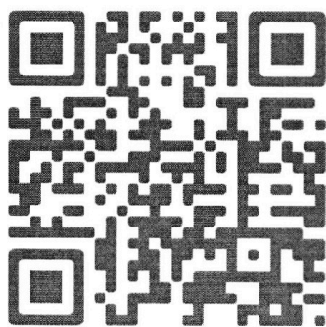
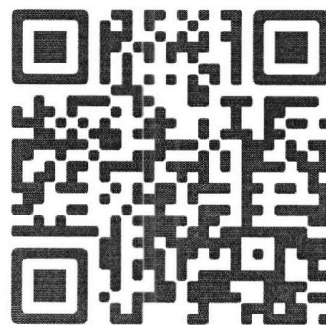




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарик. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$ являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leq 3$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle DCB = 20^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 2

$$9^3 = 729$$

$$n(1) = 1$$

$$99^3 = 970299$$

$$n(2) = 3$$

$$999^3 = 997002999$$

$$n(3) = 5$$

$$9999^3 = 999700029999$$

$$n(4) = 7$$

$$999 \dots 9^3 = 99 \dots 9700 \dots 02999 \dots 9 \quad n(k) = k + k - 1 = 2k - 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n(40000) = 40000 \cdot 2 - 1 = 79999$$

Ответ: 79999



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

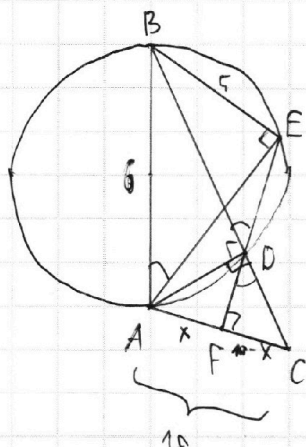
СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 3

Дано:

Окр. ω
AB - диаметр ω
 $\omega \cap BC = D$
 $AC \perp DF$
 $F \in AC$
 $DF \cap \omega = E$
 $AC = 10$
 $AB = 6$
 $BE = 5$
 $AF = ?$



Решение:

1) Пусть $AF = x$, тогда $FC = 10 - x$

2) $\triangle ADB$ - впис, опир. на диаметр, $\Rightarrow$
 $\angle ADB = 90^\circ \Rightarrow \angle ADC = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

3) $\triangle ADC$ - треугольн, DF - высота, $\Rightarrow$

$$\Rightarrow DF = \sqrt{x(10-x)}$$

$$4) DC = \sqrt{(10-x)^2 + x(10-x)} = \sqrt{100 - 20x + x^2 + 10x - x^2} =$$

$$= \sqrt{100 - 10x}$$

5) $\triangle ABE$ - впис, опир. на диаметр $\Rightarrow \angle AEB = 90^\circ$

~~6) $\triangle ABE \sim \triangle BAE$~~

6) $\angle BAE = \angle BDE$ как впис, опир. на 1 дугу $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle FDC = \angle EDB$ как верт. $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle BAE = \angle FDC$

$$\Rightarrow \sin \angle BAE = \sin \angle FDC$$

$$\frac{5}{6} = \frac{10-x}{\sqrt{100-10x}}$$

$$\frac{25}{36} = \frac{(10-x)^2}{10(10-x)}$$

$$250 = 360 - 36x$$

$$36x = 110$$

$$x = \frac{110}{36} = AF$$

$$\text{Ответ } AF = \frac{110}{36}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

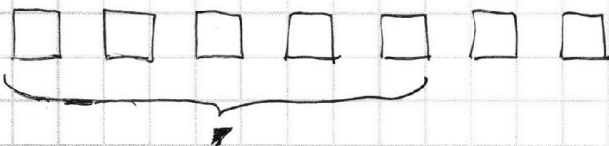
СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4

Пусть есть n коробок, ~~каждая~~ ^{каждый} шурок выбирает 5 из них:



Вероятность, что 3 ~~шурка~~ ^{шурка} будут в этой группе:

$$P_1 = \frac{5}{n} \cdot \frac{4}{n-1} \cdot \frac{3}{n-2} = \frac{60}{n(n-1)(n-2)}$$

Если шурок открывает 6 коробок, то вероятность будет:

$$P_2 = \frac{6}{n} \cdot \frac{5}{n-1} \cdot \frac{4}{n-2} = \frac{120}{n(n-1)(n-2)}$$

