



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2, \\ yz = -2x + x^2, \\ zx = -2y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 30 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 8$, $BE = 6$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарiku. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть семь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$ являются четвертым и девятым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| + \left|x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| \leq 4$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle BCA = 50^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

✓ (Страница 1)

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2xy = -4z + 2z^2 + x^2 + y^2 \\ y^2 + z^2 + 2zy = -2x + 2x^2 + y^2 + z^2 \\ z^2 + x^2 + 2zx = x^2 + z^2 + y^2 \cdot 2 - 4y \end{cases}$$
$$\begin{cases} 4 + (x+y)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + (z-2)^2 \\ 4 + (y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + (x-2)^2 \\ 4 + (z+x)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + (y-2)^2 \end{cases}$$
$$\begin{cases} 2xy - z^2 + 4 = (z-2)^2 \\ 2z(x-y) + 4 = (x-2)^2 \\ 2y(z-x) + 4 = (y-2)^2 \end{cases}$$
$$(z-2)^2 + (y-2)^2 + (x-2)^2 = 2xy + 2zx + 2zy - x^2 - y^2 - z^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

17

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2 & ① \\ yz = -2x + x^2 & ② \\ zx = -2y + y^2 & ③ \end{cases}$$

Ищем систему
имеет решение,
подставим его.

~~Можно:~~
~~② + ③ + ① + ④ + ⑤ + ⑥~~

$$\Rightarrow \begin{cases} xy - (-2x + x^2) = (-2z + z^2) \cdot yz \\ xy \cdot (-2y + y^2) = (-2z + z^2) \cdot zx \\ yz(-2y + y^2) = (-2x + x^2) \cdot zx \end{cases}$$

$$x, y, z \neq 0 \Rightarrow$$

$$a = x^3 - 2x^2 = y^3 - 2y^2 = z^3 - 2z^2.$$

$$a = x^2(x-2) = (y-2)y^2 = (z-2)z^2.$$

$$a = x^4 \cdot (x-2)^2 = (y-2)^2 y^4 = (z-2)^2 z^4.$$

$$y^3 - 2y^2 = x^3 - 2x^2 = z^3 - 2z^2.$$

$$2xy = -4z + z^2 \cdot 2$$

$$2yz = -4x + 2x^2.$$

$$2zx = -4y + 2y^2.$$

$$\begin{aligned} & 2xy - z^2 + 4 + 2yz - y^2 + 4 + 2zx - x^2 + 4 \\ & = (x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2. \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☒3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2
Если n состоит из 30001 девяток, то
 $n = 10^{30002} - 1$

$$\begin{aligned} \text{тогда } n^3 &= (10^{30002} - 1)^3 = 10^{30002 \cdot 3} - 3 \cdot 10^{30002 \cdot 2} \\ &\quad + 3 \cdot 10^{30002} - 1 \\ &= \underbrace{(10^{30002} - 3) \cdot 10^{30002 \cdot 2}}_{1\text{-е число}} + \underbrace{3 \cdot 10^{30002} - 1}_{2\text{-е число}} \end{aligned}$$

$n^3 = 1\text{-е число} + 2\text{-е число}$, каждое из них > 0 ,
цифры (разряды друг на друга не накладываются)
важный (различия от нуля = цифра)

т.е. кол-во 9ок в $n^3 =$ кол-во 9в числе +
+ кол-во девяток в числе 2
1ое число:

$$\underbrace{999 \dots 97}_{30002} \underbrace{000 \dots 0}_{30002 \cdot 2} - 30001 \text{ девяток}$$

число 2:

$$\underbrace{2999 \dots 918 \dots 999}_{30003} \approx 30002 \text{ девяток}$$

$\Rightarrow$ в n^3 всего: $30004 + 30002 = 60006$ девяток
ответ: 60006 девяток

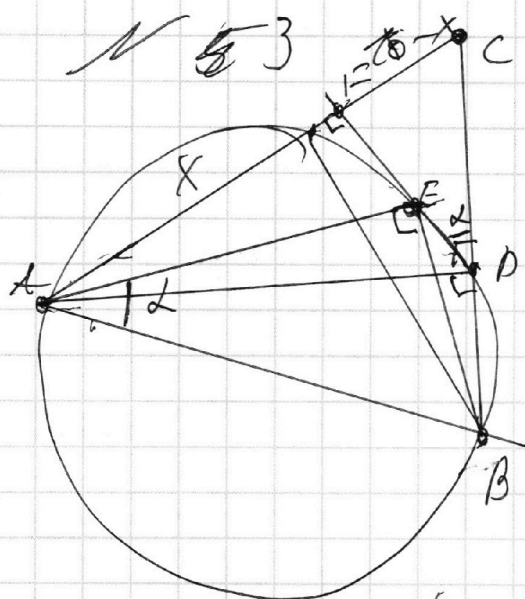


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\angle AEB = 90^\circ, \angle APB = 90^\circ$
т.к. эти углы вписанные
и опираются на одну дугу
 $\angle EPB$ - вписанный

$$\Rightarrow \angle EPB = 490^\circ - \angle EPB$$

$$\angle EPB = \angle EAB$$

$$\Rightarrow \sin(\alpha) = \frac{EB}{AB} = \frac{3}{4}$$

Пусть $AF = x$, тогда

$$EC = 20 - x$$

$$\text{в } \triangle ECP: CP \cdot \sin(\alpha) = EC$$

$$\Rightarrow CP = \frac{EC}{\sin(\alpha)} \Rightarrow \text{по теореме Пифагора в } \triangle ACP$$

$$AC^2 = 10^2 = CP^2 + AP^2 \Rightarrow AP^2 = AC^2 - CP^2$$

По теореме Пифагора в $\triangle AEP$: $EP^2 = AP^2 + AE^2$
и в $\triangle FCP$: $CP^2 - FC^2 = EP^2$

$$\Rightarrow CP^2 - FC^2 = AP^2 - AE^2 \Rightarrow AC^2 - CP^2 - AF^2 \Rightarrow$$

$$2CP^2 - FC^2 = AC^2 - AF^2$$

$$2CP^2 - 100 - x^2 + 20x = 100 - x^2$$

$$20x = 200 - \frac{(20-x)^2}{\sin^2(\alpha)} = \frac{200 - 2CP^2}{20} = 10 - \frac{CP^2}{10}$$

$$20x = 200 - \frac{(16 \cdot 2 \cdot (20-x))^2}{9}$$

$$180x = 1800 - 3200$$

$$+ 20 \cdot 16 \cdot 2 \cdot x + x^2 = 16 \cdot 2$$

$$1400x - 460x + x^2 = 0$$

$$\text{Ответ! } AF = x = \frac{460 \pm \sqrt{460^2 + 4 \cdot 1400 \cdot 32}}{64} = \frac{460 + 10\sqrt{3208}}{64}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть всего коробок N , тогда всего вариантов того, ~~с~~ у веревочного выбрать 3 коробки, так, что их поместит суммарно шариков C_N^3 - общее кол-во исходов
Кол-во вариантов того, что в 5 и выбраных коробках будет лежать 3 шарика.
 C_5^3 (выберем 3 коробки и шарик из шариков) $\Rightarrow$ Раньше вероятность выпадения шарика равнялась! $P_1 = \frac{C_5^3}{C_N^3}$, теперь же, он выбирает 7 коробок $\Rightarrow$ кол-во учитываемых его исходов $= C_7^3 \Rightarrow$ его вероятность (поделив) в этом случае $P_2 = \frac{C_7^3}{C_N^3}$ т.е. $\frac{P_2}{P_1} = \frac{C_7^3}{C_5^3}$
 $\frac{P_2}{P_1} = \frac{7! \cdot 3! \cdot 2!}{4! \cdot 3! \cdot 5!} = \frac{7 \cdot 2}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 3,5$ раз
ответ: 3,5 раз.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5 (продолжение)

$$a^3 - 5a^2 + 6a = 0 \rightarrow \begin{cases} a = \frac{5 \pm 1}{2} = 3 \\ a = 2 \end{cases}$$

$$(a^2 - 5a + 6) \cdot a = 0$$

$$a \cdot (a - 3) \cdot (a - 2)$$

Проверим:

$$\begin{cases} a = 0 \\ a = 2 \\ a = 3 \end{cases}$$

случай 1:

$$a = 0$$

$$x^2 - (a^2 - 2a) \cdot x + a^2 - a - 2 = x^2 - 7 = 0$$

$$3x^2 - (a^3 - 2a^2) \cdot x + 6 - a^5 = 0 = 3x^2 + 6 - \text{нет корней}$$

$\Rightarrow a = 0$ не подходит

случай 2:

$$a = 2$$

$$x^2 - (a^2 - 2a) \cdot x + a^2 - a - 2 = x^2 - 5$$

$$3x^2 - (a^3 - 2a^2) \cdot x + 6 - a^5 = 3x^2 - 26 = 0$$

$$x_1 = -\sqrt{5}, x_2 = \sqrt{5}, x_3 = \sqrt{\frac{26}{3}}, x_4 = -\sqrt{\frac{26}{3}}$$

Тогда ~~то~~ так как это целые арифм. произведе-
 делимы выполняются равенства!

$$|\sqrt{5} - (-\sqrt{5})| = |2\sqrt{5}|$$

$$\left| -\sqrt{\frac{26}{3}} - \sqrt{\frac{26}{3}} \right| = 5|2\sqrt{5}| \Rightarrow 10\sqrt{5} = \frac{\sqrt{26}}{3} \cdot 2, a$$

это не верно $\Rightarrow a = 2$ не подходит

$$a = 3$$

$$x^2 - (a^2 - 2a) \cdot x + a^2 - a - 2 = x^2 - 3x - 1$$

$$3x^2 - (a^3 - 2a^2) \cdot x + 6 - a^5 = 3 \cdot (x^2 - 3x + 2 - 9^2)$$

$$= 0 \Rightarrow x^2 - 3x - 79 = 0$$

Корни первого: $x_1 = \frac{3 + \sqrt{293}}{2}, x_2 = \frac{3 - \sqrt{293}}{2}$

$$\Rightarrow \sqrt{293} = \frac{3 - 13\sqrt{5}}{2} - \text{не подходит} \Rightarrow a = 3 \text{ подходит}$$

закрывает $\Rightarrow$ ответ: 3.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

По 1n ввета ^{и 5} для первого! ^{т.к оба квадратичны}
 $a^2 - 2a = x_1 + x_2$ — корни того. имеют вид

Для второго!

$$a^3 - 2a^2 = x_3 + x_4 \text{ — корни того}$$

Пусть b — первый член d — разность прогрессии

Тогда все корни первого удовлетворяют условию!

$$x_1 + x_2 = b + d \cdot 5 + b + d \cdot 6 = 2b + 11d$$

$$x_3 + x_4 = b + d \cdot 3 + b + d \cdot 8 = 2b + 11d$$

$$\Rightarrow a^3 - 2a^2 = (a^2 - 2a) \cdot 3 \Rightarrow a^3 - 5a^2 + 6a = 0$$

$$a^3 - 3a^2 + 2a = 0$$

$$a \cdot (a^2 - 3a + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a^2 - 3a + 2 = 0 \end{cases}$$

$$a^2 - 3a + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = 2 \end{cases}$$

$a = 0$!

Первое уравнение! $x^2 - x \cdot 0 - 7 = 0$

$$\Rightarrow x = \pm \sqrt{7}$$

Второе уравнение!

$$\Rightarrow x = \pm \sqrt{7}$$

$$3x^2 - (a^3 - 2a^2) \cdot x + 6 - a^5 =$$

$$\Rightarrow a = 0 \text{ не подходит. } 3x^2 + 6 = 0 \Rightarrow x \in \emptyset$$

$a = 1$

$$\textcircled{1} x^2 - (a^2 - 2a) \cdot x + a^2 \cdot a - 7 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 7$$

$$\textcircled{2} 3x^2 - (a^3 - 2a^2) \cdot x + 6 - a^5 = 3x^2 + x + 5 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☒7
☐СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6 (продолжение)

Расстояние от точки $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ по теореме

Пифагора. ~~Найдем~~ Рассмотрим для $y > 0$ для

$$\left| x + 10 + \frac{y}{\sqrt{3}} \right| + \left| x - 10 - \frac{y}{\sqrt{3}} \right| \leq 4 \quad y < 0 \text{ аналогично}$$

