



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2, \\ yz = 4x + x^2, \\ zx = 4y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 25 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 15$, $BE = 10$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарiku. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть восемь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$ являются четвертым и пятым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$ являются вторым и седьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| + \left|y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| \leq 6$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle DBC = 35^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n = \underbrace{9 \dots 9}_{25000} = \underbrace{10 \dots 0}_{25000} - 1$$

$$n^3 = \left(\underbrace{10 \dots 0}_{25000} - 1 \right)^3 = \left(\underbrace{10 \dots 0}_{25000} \right)^3 - 1 - 3 \left(\underbrace{10 \dots 0}_{25000} \right)^2 + 3 \underbrace{10 \dots 0}_{25000} =$$

$$= \underbrace{9 \dots 9}_{75000} - 3 \left(\underbrace{10 \dots 0}_{25000} \right) \left(\underbrace{10 \dots 0}_{25000} - 1 \right) =$$

$$= \underbrace{9 \dots 9}_{75000} - 3 \left(\underbrace{10 \dots 0}_{25000} \right) \left(\underbrace{9 \dots 9}_{25000} \right) = \underbrace{9 \dots 9}_{75000} - 3 \cdot \underbrace{9 \dots 9}_{25000} \cdot \frac{25000}{10}$$

$$3 \cdot \underbrace{9 \dots 9}_{25000} = 3 \cdot (10^{25000} - 1) = 3 \cdot 10^{25000} - 3 = \underbrace{29 \dots 9}_{24999}$$

$$n^3 = \underbrace{9 \dots 9}_{75000} - \underbrace{29 \dots 9}_{24999} + \underbrace{10 \dots 0}_{25000}$$

Заметим, что первые 25 000 разрядов там вычитается 0 $\Rightarrow$

9 остается. (Первые 25 миллионов с 9.)

Тогда $24999 + 2 = 25001$ разряд там вычитает 2, 9, 7 т.е. 9 не ко-

дымится там $9 - 2 = 7$; $9 - 7 = 2$; $9 - 9 = 0$. Остальные разряды не трогать.

Их $75000 - 25000 - 25001 = 24999$. Там остается 9.

Итого: $24999 + 25000 = 49999$

Ответ: 49999.

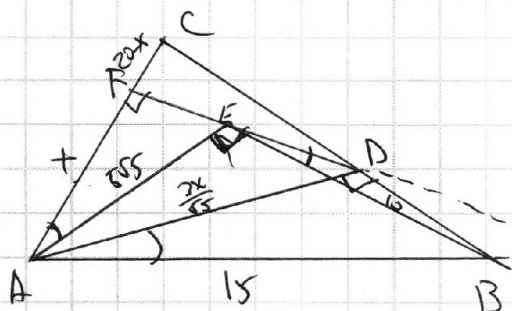


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



E и D принадлежат окружности $\odot$

$\Rightarrow AEDB$ - вписанный по описи теор.

$\Rightarrow$ у точек пересечения $\odot$ и AC
 $\angle AFD = 90^\circ$ т.к. $DF \perp AC$.

$\angle BAD = \angle BED$ по описи теор. вписанн. $\odot$.

$\angle AEF = 180^\circ - \angle AEB - \angle BED$; $\angle AEB = 90^\circ$ т.к. AB - диаметр.

$\angle AEF = 90^\circ - \angle BED$; $\angle FAE = 180^\circ - \angle AFE - \angle AEF$ по теор. о $\sum$ в $\triangle$

$\angle FAE = 90^\circ - \angle AEF = 90^\circ - (90^\circ - \angle BED) = \angle BED = \angle BAD$

$\angle ADB = 90^\circ$ т.к. AB - диаметр.

$\triangle AEB$ - $\triangle$ по описи $\Rightarrow$ по теор. Пифагора $AE^2 + EB^2 = AB^2$

$AE^2 = 15^2 - 10^2 = 5 \cdot 25$; $AE = 5\sqrt{5}$

$\triangle AFE \sim \triangle ADB$ по 2-м углам

$\Rightarrow \frac{AF}{AD} = \frac{AE}{AB} = \frac{5\sqrt{5}}{15} = \frac{\sqrt{5}}{3}$; $FC = AC - AF = 20 - x$

Пусть $AF = x$, тогда $AD = \frac{3x}{\sqrt{5}}$

$\hookrightarrow$ в $\triangle AFD$ по т. Пифагора $FD^2 + AF^2 = AD^2$.