Получается, что шансы вырастут в $\frac{P_2}{P_1} = \frac{120}{60} = 2$ раза

Problem 2



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 6

$$\left| x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| + \left| x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| \leq 3$$

$$\left| \left(x - \frac{15}{2} \right) + \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| + \left| \left(x - \frac{15}{2} \right) - \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| \leq 3$$

$$1) \quad - \quad \begin{cases} x - \frac{15}{2} < -\frac{y}{6\sqrt{3}} \\ x - \frac{15}{2} < \frac{y}{6\sqrt{3}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y < -6\sqrt{3} \left(x - \frac{15}{2} \right) \\ y > 6\sqrt{3} \left(x - \frac{15}{2} \right) \end{cases}$$

$$2) \quad - \quad \begin{cases} x - \frac{15}{2} < \frac{y}{6\sqrt{3}} \\ x - \frac{15}{2} > -\frac{y}{6\sqrt{3}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y > 6\sqrt{3} \left(x - \frac{15}{2} \right) \\ y < -6\sqrt{3} \left(x - \frac{15}{2} \right) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} - \left(x - \frac{15}{2} \right) - \frac{y}{6\sqrt{3}} - \left(x - \frac{15}{2} \right) + \frac{y}{6\sqrt{3}} &\leq 3 \\ -2x + 15 &\leq 3 \\ -2x &\leq -12 \\ x &\geq 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} - \left(x - \frac{15}{2} \right) - \frac{y}{6\sqrt{3}} + \left(x - \frac{15}{2} \right) - \frac{y}{6\sqrt{3}} &\leq 3 \\ -\frac{y}{3\sqrt{3}} &\leq 3 \\ y &\geq -9\sqrt{3} \end{aligned}$$

