



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [4 балла] Ненулевые числа  $x, y, z$  удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2, \\ yz = -2x + x^2, \\ zx = -2y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения  $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 + (z - 2)^2$ , если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа  $n$  состоит из 30 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа  $n^3$ ?
3. [5 баллов] Окружность  $\omega$  с диаметром  $AB$  пересекает сторону  $BC$  остроугольного треугольника  $ABC$  в точке  $D$ . Точка  $F$  выбрана на отрезке  $AC$  так, что  $DF \perp AC$ , а  $E$  — точка пересечения отрезка  $DF$  с окружностью  $\omega$ , отличная от  $D$ . Найдите  $AF$ , если  $AC = 10$ ,  $AB = 8$ ,  $BE = 6$ .
4. [4 балла] В теленгре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть семь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при которых корни уравнения  $x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$  являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения  $3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$  являются четвертым и девятым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура  $\Phi$ , состоящая из всех точек, координаты  $(x; y)$  которых удовлетворяют неравенству  $\left|x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| + \left|x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| \leqslant 4$ . Фигуру  $\Phi$  непрерывно повернули вокруг начала координат на угол  $\pi$  по часовой стрелке. Найдите площадь множества  $M$ , которое замела фигура  $\Phi$  при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипotenузе  $BC$  прямоугольного треугольника  $ABC$  выбраны точки  $P$  и  $Q$  так, что  $AB = BP$ ,  $AC = CQ$ . Внутри треугольника  $ABC$  выбрана точка  $D$ , для которой  $DP = DQ$ , а  $\angle PDQ = 90^\circ$ . Найдите  $\angle DBC$ , если известно, что  $\angle BCA = 50^\circ$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

N<sup>c</sup><sub>1</sub>

$$\textcircled{①} \quad \begin{cases} x^y = -2z + z^2 & \text{④} \\ y^z = -2x + x^2 \\ z^x = -2y + y^2 \end{cases} \quad \text{T.к. } x, y, z \neq 0 \Rightarrow x, y, z \neq 2, \text{ т.к.} \quad \begin{aligned} (2x = y(y-2) \Rightarrow y = 2) \\ \begin{cases} x^y = z(z-2) & \text{⑤} \\ y^z = x(x-2) & \text{⑥} \\ z^x = y(y-2) & \text{⑦} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\textcircled{③} \quad z^x = y(y-2) \Rightarrow y = \frac{z^x}{y-2} \quad \text{Последние в } \textcircled{②}$$

$$\frac{z^2 x}{y-2} = x(x-2), \text{ т.к. } x \neq 0 \quad y \neq 2 \quad z^2 = (x-2)(y-2) \Leftrightarrow \\ z^2 = xy - 2x - 2y + 4$$

Последние в \textcircled{①}

$$xy = xy - 2x - 2y - 2z + 4 \Rightarrow x + y + z = 2 \Rightarrow (x+y+z)^2 = 4$$

$$(x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz$$

$$\text{Последние из } \textcircled{①} \quad 4 = 3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 4x - 4y - 4z \Rightarrow$$

$$\underbrace{x^2 + y^2 + z^2}_{\text{4}} = \cancel{4} \Rightarrow$$

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = \underbrace{x^2 + y^2 + z^2}_{\text{4}} - \underbrace{4x - 4y - 4z}_{\text{-8}} + 12 = 8$$

Ответ: 8



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

 $N_2^a$ 

$$n = 10^{30007} - 1 \Rightarrow n^3 = 10^{90003} - 3 \cdot 10^{60002} + 3 \cdot 10^{30007} - 1$$

(Первое) Последние 30009 ударов числа  $\underline{(n^3+1)}$  — нуль,

а 30002-й удар — 3  $\Rightarrow$  В числе  $n^3$  будет равно

30001 девятка, ведь исле 30002-й удары девяток нет.

