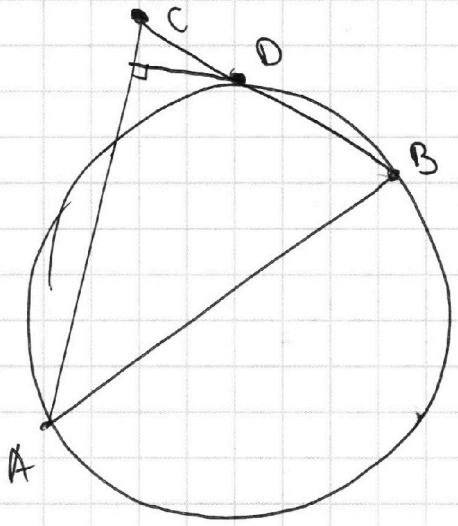


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

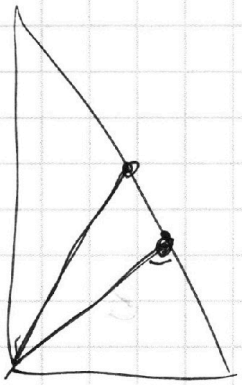
СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



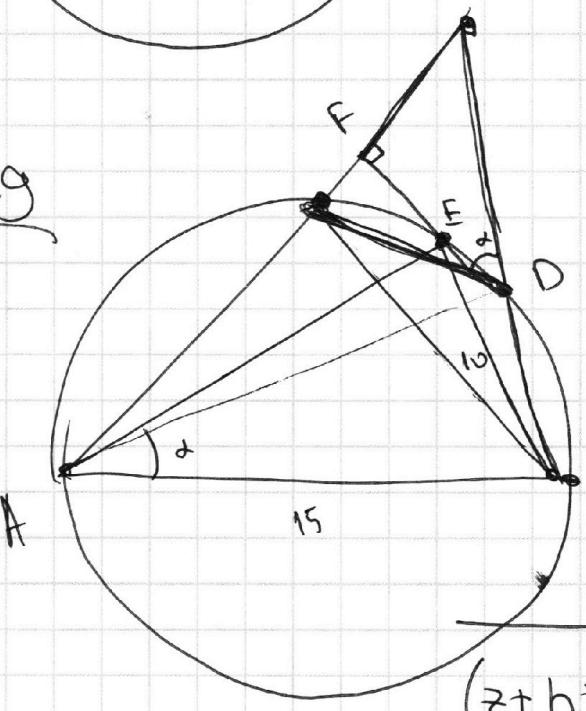
9^3

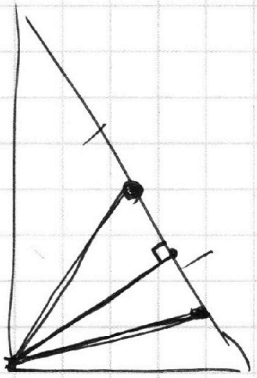
C



$8^3 =$

$= 729$





$(y-x)(y+x+u+z)$

$z(x-y) = (y-x)(y+x+u)$

$(y-x)(y+x)+u(y-x)$

$y^2 - x^2 + uy - ux$

$xy = uz + x z^2$

$yz = ux + x^2$

$2x = uy + y^2$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{2}$$

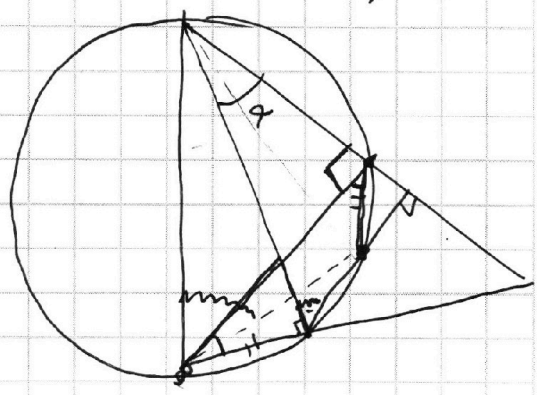
$$2a^2 - 2a = a^3 - a^2$$

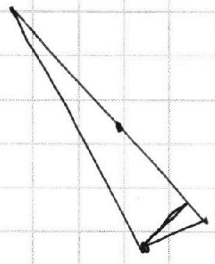
$$a^3 - 3a^2 + 2a = 0$$

$$a = 0$$

$$a^2 - 3a + 2 = 0$$

$$(a-2)(a-1) = 0$$

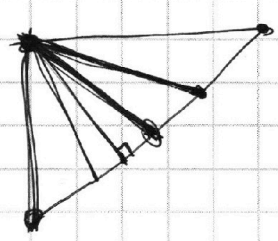




$2^6 =$

$= 64 - 16 - 4$

$x^2 + \frac{2}{3} = 0$ нет корней



$x^2 + \frac{1}{3} = 0$

$x^2 - 2x - \frac{1}{3} = 0$

$2x^2 - 4ax - 44 = 0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$x^2 - 2x - 2 = 0$