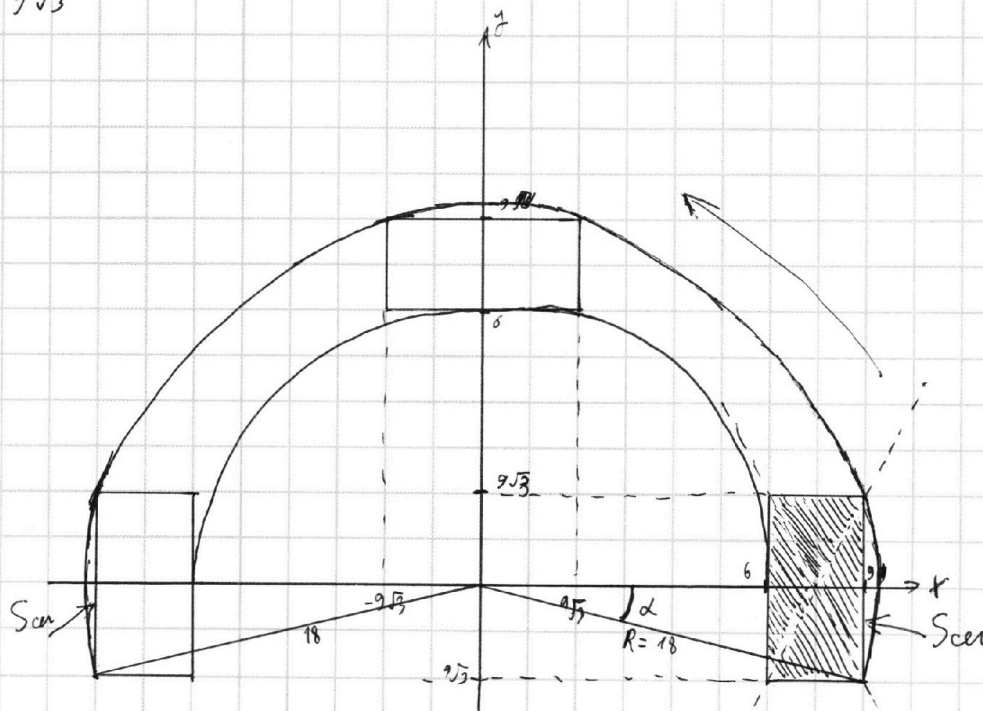
3) + -

4) + +

$$\begin{cases} \left(x - \frac{15}{2} \right) > \frac{y}{6\sqrt{3}} \\ \left(x - \frac{15}{2} \right) < -\frac{y}{6\sqrt{3}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y < 6\sqrt{3} \left(x - \frac{15}{2} \right) \\ y < -6\sqrt{3} \left(x - \frac{15}{2} \right) \end{cases} \quad \begin{cases} \left(x - \frac{15}{2} \right) > \frac{y}{6\sqrt{3}} \\ \left(x - \frac{15}{2} \right) > -\frac{y}{6\sqrt{3}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y < 6\sqrt{3} \left(x - \frac{15}{2} \right) \\ y > -6\sqrt{3} \left(x - \frac{15}{2} \right) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \left(x - \frac{15}{2} \right) + \frac{y}{6\sqrt{3}} - \left(x - \frac{15}{2} \right) + \frac{y}{6\sqrt{3}} &\leq 3 \\ \frac{y}{3\sqrt{3}} &\leq 3 \\ y &\leq 9\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(x - \frac{15}{2} \right) + \frac{y}{6\sqrt{3}} + \left(x - \frac{15}{2} \right) + \frac{y}{6\sqrt{3}} &\leq 3 \\ 2x - 15 &\leq 3 \\ x &\leq 9 \end{aligned}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$R = \sqrt{9^2 + (9\sqrt{3})^2} = 9\sqrt{10} = 18$$

$$r = 6$$

$$S = \frac{\pi R^2}{2} - \frac{\pi r^2}{2} + 2S_{\text{сег}} + \frac{1}{2}S_{\phi}$$

$$S_{\phi} = (9-6)(9\sqrt{3}+9\sqrt{3}) = 3 \cdot 18\sqrt{3} = 54\sqrt{3}$$

$$S_{\text{сег.}} = \frac{\pi R^2 \cdot \alpha}{360^\circ} - \frac{r^2 \cdot \alpha}{2}$$

$$\cos \alpha = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$$

$$S_{\text{сег}} = \frac{\pi \cdot 18^2 \cdot 60^\circ}{360^\circ} - \frac{81\sqrt{3}}{2} = \frac{54\pi}{2} - \frac{81\sqrt{3}}{2}$$

$$S = \frac{\pi R^2}{2} - \frac{\pi r^2}{2} + 2 \cdot \left(\frac{54\pi}{2} - \frac{81\sqrt{3}}{2} \right) + 54\sqrt{3} =$$

$$= \frac{\pi \cdot 18^2}{2} - \frac{\pi \cdot 6^2}{2} + \frac{108\pi}{2} - 81\sqrt{3} + 54\sqrt{3} =$$

$$= 162\pi - 18\pi + \frac{108\pi}{2} - 81\sqrt{3} + 54\sqrt{3} =$$

$$= 252\pi - 27\sqrt{3} = 9(28\pi - 3\sqrt{3})$$

Ответ: ~~252\pi - 27\sqrt{3}~~ $9(28\pi - 3\sqrt{3})$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