Ответ: 30001



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой** из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3

Числ. задача:  $\Delta$ -треугольники,  $L$ -углы

Решение:  $\Delta ABD$ -острогул.  $\angle ADB = \angle D$  - пересек. вс

к окр. наспр. к  $AB$  как к диаметру ( $w$ )

$FE \perp AC$  и  $DF \perp AC$

$E \in DF$  и  $E \in w$ ,  $E \neq D$

$$BE = 6 \quad AB = 8 \quad AC = 10$$

Найти:  $AF$

Решение: Пусть  $AF = x \Rightarrow$

$$CF = 10 - x$$

т.к.  $D \in E \in w \Rightarrow \angle AEB = \angle ADB = 90^\circ$

(зак  $\angle 1$ ) Пс т. Пифагора в  $\triangle ABE$   $AE^2 + BE^2 = AB^2 \Rightarrow$

$$AE = \sqrt{64 - 36} = 2\sqrt{7}$$

$\angle LABE = \angle ADE$ , т.к. четвертые углы  $ABDE$ -внешние

$$\sin \angle LABE = \frac{\sqrt{7}}{4} \Rightarrow \sin \angle ADF = \frac{x}{AD} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$\angle ADF = \angle FCD$ , т.к.  $\angle FDC = 90^\circ - \angle ADF = 90^\circ - \angle FCD$

$$\sin \angle FCD = \frac{AD}{AC} = \frac{AD}{10} = \frac{\sqrt{7}}{4} \Rightarrow AD = \frac{5\sqrt{7}}{2} \Rightarrow$$

$$x = \frac{\sqrt{7}}{4} \cdot \frac{5\sqrt{7}}{2} = \frac{35}{8}$$

Ответ:  $\frac{35}{8}$

На одной странице можно оформлять **только** одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.










СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{4}$

Пусть всего коробок —  $n$  ( $n \geq 2$ )

Изменение вероятности выигрыша —  $\frac{\binom{n-2}{2}}{\binom{n}{5}}$ , т.к.

$\binom{n}{5}$  — все возможные исходы, а  $\binom{n-2}{2}$  — количество благоприятных (3 правильные уже выбраны, остались из  $(n-3)$  оставшихся выборок 2)

Аналогично вероятность выигрыша

наше разрешение брать ≠ коробок —  $\frac{\binom{n-3}{4}}{\binom{n}{7}}$

$$\frac{\binom{n-3}{2}}{\binom{n}{5}} = \frac{\frac{(n-3)(n-4)}{2}}{\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{120}} = 60 \cdot \frac{1}{\frac{n(n-1)(n-2)}{720}} \quad \text{т.к. } 5! = 120$$

$$720 \cdot 4! = 24$$

$$\frac{\binom{n-3}{4}}{\binom{n}{7}} = \frac{\frac{(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)}{24}}{\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)}{7!}} = \frac{7!}{24} \cdot \frac{1}{\frac{n(n-1)(n-2)}{7!}} =$$

$$= 210 \cdot \frac{1}{n(n-1)(n-2)} \Rightarrow \frac{210}{60} = 3.5$$

Ответ: 3.5



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если для такой исследовательской сущности есть, то  
разница у неё была бы  $\left(\frac{\sqrt{26}}{3} - \sqrt{5}\right)$  — т.к. разница между 5-ым  
и 7-ым членом — 2 единиц.  
Разность исследов.

Но разница между 6-тым и 7-ым членом —  $\underline{\underline{2\sqrt{5}}}$ , а

$$2\sqrt{5} \neq \frac{\sqrt{\frac{26}{3}} - \sqrt{5}}{2}$$

$$\boxed{a \neq 2}$$

3)  $a = 0 \Rightarrow \textcircled{1} x^2 - y = 0$

$\textcircled{2} 3x^2 + 6 = 0 \Rightarrow x^2 + 2 = 0$

$\textcircled{2}$  прис  $y$  не имеет корней, а значит они не могут  
быть членами прогрессии

$$\boxed{a \neq 0}$$

Отв: 3

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \text{№5 } & \quad \textcircled{1} \quad x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0 \\ & \quad \textcircled{2} \quad 3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0 \end{aligned}$$