$x^2 + FD^2 = \frac{9x^2}{5}$ $FD^2 = \frac{4x^2}{5} \Rightarrow 2FD = \frac{2x}{\sqrt{5}}$

$\hookrightarrow$ в $\triangle ADC$ по т. Пифагора $AD^2 + DC^2 = AC^2$
 $\frac{9x^2}{5} + CD^2 = 20^2$ $CD^2 = 400 - \frac{9x^2}{5} = 400 - \frac{9x^2}{5}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

ТК ADC - н/м, то формула $FD^2 = AF \cdot FC$.

$$\frac{2x}{\sqrt{5}} = x(20-x)$$

$$2x = x\sqrt{5}(20-x)$$

$$2x = 20x\sqrt{5} - x^2\sqrt{5}$$

$$x^2\sqrt{5} - 20x\sqrt{5} + x(2-20\sqrt{5}) = 0$$

$$x(x\sqrt{5} + 2 - 20\sqrt{5}) = 0$$

$$\begin{cases} x\sqrt{5} + 2 - 20\sqrt{5} = 0 \\ x = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{20\sqrt{5} - 2}{\sqrt{5}} = 20 - \frac{2}{\sqrt{5}} = 20 - \frac{2\sqrt{5}}{5} \\ x = 0 \end{cases}$$

Ответ: $x = 20 - \frac{2\sqrt{5}}{5} = AF$

Ответ: $20 - \frac{2\sqrt{5}}{5}$

$$\frac{4x^2}{5} = x(20-x)$$

$$4x^2 = 5x(20-x)$$

$$4x^2 = 100x - 5x^2$$

$$9x^2 = 100x$$

$$x(9x - 100) = 0$$

$$\begin{cases} x \neq 0 & 9x - 100 = 0 \\ x = 0 \end{cases}$$

Ответ: $\frac{100}{9}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть всего n коробок

Тогда веро. выбора выпрыгивающих будем считать как число выходов или как число

Если он указывает на 5 коробок, то число выбора 5 коробок это C_n^5 , а выбрать выпрыгивающих это C_{n-3}^{5-3} (выбрать 5-3 то есть ~~не из~~ 3-х выпрыгивающих)

Т.е. вероятность будет $\frac{C_{n-3}^{5-3}}{C_n^5} = P_1$

Если 8 коробок, то по аналогичным рассуждениям вероятность выпрыгивающих это

$$\frac{C_{n-3}^{8-3}}{C_n^8} = \frac{C_{n-3}^5}{C_n^8} = P_2 \quad \frac{P_2}{P_1} = \frac{C_{n-3}^5}{C_n^8} : \frac{C_{n-3}^{5-3}}{C_n^5} = \frac{C_{n-3}^5}{C_n^8} \cdot \frac{C_n^5}{C_{n-3}^{5-3}}$$

$$= \left(\frac{(n-3)!}{5!(n-5-5)!} \cdot \frac{n!}{8!(n-8)!} \right) \cdot \left(\frac{n!}{5!(n-5)!} \cdot \frac{(n-3)!}{2!(n-3-2)!} \right) = \frac{(n-3)! \cdot 8! \cdot (n-8)! \cdot n! \cdot 2!}{(n-3)! \cdot 5! \cdot (n-8)! \cdot n! \cdot 5! \cdot (n-5)!}$$

$$= \frac{8! \cdot 2!}{5! \cdot 5!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 2}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{5} = \frac{28}{5} = 5,6$$

Т.е. вероятность увеличится в 5,6 раз, если коробок ^{или равно} больше 8,

~~если их меньше 5~~ если их 5 или меньше, то вероятность в этих

случаях ~~то~~ по 1 (100%) т.е. полная она не меняется. Иными словами,

что коробок хотя бы 8, чтобы их могли их отыскать.

Если 8, то ответ не меняется т.к. $(8-3)! = 0! = 1$ ~~что~~

Ответ: 5,6 раз



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть у нас арифметическая прогрессия $k; k+d; k+2d; k+3d; k+4d; k+5d$ и т.д.