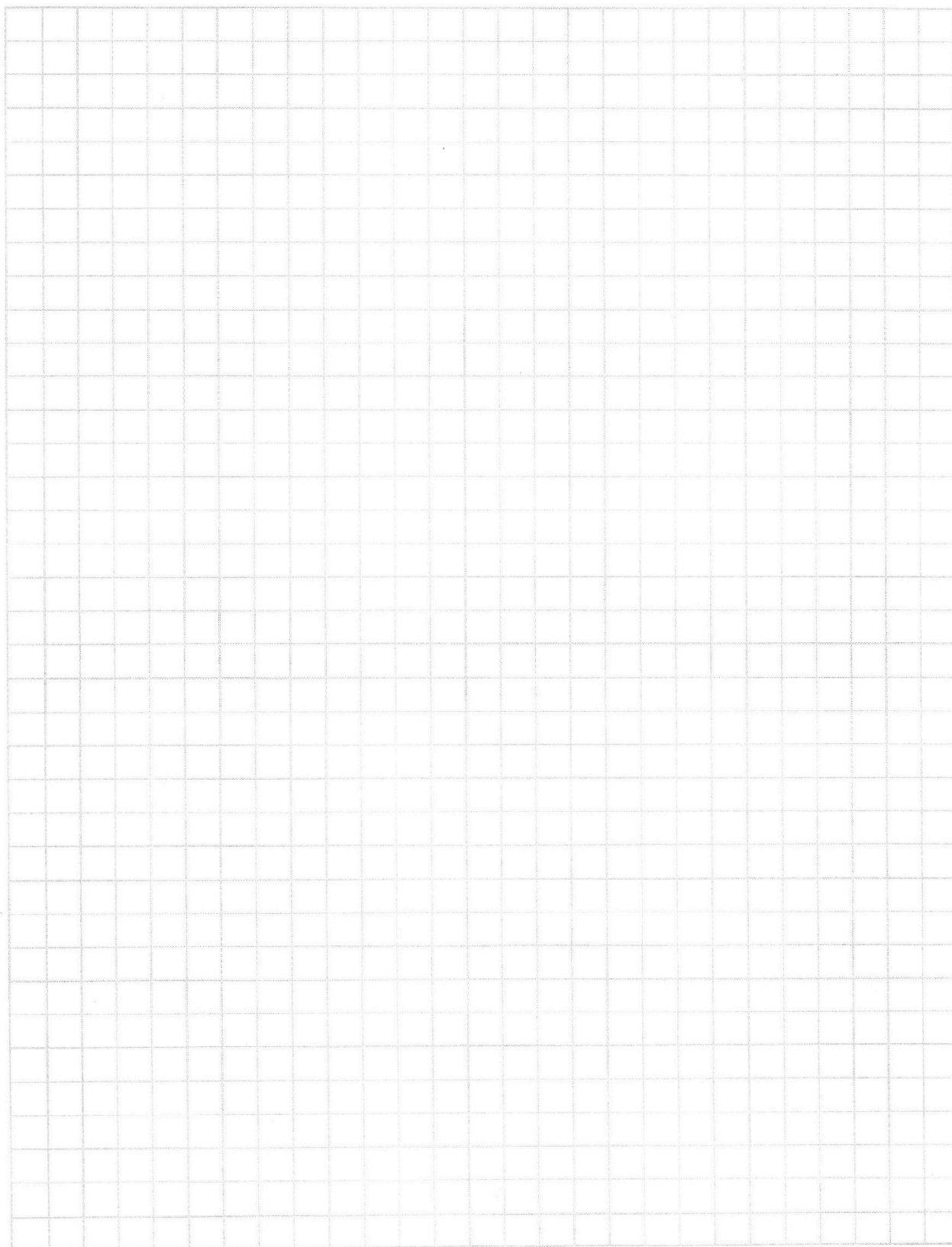
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 1

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 \\ yz = 3x + x^2 \\ zx = 3y + y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 + 3z + xy = (z+3)^2 \\ 9 + 3x + yz = (x+3)^2 \\ 9 + 3y + zx = (y+3)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 \\ yz = 3x + x^2 \\ zx = 3y + y^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y^2(3y+y^2) = (3z+z^2)(3x+x^2) \\ y^4 + 3y^3 = xz(3+z)(3+x) \\ y^2(3y+y^2) = (3y+y^2)(3+z(3+x)) \\ y^2 = (3+z)(3+x) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2 = (x+3)(z+3) \\ x^2 = (y+3)(z+3) \\ z^2 = (x+3)(z+3) \end{cases}$$

$$x^2 + 3x + 9 + y^2 + 3y + 9 + z^2 + 3z + 9 = 6$$

$$3x^2 + 3y^2 + 3z^2 + 3x + 3y + 3z + 9 = 6$$

$$3x^2 + 3y^2 + 3z^2 + 3x + 3y + 3z + 9 = 6$$

$$x^2 + 6x + 9 + y^2 + 6y + 9 + z^2 + 6z + 9 = 6$$

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 6$$

$$3x + yz + 9 + 3y + xz + 9 + 3z + xy + 9 = 6$$

$$6 = 27 - 3(x+y+z) + (xy + yz + zx)$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = -b$$

$$x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_3 x_1 = c$$

$$x_1 x_2 x_3 = -d$$

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 \\ yz = 3x + x^2 \\ zx = 3y + y^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3z + z^2}{y} \\ yz = \frac{3z + z^2}{y} + \left(\frac{3z + z^2}{y}\right)^2 \cdot \frac{1}{z} \\ \frac{3z^2 + z^3}{y} = 3y + y^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y^3 = y(9 + 3z) + \frac{(3z + z^2)^2}{z} \\ y^3 + 3y^2 = z^3 + 3z^2 \end{cases}$$

$$y^3 - z^3 + 3(y^2 - z^2) = 0$$

$$(y - z)(y^2 + yz + z^2) + 3(y - z)(y + z) = 0$$

$$(y - z)(y^2 + yz + z^2 + 3y + 3z) = 0$$

$$y = z$$

$$y^2 + (z + 3)y + z^2 + 3z = 0$$

$$D = (z + 3)^2 - 4z^2 - 12z = z^2 + 6z + 9 - 4z^2 - 12z = -3z^2 - 6z + 9 = -3(z^2 + 2z - 3)$$