Если такое  $a \exists$ , то существует

но вбыв арифм. прогрессии сумма  $b-2c$  и  $7-2c$  членов равна  
сумме  $4-2c$  и  $9-2c$  (т.к.  $6+7=4+9$ )

По Т. Виета сумма корней кв. уравнения  $(ax^2 + bx + c) =$   
~~уравн.~~  $= -\frac{b}{a} \Rightarrow$

$$\text{из } \textcircled{1} \quad a^2 - 2a = \frac{a^3 - 2a^2}{3} \text{ из } \textcircled{2}$$

~~так~~  $a(a-2)(1 - \frac{a}{3}) = 0 \Rightarrow$  Рассмотрим несколько вариантов

$$1) \quad a = 3 \Rightarrow \textcircled{1} \quad x^2 - 3x - 7 = 0$$

$$\textcircled{2} \quad 3x^2 - 9x - 23x = 0 \Rightarrow x^2 - 3x - 29 = 0$$

$$\text{Корни } \textcircled{1} - \frac{3-\sqrt{13}}{2} \text{ и } \frac{3+\sqrt{13}}{2}, \text{ т.к. } D = 9+4=13$$

$$\text{Корни } \textcircled{2} - \frac{3-5\sqrt{13}}{2} \text{ и } \frac{3+5\sqrt{13}}{2}, \text{ т.к. } D = 325 = 5^2 \cdot 13$$

$\exists$  некоторая прогрессия с первыми членами  $= \frac{3-5\sqrt{13}}{2}$  и  $\frac{3+5\sqrt{13}}{2}$  разница

$$\boxed{a=3}$$

$$2) \quad a = 2 \Rightarrow \textcircled{1} \quad x^2 - 5 = 0$$

$$\textcircled{2} \quad 3x^2 - 26 = 0$$

$$\text{Корни } \textcircled{1} - (-\sqrt{5}) \text{ и } (\sqrt{5}) \quad \text{Корни } \textcircled{2} - \left(-\sqrt{\frac{26}{3}}\right) \text{ и } \left(\sqrt{\frac{26}{3}}\right)$$

такая прогрессия тоже существует - разница  $= \left(\frac{\sqrt{26}}{3} - \sqrt{5}\right)$ , а  
первый член

также



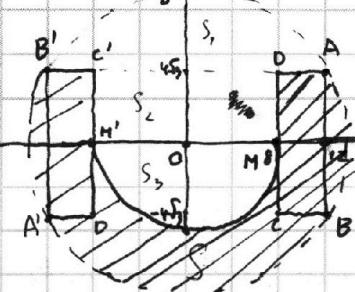
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Ч. задачи:  $\Delta$ -треугольник  
 $\Rightarrow$  Множество  $N$ -треугольников с вершинами  
 $(8; 4\sqrt{3}), (12; 4\sqrt{3}), (8; -4\sqrt{3}), (12; -4\sqrt{3})$  Пусть  $M$ -точка  
 Вершина  $D$  вершина  $A$  вершина  $C$  вершина  $B$   $(8, 0)$ -середина  $CD$   
 Квадратично повергаемое множество треугольников на угол  $120^\circ$ ,  
 от зоней отсечки исключены (закрыты)  
 слева.



Пусть Площадь этой фигуры  $= S$ .

$$S = S_0 - S_1 - S_2 - S_3, \text{ где}$$

$S_0$  - площадь круга радиуса  $OA$

$S_1$  - площадь сектора  $AB'$  круга с радиусом  $OA$

$S_2$  - площадь треугр.  $C'DMM'$

$S_3$  - площадь полуокружности с радиусом  $OB$ .

Пусть  $A'B'$  - отрезок  $A$  и  $B$   
 после поворота ( $\pi/3$  с угл. отражение  
 относительно о. точек  $A$  и  $B$  (см. в.)