Пусть $x_1; x_2$ — это корни ур-ния $x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2 - a^3}{2} = 0$

а $x_3; x_4$ — это корни ур-ния $2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$

$$x_1 + x_2 = -(- (a^2 - a)) = a^2 - a \text{ по т. Виета; } x_3 + x_4 = -\frac{-(a^3 - a^2)}{2} = \frac{a^3 - a^2}{2} \text{ по т. Виета}$$

Т.к. это члены арифм. пр. ($x_1 - 4; x_2 - 5; x_3 - 2; x_4 - 7$)

$$\text{То } x_1 + x_2 = (k + 3d) + (k + 4d) = 2k + 7d; \quad x_3 + x_4 = (k + d) + (k + 6d) = 2k + 7d.$$

$$2k + 7d = 2k + 7d \Rightarrow x_1 + x_2 = x_3 + x_4 \Rightarrow a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{2} \Rightarrow 2a^2 - 2a = a^3 - a^2$$

$$a^3 - 3a^2 + 2a = 0 \quad a(a^2 - 3a + 2) = 0 \quad a(a - 2)(a - 1) = 0. \text{ т.е. } \begin{cases} a = 0 \\ a - 2 = 0 \\ a - 1 = 0 \end{cases} \begin{cases} a = 0 \\ a = 2 \\ a = 1 \end{cases}$$

При $a = 0$ $x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2 - a^3}{2} = x^2 + \frac{2}{2} = 0 \quad x^2 = -\frac{2}{2}$ нет решений т.к. $x^2 \geq 0$

При $a = 1$ $x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2 - a^3}{2} = x^2 + \frac{1}{2} = 0 \quad x^2 = -\frac{1}{2}$ нет решений т.к. $x^2 \geq 0$

При $a = 2$ $x^2 - 2x - 2 = 0 \quad x_1, x_2 = \frac{(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm \sqrt{12}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{2}$

$$2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 2x^2 - 4x - 128 - 16 - 4 = 2x^2 - 4x - 148 \Rightarrow x^2 - 2x - 74 = 0$$

$$x_3, x_4 = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-74)}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 296}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{300}}{2} = \frac{2 \pm 10\sqrt{3}}{2}$$

$$x_1 = \frac{2 - 2\sqrt{3}}{2} \quad x_2 = \frac{2 + 2\sqrt{3}}{2} \quad x_3 = \frac{2 - 10\sqrt{3}}{2}; \quad x_4 = \frac{2 + 10\sqrt{3}}{2}$$

Они удовлетворяют арифметической прогрессии

$$k = \frac{2 - 14\sqrt{3}}{2}; \quad d = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \quad \text{проверим или } k + 4d = \frac{2 - 14\sqrt{3}}{2} + 10\sqrt{3} = \frac{2 + 2\sqrt{3}}{2}$$

второй член это $k + d = \frac{2 - 14\sqrt{3}}{2} + 2\sqrt{3} = \frac{2 - 10\sqrt{3}}{2}$; третий член $k + 2d = \frac{2 - 14\sqrt{3}}{2} + 4\sqrt{3} = \frac{2 - 6\sqrt{3}}{2}$; четвертый член $k + 3d = \frac{2 - 14\sqrt{3}}{2} + 6\sqrt{3} = \frac{2 + 2\sqrt{3}}{2}$

Покажем, что $a = -1; a = 2; a = 3; a = 0$ и $a = 1$ не подходят $a = 2$ подходит.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