$$y = \frac{-z - 3 \pm \sqrt{-3(z^2 + 2z - 3)}}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = z(z+3) \\ yz = x(x+3) \\ xz = y(y+3) \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 = (z+3)(y+3) \\ y^2 = (x+3)(z+3) \\ z^2 = (x+3)(y+3) \end{cases}$$

$$x^2 = (z+3)(y+3) = yz - 3x$$

$$zy + 3z + 3y + 9 = yz - 3x$$

$$3x + 3y + 3z + 9 = 0$$

$$(x+y+z+3)=0$$

$$z = -3 - x - y$$

$$\begin{cases} x^2 = (-x-y)(y+3) \\ y^2 = (x+3)(-x-y) \\ (-3-x-y)^2 = (x+3)(y+3) \end{cases}$$

$$x^2 - y^2 = (x+y)(x+3) - (x+y)(y+3)$$

$$(x+3)(y+3)$$

$$(x-y)(x+y) = (x+y)(x+3) - (x+y)(y+3)$$

$$x = -y$$

$$x - y = x + 3 - y - 3$$

$$x^2 - y^2 = x^2 + xy + 3xy - xy - y^2 - 3x - 3y$$

$$\begin{cases} x^2 = -(x+y)(y+3) \\ (-3-x-y)^2 = (x+3)(y+3) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x^2 &= -xy - 3x - 3y - y^2 \\ x^2 + xy + y^2 + 3x + 3y &= 0 \end{aligned}$$

$$x^2 + y^2 + 3x + 3y + 9 = xy + 3x + 3y + 9$$

$$x^2 + y^2 + 3x + 3y + 9 = 0$$

$$y^2 + x^2 + xy = 0$$

$$z^2 + y^2 + x^2 + 3z + 3y + 3x = 0$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 9 \quad | \cdot 2$$

$$2x^2 + 2y^2 + 2z^2 = 18$$

$$(x^2 + 2xy + y^2) + (y^2 + 2yz + z^2) + (x^2 + 2xz + z^2) = 18$$

$$(x+y)^2 + (y+z)^2 + (x+z)^2 = 18$$

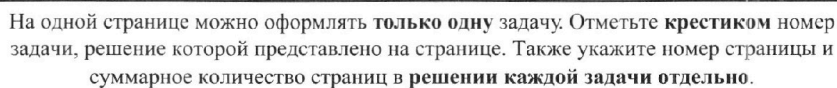
$$(x+y)^2 + (x+3)^2 + (y+3)^2 = 18$$

$$(x+z)^2 + (x+3)^2 + (y+3)^2 = 18$$

$$(y+z)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 18$$

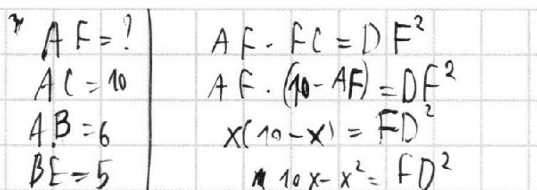
$$(x+y)^2 + (x+z)^2 + (y+z)^2 + 2(x+3)^2 + 2(y+3)^2 + 2(z+3)^2 = 54$$

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 18$$



СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$AF^2 + FE^2 = 11$$
$$AF = \sqrt{11 - FE^2}$$

$$AD^2 = 10x$$

$$AD^2 = x^2 + a^2$$

~~$\frac{AD}{BE} = \frac{x^2 + 4}{5}$~~

~~$\frac{10x}{5} = x^3$~~



$OD=y$

$$AO = \sqrt{(1-x)^2 + y^2}$$

$$OE = \sqrt{(10x)^2 + y^2} = \sqrt{11}$$

$$\sin \alpha = \frac{5}{6}$$

$$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{25}{36}} = \frac{\sqrt{11}}{6}$$