аналогиче отрез.  $C'D'M'$

$$S_0 = \pi \cdot OA^2 = \pi (12^2 + (4\sqrt{3})^2) \text{ по Т. Пифагора в } \triangle OAN, \text{ где}$$

$$N - \text{середина } AB \quad \underline{\underline{192\pi}} \Rightarrow OA = \sqrt{192} = 8\sqrt{3}$$

$$S_2 = 4\sqrt{3} \cdot 16 = 64\sqrt{3} \quad S_3 = \frac{\pi \cdot OM^2}{2} = \underline{\underline{32\pi}}$$

Каждая  $\angle AOB'$ . Пусть  $\angle AOB' = \alpha$   $AB' = 24 \Rightarrow$   
 $\angle ABB' = \alpha/2$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{24}{16\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \underline{\underline{\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}}} \quad \frac{\pi}{3} \quad \frac{\alpha}{2} = \frac{\pi}{3}, \text{ т.к.}$$

~~В задаче~~  $\angle ABB'$  - острый  $\Rightarrow \angle AOB' = \frac{2\pi}{3}$

$$S_1 = \text{площадь сектора } AOB' - \text{площадь } \triangle AOB' = \frac{\angle AOB'}{2\pi} \cdot \pi \cdot OA^2 -$$

$$-\frac{\sin \angle AOB' \cdot OA^2}{2} = 192 \left( \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right) = \underline{\underline{64\pi - 48\sqrt{3}}} \Rightarrow$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 6

$$\textcircled{1} \quad \left| x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \right| + \left| x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \right| \leq 4$$

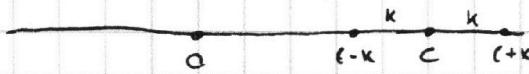
$8 \leq x \leq 12$ , т.к. иначе  $\textcircled{1}$  станет биг

$$|c + \frac{y}{2\sqrt{3}}| + |c - \frac{y}{2\sqrt{3}}| (\text{если } |c| > 2) \leq 4, \text{ где } |c| > 2, \text{ но}$$

Все пары  $c, k$  для которых  $|c+k| \geq 2c$

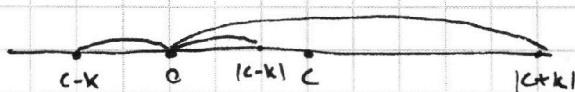
Все пары  $c, k$  для которых  $|c+k| \geq 2c$ , т.к. если  $|k| \leq |c|$ , то

для любого



все между  $c$  и  $c+k$  с одинаковыми знаками и тем же знаком  
 $2c \geq 2c$

а иначе ~~один~~ один из них может раскрыться с другим знаком и тогда



$$2|k| \geq 2|c|$$

Абсолютка

$$\text{Абсолютически } -4\sqrt{3} \leq y \leq 4\sqrt{3} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 8 \leq x \leq 12 \\ -4\sqrt{3} \leq y \leq 4\sqrt{3} \end{cases} \leftarrow \text{для } \forall x, y \text{ из этих систем выполняется } \textcircled{1},$$

т.к.  $\textcircled{1}$  станет биг  $|a-b| + |a+b| \leq 4$ , где  $|a|, |b| \leq 2$

Ко второе обозначение, скажем, что  $a > b$ . Но-группы-исключения

(случай 1)  $a < b$  разные знаки  $\Rightarrow a - b + a + b \leq 4$

(случай 2)  $a < b$  одинаковые знаки  $\Rightarrow a - b + a + b \leq 4$  если  $b, a > 0$

$$\begin{array}{c} a \leq 2 \\ \text{или} \\ a > 0 \end{array}$$

$a - b - a - b \leq 4$  если  $b, a < 0$

$$\underline{-2b \leq 2} \Rightarrow$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow S = S_0 - S_1 - S_2 - S_3 = 192\sqrt{6} - 64\sqrt{6} + 48\sqrt{3} - 32\sqrt{6} - 64\sqrt{3} =$$

$$= \boxed{96\sqrt{6} - 16\sqrt{3}}$$

Ответ:  $96\sqrt{6} - 16\sqrt{3}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