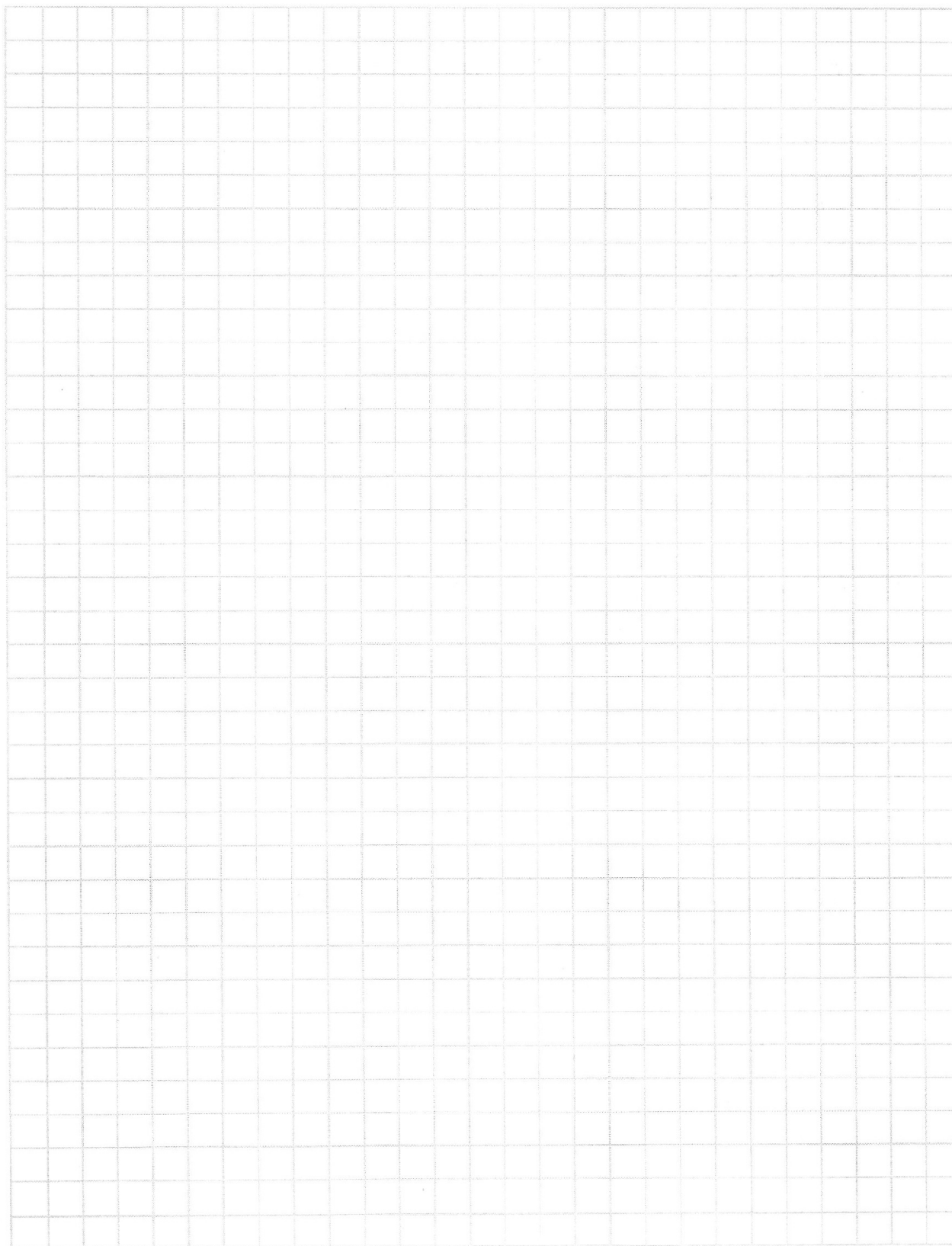
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



$$u \geq Xu$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$xy - yz = z(u+z) - x(u+x)$$

$$(x+u)^2 - (x+z)^2 = 2 \cdot (2x+u)$$

$$y(x-z) = z(u+z)$$

$$x^2 + 4z + x^2 + y$$

$$xy - yz - yz - z^2 + x^2 + ux = 0$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4z + ux + uy + xz + yz + zx = 0$$

$$(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2 + 8(x+u+z) = 0$$

$$xz \cdot y^2 = z \cdot x(u+z)(u+x)$$

$$z = \frac{xy}{u+z}$$

$$\frac{x^2 y^2}{(u+z)^2} = (u+x)(u+y)$$

$$y^2 = (u+z)(u+x)$$

$$z^2 = (u+x)(u+y)$$

$$x^2 y^2 = (u+z)^2 (u+x)(u+y)$$

$$(u+z)(u+x) + (u+x)(u+y) + (u+y)(u+z)$$

$$2xy = 8z + z^2$$

$$2xy + 2xz + 2yz = (x+u)^2 + (y+u)^2 + (z+u)^2 - u^2 - x^2 - y^2 - z^2$$

$$2(xy + xz + yz) - x^2 - y^2 - z^2 + u^2 = ?$$

$$x^2 y^2 + z^2 = (x+u)^2 + (y+u)^2 + (z+u)^2$$

$$4(xy + xz + yz) - 2x^2 - 2y^2 - 2z^2$$

$$(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2 = 2(x+u)^2 + 2(y+u)^2 + 2(z+u)^2$$

$$(x-z)^2 + (x-y)^2$$

$$(x-y)^2$$

$$x = \frac{z}{y} (u+x)$$

$$xy = (u+x)(u+z)(u+y)$$

$$y = \frac{x}{z} (u+x)$$

$$xy = \frac{x}{y} \cdot \frac{y}{z} (u+z)(u+x)$$

$$y^2 = (u+z)(u+x)$$

$$z = \frac{y}{x} (u+y)$$

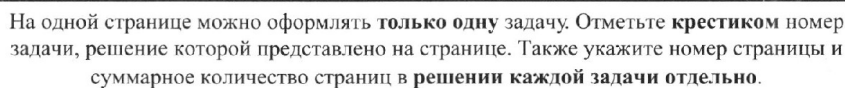
$$u(x+y+z)$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 16 + 4z + 4x + xz$$