$2x^2 - 4x - 128 - 16 - 4 = 0$

$x^2 - 2x - 74 = 0$

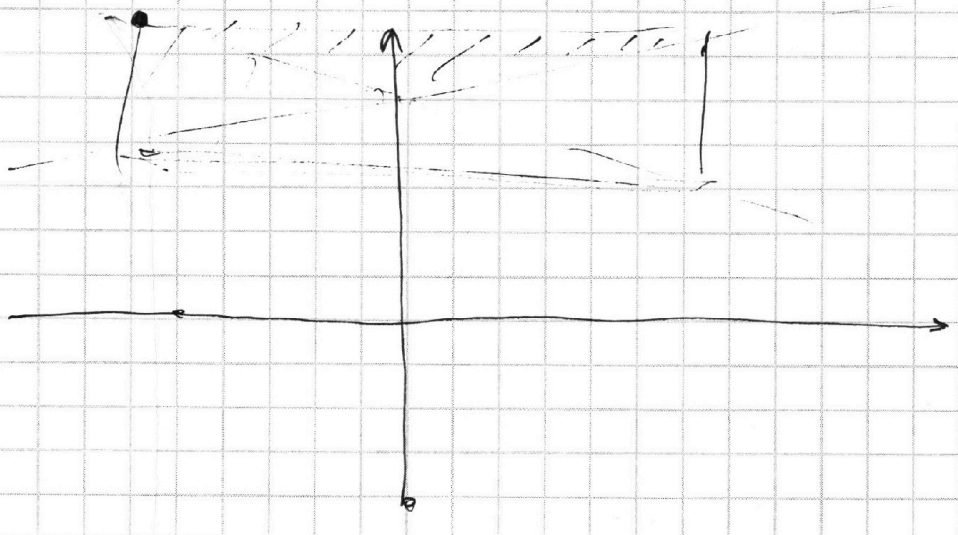
~~$x - 1 - \sqrt{75}$~~

$(x - 1 - 5\sqrt{3})(x - 1 + 5\sqrt{3}) = 0$

$\boxed{2y - 30} \leq 6$

$2y \leq 18$

$(x - 1 - \sqrt{3})(x - 1 + \sqrt{3}) = 0$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$x^2+8x+16+y^2+8y+16+z^2+8z+16=$$

$$=xy+yz+xz+4(x+y+z)+48$$

$$(x-y)(x+y+z+4)=0$$

$x+y+z=-4$

$$\boxed{x+y+z=-4}$$

$$z=-x-y-4$$

$(x+y+z)^2=$

$=x^2+y^2+z^2+2xy+2y^2+2xz$

$$xy=4(-x-y-4)+(-x-y-y)^2$$

$$xy=-4x-4y-16+x^2+y^2+16+$$

$$+2xy+8x+8y$$

$$x^2+y^2+xy+4x+4y=0$$

xxy

$h-=z+h+x$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно.**

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$(x+y+z)^2 - 2(xy+yz+xz) + u^2 =$$

$$= (x+y+z+u)^2 - 2(xy+yz+xz+xu+yu+zu) =$$

$$= (x+y+z+u)^2 - 2\left((x+y)(z+u)+xy+zu\right) =$$

$$= (x+y+z+u)^2 - 2\left((x+y)(z+u)+(x+y)^2+(z+u)^2\right) =$$

$$= -(x+y)^2 - (z+u)^2 - 2(x+y)(z+u) =$$

$$= -(x+y+z+u)^2$$