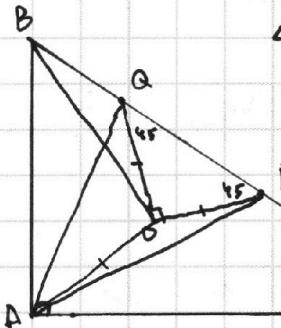
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой** из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

N<sup>e</sup> 7

Учеб. сбз:  $\triangle$  - треугольник,  $\angle$  - угол,  $\text{рівн}-\text{равенство}$

Дано: Треул.  $ABC$ ,  $\angle BAC = 90^\circ$ ,  $AB = BP$ ,  $AC = CQ$ ,  $DP = DQ$ ,

$\angle PDP = 90^\circ$ ,  $\angle BCA = 50^\circ$  Кат:  $\angle DBC$



Решение:  $DP = DQ \Rightarrow \triangle DPQ - \text{равнобедренный} \Rightarrow$

$$\angle DQP = \angle DPQ = 45^\circ$$

$$\angle ABC = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$$

т.к.  $AB = BP$  и  $AC = CQ$ ,

$$\triangle AQC \text{ и } \triangle ABP - \text{рівн} \Rightarrow \angle QAC = \angle AQC = 65^\circ \Rightarrow \angle QAP =$$

$$\angle BAP = \angle BPA = 70^\circ \Rightarrow \angle QAP =$$

$$= 65^\circ + 70^\circ - 90^\circ = 45^\circ$$

D - центр окр.  $\triangle AQP$ , т.к.  $DP = DQ$  и

≡

$$\angle PDQ = 2 \angle PAQ$$

$$\angle APQ = \angle APB = 70^\circ \Rightarrow \angle ADQ = 2 \angle APQ =$$

$$= 140^\circ$$

⇒  $ABAD$  - бисс. чотирикутника, т.к.  $\angle ADQ +$

$$\angle ABQ = 140^\circ + 40^\circ = 180^\circ$$

⇒ т.к.  $AD = QD \Rightarrow BD$  - биссектриса

$$\angle ABA \Rightarrow \angle DBC = \angle DBQ = \angle ABC / 2 = 20^\circ$$

Ответ:  $20^\circ$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N_1 \quad \begin{cases} xy = -2z + z^2 \\ yz = -2x + x^2 \\ zx = -2y + y^2 \end{cases}, \text{ т.к. } x, y, z \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} \frac{xy}{z} = z - 2 \\ \frac{yz}{x} = x - 2 \\ \frac{zx}{y} = y - 2 \end{cases}$$

т.к. числа  $x, y, z$  кратные, мы можем выделить делители как

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = ?$$

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2 \\ yz = -2x + x^2 \\ zx = -2y + y^2 \end{cases} \Rightarrow \text{т.к. } x, y, z \neq 0 \quad \begin{cases} \frac{xy}{z} = z - 2 \\ \frac{yz}{x} = x - 2 \\ \frac{zx}{y} = y - 2 \end{cases}$$

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = \frac{x^2 y^2}{z^2} + \frac{y^2 z^2}{x^2} + \frac{z^2 x^2}{y^2}$$

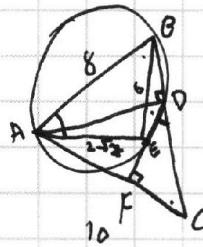
$$\text{т.к. } x, y, z \neq 0 \Rightarrow \frac{xy}{z}, \frac{yz}{x}, \frac{zx}{y} \neq 0 \Rightarrow x, y, z \neq 2$$

$$\text{из первой системы получаем } xy - yz = z^2 - 2z - x^2 + 2x$$

$$y(x-z) = -(x+z-2)(x-z) \Rightarrow (x-z)(y-x-z+2) = 0$$

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = \frac{xy}{z}(z-2) + \frac{yz}{x}(x-2) + \frac{zx}{y}(y-2) =$$

$$= xy + xz + yz - 2(xy + yz + zx) \left( \frac{xy}{z} + \frac{xz}{y} + \frac{yz}{x} \right) = xy + xz + yz - 2(x+y+z)$$