$$x^2 y^2 z^2$$

$$= 48 + 8x + 8z + 8y + xz + yz + xy + x^2 y^2 z^2 - x^2 - y^2 - z^2$$

$$xy - uz$$

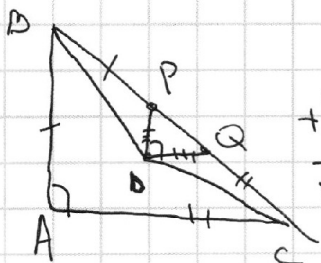


7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{2 \pm \sqrt{4 + 4 \cdot 74}}{2} \quad \frac{2 \pm \sqrt{300}}{2}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2 \\ yz = 4x + x^2 \\ zx = 4y + y^2 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{xy}{z} = 4 + \frac{z}{x} \\ \frac{yz}{x} = 4 + \frac{x}{y} \\ \frac{zx}{y} = 4 + \frac{y}{z} \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{x^2 y^2}{z^2} + \frac{y^2 z^2}{x^2} + \frac{z^2 x^2}{y^2} \\ \frac{x^4 y^4 + y^4 z^4 + z^4 x^4}{x^2 y^2 z^2} \end{cases}$$

$$\frac{(4z+z^2)^4 + (4x+x^2)^4 + (4y+y^2)^4}{(4z+z^2)(4x+x^2)(4y+y^2)}$$

$$x^2 + \frac{2}{3} = 0 \quad x^2 - \frac{2}{3} = 0 \quad x^2 + \frac{1}{3} = 0$$

$$2x^2 - 4 = 0 \quad x^2 = 2 \quad x = \pm\sqrt{2}$$

$$x^2 - 2x = 0 \quad x(x-2) = 0 \quad x = 0 \text{ or } x = 2$$

$$\frac{2-8}{3} = -\frac{6}{3} = -2$$

$$(x^2 - 2x - 2) = 0 \quad x = \frac{2 \pm \sqrt{4+8}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{12}}{2} = 1 \pm \sqrt{3}$$

$$x_1 + x_2 = k + 3d + k + d = 2k + 4d$$

$$x_1 x_2 = k + d + k + d = 2k + 2d$$

$$k^2 + 7kd + 12d^2 = 0$$

$$k^2 + 7kd + 6d^2 = 0$$

$$x_1 + x_2 = a^2 - a$$

$$x_1 x_2 = \frac{2-a^2}{3}$$

$$a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{2}$$

$$2a^2 - 2a = a^3 - a^2$$

$$a^3 - 3a^2 + 2a = 0$$

$$(a-1)(a^2 - 2a) = 0$$

$$a(a-1)(a-2) = 0$$

$$a = 0, a = 1, a = 2$$

$$2 \pm \sqrt{4+4 \cdot 2} = \frac{2 \pm \sqrt{12}}{2}$$

$$2 \pm \sqrt{4+4 \cdot 4} = \frac{2 \pm \sqrt{20}}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$xy - yz = (y-x)(y-z)$$

$$xy - yz = 16 - 4x - 4y + xy$$

$$16 - 4x - 4y + 4z = 0$$

$$4 - x - y + z = 0$$

$$x + y = 12 - z$$

$$4 = x + y - z$$

$$x + y - z = x + z - y = x + z + y - x = 4$$

$$z + y - x = 4$$

$$z + y - x + y + x + z = 4 + 4$$

$$x + y + z = 12$$

$$x + y - z = 4$$

$$x + z - y = 4$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = (y-x)(y+x) + \dots + = 16 + 4z + 4x + xz \dots$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = (x+y)^2 + (y+z)^2 + (z+x)^2 - 2xy - 2yz - 2zx$$

$$2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - xy - yz - zx = (x+y)^2 + (y+z)^2 + (z+x)^2$$

$$2(xy - yz)$$

$$xy - yz + zx$$

$$x + y + z$$

$$(x+y+z)^2$$

$$(x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2yz + 2zx$$

$$3x^2 + 3y^2 + 3z^2 + 2xy + 2yz + 2zx = \dots$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left(\frac{15}{2}\right)^2 + \left(\frac{15}{2}\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{15}{2}\right)^2 \cdot \cos \alpha = 125$$