$$B0.0D = A0.0E$$

$$BO \cdot y = \sqrt{(10x)^2 + y^2} \cdot (\sqrt{(10x)^2 + y^2} - \sqrt{1})$$

$$BO \cdot y = (10x)^2 + y^2 - \sqrt{11(100x^2 + y^2)}$$

$$(10x)^2 + b^2 - 2 \cdot 10x \cdot b = 11$$

$$100x^2 + 1^2 - 2 \cdot 10x \cdot \frac{\sqrt{71}}{8} = 11$$

~~62-5048~~

$$b^2 - \left(\frac{10\sqrt{11}}{3}x\right)b + 100x^2 - 11 = 0$$

$$\frac{\sqrt{71}}{\cos 2} = \frac{10x}{\sin \beta} = 6 = \frac{6}{\sin(\beta - 20^\circ)}$$

$$\sin \beta = \frac{10 \times}{6} \quad \cos \beta = \sqrt{1 - \frac{100 \times^2}{36}} = \frac{\sqrt{36 - 100 \times^2}}{6}$$

$$\sin(180^\circ - (\alpha + 90^\circ + \beta)) = \sin 180^\circ \cdot \cos(\alpha + 90^\circ + \beta) - \sin(\alpha + 90^\circ + \beta) \cos 180^\circ =$$

$$= \sin(\alpha + 90^\circ + \beta) = \sin(\alpha + 90^\circ) \cdot \cos\beta + \sin\beta \cos(\alpha + 90^\circ) = \frac{\sqrt{11}}{6} \cdot \frac{\sqrt{36 - 100x^2}}{6} + \frac{10x}{6} \cdot \frac{5}{6} =$$

$$= \frac{\sqrt{4(36 - 100x^2)} + 50x}{36}$$

$$b = \frac{36.8}{\sqrt{17(36.8 - 100 \times 0.5)}}$$

$$Q = \sqrt{1(30 - 100x^2)}$$

~~$$36x^2 = 19 \cdot 36 - 12 \cdot 100x^2$$~~

$$36b^2 = 396 - 144x^2$$

$$b = \frac{\sqrt{1(36 - 100x^2)}}{6}$$

$$x^2 + \cancel{x(10-10)} \left(x(10-x) + \frac{\sqrt{11(36-100)}}{6} \right)^2 = 11 \cdot 36$$

$$38x^2 + (36x(10-x) + 11(36-100x^2) + 2 \cdot 86\sqrt{x(10-x)} \cdot 11\sqrt{36-100x^2}) = 396$$

$$\frac{360x + 396 - 7700x^2 + 12}{\sqrt{x(1-x) \cdot 77(36-100x^2)}} = \frac{396}{x}$$

$$12 \sqrt{11x(10-x)(36-100x^2)} = 1700x^2 - 350x$$



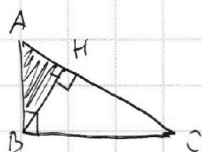
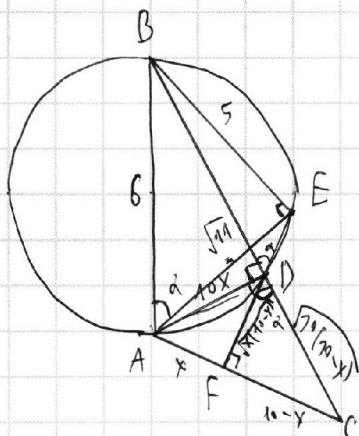
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$144(11x(10-x)(36-100x^2) - (1100x^2 - 360x)^2)$$



$$\frac{BH}{BC} = \frac{AH}{AB}$$

$$\frac{BH}{AB} = \frac{HC}{BC}$$

$$BH = \frac{AB \cdot HC}{BC}$$

$$BH = \frac{BC \cdot AH}{AB}$$

$$BH^2 = AH \cdot HC$$

$$\text{Ответ: } 3 \frac{1}{18}$$

MS

$$x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$$

$$x_1 + x_2 = a - 5$$

$$D = (a^2 - a)^2 - 4(a - 5) = a^4 - 2a^3 + a^2 - 4a + 20$$

$$4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^2 + 2a^2 - a^4 - 4 = 0$$

$$D = (a^3 - a^2)^2 - 16(2a^2 + 2a^2 - a^4 - 4)$$

$$11 = x^2 + (\sqrt{x(10-x)} + 8)^2$$

$$11 = x^2 + 10x + x^2 + 6^2 + 2 \cdot 8 \sqrt{x(10-x)}$$

$$11 - 10x - 6^2 = 16 \sqrt{x(10-x)}$$

$$(11 - 10x - 6^2)^2 = 16^2 x(10-x)$$

$$121 + 100x^2 + 6^4 - 220x - 22 \cdot 6^2 + 20 \cdot 6^2 = 40x^2 - 4 \cdot 6^2 x^2$$