$$\sqrt{64 - 36} = \sqrt{28}$$

$$AF^2 + FE^2 = 28$$

$$\sin \angle BAE = \frac{a}{2R} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \quad \frac{FL}{DC} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{AD}{8} = \frac{AF}{2\sqrt{7}}$$

$$\frac{\sqrt{7}}{4} = \frac{AF}{AD} = \frac{AF}{\sqrt{100 - 64}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\left| x-10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \right| + \left| x-10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \right| \leq 4 \quad \underline{8 \leq x \leq 12}$$

$$2x^2 + 200 + \frac{y^2}{6} - 20x + 2 \left( (x-10)^2 - \frac{y^2}{12} \right) \leq 16 \quad \underline{-4\sqrt{3} \leq y \leq 4\sqrt{3}}$$

$$+ 2|c+k||c-k|$$

$$2c^2 + 2k^2 \leq 4c^2$$

$$k^2 \leq c^2$$

$$|c+k| + |c-k| \geq 2c$$

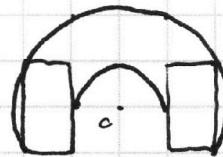
$$|c+k| - |c| \leq |c| - |c-k|$$

$$----- \bullet \bullet \bullet c \bullet -----$$

$$2c^2 + \frac{y^2}{6} + 2|c+\frac{y}{2\sqrt{3}}|f_1 \leq 16$$

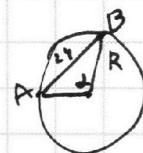
$$\frac{y^2}{6} + 2|c+\frac{y}{2\sqrt{3}}|f_1 \leq 8$$

$$144 + 48 = 192$$



$$\sqrt{192} = 2\sqrt{48} = 8\sqrt{3}$$

$$8 \bullet \bullet \bullet 12$$



$$S = \frac{\sin \frac{\alpha}{2} R^2}{2} \cdot \frac{d}{2\pi} \cdot \pi R^2 = \frac{\sin \alpha R^2}{2}$$

$$\sin \alpha$$

$$\bullet \bullet \bullet -4\sqrt{3} \bullet$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{AB}{2R} \quad AB$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                                     |                          |                                     |                          |                                     |                                     |                                     |
|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2 \\ y^2 = -2x + x^2 \\ zx = -2y + y^2 \end{cases}$$

$$zx = y(y-2)$$

$$\frac{z^2x}{y-2} = x(y-2)$$

$$z^2 = (x-2)(y-2) = xy + y - 2y - 2x$$

U

$$xz^2 + y^2 + z^2 - 4x - 4y - 4z + 12 = ?$$

y

-8

8

$$2x - 2 \frac{zx}{y} = y^2 - 2y - 2 \frac{zx}{y}$$

$$x \pm 2z = 4 - 2y - ?$$

$$\underline{x+y+2=0}$$

$$y = (x+y+z)^2 = 3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 4x -$$

-8

$$\underline{x^2 + y^2 + z^2 = y}$$

Пусть n - степень

$${C}_n^k = \frac{n!}{(n-k)! k!}$$

$${C}_4^2 \frac{4 \cdot 3}{2!}$$

$$= 60 \cdot \frac{1}{n(n-1)(n-2)}$$

$$\frac{7!}{4!} = 7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$$

$$\frac{{C}_n^2}{{C}_n^5} = \frac{(n-3)(n-4)}{2} =$$

$$\frac{{C}_n^4}{{C}_n^7} = \frac{(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)}{24} =$$

$$6,7 \quad x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$$

ПО ЧЛ-БУ  $\Sigma$  корней 2

$$4,9 \quad 3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$$

$$6+7=4+9$$

$$(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$$

$$x_1 = 6, x_2 = 7$$

$$x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$D = 9 + 4 = 13$$

$$3x^2 - 9x - 23 = 0$$

$$x^2 - 3x - 7 = 0$$

$$D = 9 + 316 = 325$$

- 3 - 7
- 2 - 9
- 1 - 11

$$" 25 \cdot 73$$

$$\frac{3 \pm 5\sqrt{13}}{2}$$