$$\frac{225}{2} - 2 \cdot \frac{225}{2} \cdot \cos \alpha = 125$$

$$\begin{array}{r} 225 \overline{) 112,5} \\ -1 \\ \hline 2 \\ \hline 2 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$112,5 - 125 = -12,5$$

$$\cos \alpha =$$

$$\begin{array}{r} 1,8 \\ \times 3,2 \\ \hline 36 \\ 54 \\ \hline 5,76 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16,00 \\ -10,24 \\ \hline 5,76 \end{array}$$

$$\frac{225}{2} - \frac{250}{2}$$

$$\begin{array}{r} 3,2 \\ \times 3,2 \\ \hline 64 \end{array}$$

$$\frac{225 - 250}{2} \cdot \frac{1}{225} = \frac{-25}{225} = -\frac{1}{9}$$

$$x^2 + k^2 = \frac{125x^2}{9}$$

$$\begin{array}{r} 96 \\ 10,24 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 116 \overline{) 58} \\ 10 \\ \hline 16 \end{array}$$

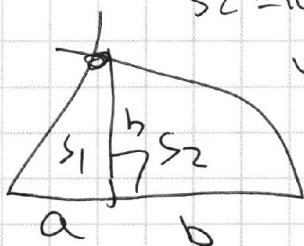
$$\begin{array}{r} 58 \overline{) 18} \\ 4 \\ \hline 18 \end{array}$$

$$7 = y^2 - x^2 = 25 + 10y \quad k^2 = x^2 \left(\frac{125}{9} - 1 \right) = \frac{116}{9}$$

$$32 = 10y$$

$$y = 3,2$$

$$\frac{2 \times 58}{3}$$



$$S_1 = \frac{1}{2} h \cdot a$$

$$S_2 = \frac{1}{2} h \cdot b$$

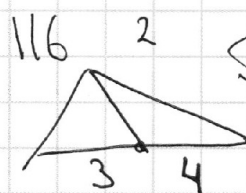
$$S = \frac{1}{2} h (a + b)$$

$$\begin{cases} 7 = y^2 - x^2 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

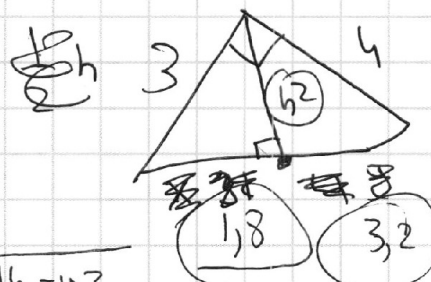
$$x = 5 - y$$

$$\sqrt{9 - x^2} = \sqrt{16 - y^2}$$

$$9 - x^2 = 16 - y^2$$



$$1,8^2 + x^2 = 9$$



$$7 = y^2 - x^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{7(4+z)}{x} = \frac{x}{7}(4+x)$$

$$\frac{(4+x)^2}{(4+z)^2} = \frac{z^2}{x^2}$$

$$(4+x)(4+z) = y^2$$

$$\frac{z^2}{x^2} + \frac{x^2}{z^2} = \frac{z^4 + x^4}{x^2 z^2}$$

$$\frac{4+x}{4+z} + \frac{4+z}{4+x}$$

$$\frac{z^2}{x^2} + \frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{z^2}$$

$$\frac{x^2 + z^2}{y^2} = \frac{(4+y)^3}{(4+x)^2} + \frac{(4+y)^3}{(4+z)^2}$$

$$\frac{(4+y)^2 ((4+x)^2 + (4+z)^2)}{((4+x)(4+z))^2} = \frac{x^2 + z^2}{y^2}$$

$$\left(\underbrace{9 \cdot 111 \dots 14}_{2500} \right)^3 = \left(\underbrace{111 \dots 14}_{2500} \right)^3 \cdot 9^3$$

$$- 3 \cdot \underbrace{10 \dots 0}_{2500} \cdot \underbrace{111 \dots 14}_{2500} \cdot 9$$

$$\underbrace{9 \cdot 111 \dots 14}_{2500} = \left(\underbrace{10000}_{2500} - 1 \right)^3 = \underbrace{10000}_{2500}^3 - 1 - 3 \cdot \underbrace{10 \dots 0}_{2500}^2 + 3 \cdot \underbrace{10 \dots 0}_{2500}$$

$$9 \dots 9$$

$$\left(\underbrace{10}_{10} \cdot 10^{25000} \right)^3 = 10^{75000}$$

$$\underbrace{99}_{10^2}$$