$$121 + 100x^2 + 6^4 - 220x - 22 \cdot 6^2 + 20 \cdot 6^2 = 40x^2 - 4 \cdot 6^2 x^2$$

$$\sin \alpha = \frac{5}{6} = \frac{10-x}{10(10-x)}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{10-x}{10(10-x)}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{10-x}{10(10-x)}$$

$$11(10-x) = 36x$$

$$110 - 11x = 36x$$

$$110 = 47x$$

$$x = \frac{110}{47}$$

$$AF = \frac{110}{47}$$

$$DC^2 = (10-x)^2 + x(10-x) =$$

$$= 100 - 20x + x^2 + 10x - x^2 =$$

$$= 100 - 10x = 10(10-x)$$

$$DC = \sqrt{10(10-x)}$$

$$\sin \alpha = \frac{5}{6} = \frac{10-x}{10(10-x)}$$

$$\frac{25}{36} = \frac{(10-x)^2}{10(10-x)}$$

$$250 = 360 - 36x$$

$$36x = 110$$

$$x = \frac{110}{36} = \frac{55}{18} = 3 \frac{1}{18}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 112 \\ \times 999 \\ \hline 1008 \\ 10080 \\ 100800 \\ \hline 111888 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 28991 \\ + 28991 \\ + 28991 \\ \hline 86973 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 189991 \\ + 189991 \\ + 189991 \\ \hline 569973 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 9801 \\ \times 99 \\ \hline 88209 \\ 882090 \\ \hline 970299 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 10991 \\ \times 99 \\ \hline 98919 \\ 989100 \\ \hline 1079019 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 999 \\ \times 999 \\ \hline 998001 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 999 \\ \times 999 \\ \hline 998001 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 999 \\ \times 999 \\ \hline 998001 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 999 \\ \times 999 \\ \hline 998001 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 999 \\ \times 999 \\ \hline 998001 \end{array}$$

$$9^3 = 729 \quad 1 \rightarrow 1$$
$$99^3 = 970299 \quad 2 \rightarrow 3$$
$$999^3 = 997002999 \quad 3 \rightarrow 5$$
$$9999^3 = 999700029999 \quad 4 \rightarrow 7$$
$$\dots$$
$$99 \dots 9^3 = 99 \dots 9 \quad 7 \quad 00 \dots 02 \quad 99 \dots 9 \quad k \rightarrow 2k-1$$

Ответ: 7 999 9

N 4

n коробок

5 коробок

3 коробки

2 коробки

1 коробка

0 коробок

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

$$P = \frac{1}{C_n^3} = \frac{1}{\frac{n!}{3!(n-3)!}} = \frac{3!(n-3)!}{n!} = \frac{3!}{n(n-1)(n-2)}$$
$$n=4: P = \frac{3!}{4!} = \frac{1}{4}$$
$$0000: P = \frac{3! \cdot 2!}{5!} = \frac{1}{5}$$
$$00000: P = \frac{3! \cdot 2!}{5!} = \frac{1}{10}$$
$$C_5^3 = \frac{5!}{3!2!} = \frac{120}{6} = 20$$

$$P_5 = \frac{3! \cdot 2!}{5!} = \frac{1}{10}$$

$$P_5 = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{60}$$

$$P_5 = \frac{5}{5} \cdot \frac{4}{4} \cdot \frac{3}{3} = \frac{60}{60} = 1$$

$$P_5 = \frac{5}{5} \cdot \frac{4}{4} \cdot \frac{3}{3} = \frac{60}{60} = 1$$

$$P_5 = \frac{5}{5} \cdot \frac{4}{4} \cdot \frac{3}{3} = \frac{60}{60} = 1$$

$$P_5 = \frac{5}{5} \cdot \frac{4}{4} \cdot \frac{3}{3} = \frac{60}{60} = 1$$

$$P_5 = \frac{5}{5} \cdot \frac{4}{4} \cdot \frac{3}{3} = \frac{60}{60} = 1$$

$$P_5 = \frac{5}{5} \cdot \frac{4}{4} \cdot \frac{3}{3} = \frac{60}{60} = 1$$

$$P_5 = \frac{5}{5} \cdot \frac{4}{4} \cdot \frac{3}{3} = \frac{60}{60} = 1$$

$$P_5 = \frac{5}{5} \cdot \frac{4}{4} \cdot \frac{3}{3} = \frac{60}{60} = 1$$

$$P_5 = \frac{5}{5} \cdot \frac{4}{4} \cdot \frac{3}{3} = \frac{60}{60} = 1$$

$$P_5 = \frac{5}{5} \cdot \frac{4}{4} \cdot \frac{3}{3} = \frac{60}{60} = 1$$

$$P_5 = \frac{5}{5} \cdot \frac{4}{4} \cdot \frac{3}{3} = \frac{60}{60} = 1$$

$$P_6 = \frac{6}{6} \cdot \frac{5}{5} \cdot \frac{4}{4} = \frac{120}{120} = 1$$

$$\frac{P_6}{P_5} = \frac{120}{60} = 2$$

Ответ: 2

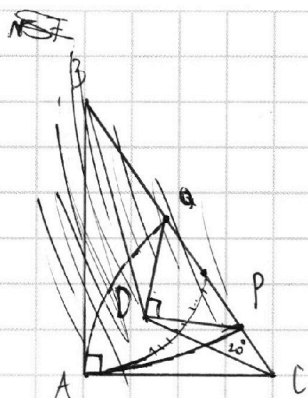


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$AB = BP$$

$$AC = CP$$

$$\begin{array}{r} 512 \\ + 32 \\ \hline 4096 \\ - 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4100 \\ - 512 \\ \hline 3588 \\ - 32 \\ \hline 3556 \\ - 32 \\ \hline 3524 \\ - 32 \\ \hline 3492 \\ - 32 \\ \hline 3460 \\ - 32 \\ \hline 3428 \\ - 32 \\ \hline 3396 \\ - 32 \\ \hline 3364 \\ - 32 \\ \hline 3332 \\ - 32 \\ \hline 3300 \end{array}$$

$$N \quad 5 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 8$$

$$a_n: a, b; a+d; a+2d; a+3d; a+4d; a+5d; a+6d; a+7d$$

$$4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$$

$$x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$$

$$D = (a^3 - a^2)^2 - 4(2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4)$$

$$D = (a^2 - a)^2 - 4(a - 5)$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{a^3 - a^2}{4} \\ x_1 x_2 = \frac{2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = a^2 - a \\ x_1 x_2 = a - 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b + 2d + b + 7d = \frac{a^3 - a^2}{4} \\ (b + 2d)(b + 7d) = \frac{2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} b + 4d + b + 5d = a^2 - a \\ (b + 4d)(b + 5d) = a - 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2b + 9d = \frac{a^3 - a^2}{4} \\ b^2 + 9bd + 14d^2 = \frac{2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2b + 9d = a^2 - a \\ b^2 + 9bd + 20d^2 = a - 5 \end{cases}$$

$$\frac{a^3 - a^2}{4} = a^2 - a$$

$$a^2(a - 1) = 4a(a - 1)$$

$$\begin{cases} a = 0 \\ a = 1 \\ a = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1) a = 0: \\ 2b + 9d = 0 \\ b^2 + 9bd + 14d^2 = -1 \\ b^2 + 9bd + 20d^2 = -5 \end{cases}$$

$$2) a = 1$$

$$2b + 9d = 0$$

$$b^2 + 9bd + 14d^2 = -\frac{1}{4}$$

$$b^2 + 9bd + 20d^2 = -4$$

$$6d^2 = -1 + \frac{1}{4}$$

$$d \in \emptyset$$

$$3) a = 4$$

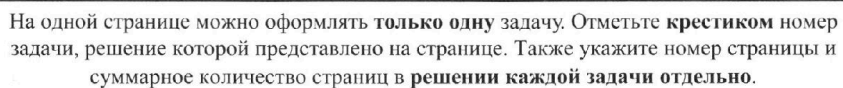
$$2b + 9d = 12$$

$$b^2 + 9bd + 14d^2 = 889$$

$$b^2 + 9bd + 20d^2 = -1$$

$$6d^2 = -890$$

$$d \in \emptyset$$



СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(9 \cdot 111)^3 = 9^3 \cdot 111^3 = 729 \cdot 12321$$

$$\begin{array}{r} 111 \\ \times 111 \\ \hline 111 \\ + 111 \\ \hline 12321 \\ \times 12321 \\ \hline 12321 \\ 12321 \\ 12321 \\ \hline 13687531 \\ \times 9 \\ \hline 12308829 \end{array}$$