Вариант 1:

$$x - 10 \geq -\frac{y}{\sqrt{3}}; \quad 2x - 20 \leq 4 \Rightarrow x \leq 12$$

$$\Rightarrow y \leq 4\sqrt{3} \quad \text{т.е. расстояние } t_{\max} = \sqrt{144 + (4\sqrt{3})^2}$$

в этом случае $t_{\max} = \sqrt{192}$. А так как $y > 0$

$$\Rightarrow x \geq 10 \Rightarrow t_{\min} = \sqrt{10^2 + 0^2} = 10 \text{ в этом}$$

случае

Вариант 2:

$$x + \frac{y}{\sqrt{3}} \geq 10 \quad y > 0 \Rightarrow t_{\min} = \sqrt{10^2 + 0^2} = 10$$

$$x \leq \frac{y}{\sqrt{3}} + 10 \quad \frac{y}{\sqrt{3}} + 10 \geq 0$$

$$x - 10 + \frac{y}{\sqrt{3}} - x + 10 + \frac{y}{\sqrt{3}} \leq 4$$

$$\frac{y}{\sqrt{3}} \leq 4 \Rightarrow y \leq 4\sqrt{3} \Rightarrow x \leq 12$$

$\Rightarrow t_{\max}$ совпадает с найденным в предыдущем случае.

Вариант 3:

$$x - 10 + \frac{y}{\sqrt{3}} \geq 0, \quad y > 0.$$

$$\Rightarrow x \leq 10 - \frac{y}{\sqrt{3}}, \quad 2x - 20 \geq 4 \Rightarrow x \geq 12$$

$\Rightarrow$ этого случая не бывает $\Rightarrow 10 \leq t \leq \sqrt{192}$

т.к. функция непрерывна то все точки покрыты

$$\Rightarrow S = \pi \cdot t_{\max}^2 - \pi t_{\min}^2 = 92 \cdot \pi \text{ ответ: } 92 \cdot \pi.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

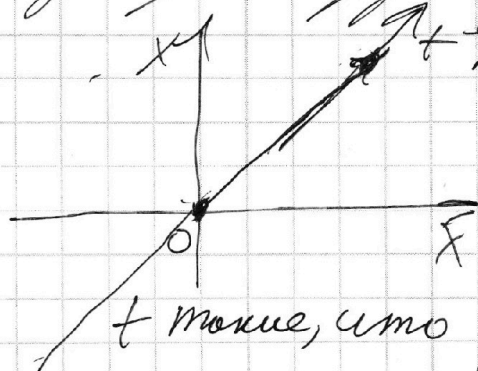
СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

Заметим, что если есть решение (x, y) и $(x, -y)$ (подставим в уравнение) $\Rightarrow$ фигура симметрична

относительно оси x $\Rightarrow$ введем введем
у центра координат - O ~~какой~~

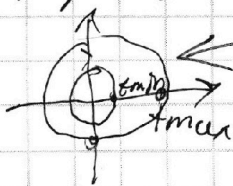


какой ось t
неме повороты
какой ось будут
взяты (t фигура)

x все точки (координаты)

t такие, что до поворота до той
точки от центра координат было
расстояние $t \Rightarrow$ на всех направлениях
будут появляться точки с координатами
от $t_{\min}$ до $t_{\max}$, где $t_{\min}$ - мини-
мальное расстояние до точки от центра
координат $t_{\max}$ - максимальное расстояние
до точки от центра координат.

$\Rightarrow$ фигура при повороте займет
мощность заштрихованную кривую:



это 2 ~~окружности~~ $\Rightarrow$ $S = \pi t_{\max}^2 - \pi t_{\min}^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} MB &= \frac{a \cdot \lg(50^\circ) + \frac{a}{\cos 50^\circ} - a}{2} \quad \text{из формулы,} \\ \text{PM} &= \frac{a + a \cdot \lg(50^\circ) - \frac{a}{\cos 50^\circ}}{2} \\ \frac{PM}{MB} &= \frac{1 + \lg(50^\circ) - \frac{1}{\cos 50^\circ}}{\lg(50^\circ) + \frac{1}{\cos 50^\circ} - 1} \\ &= \frac{\cos(50^\circ) + \sin(50^\circ) - 1}{\sin(50^\circ) + 1 - \cos(50^\circ)} \quad \sqrt{1 - \sin^2(50^\circ)} + \sin \\ \Rightarrow \angle PBC &= \arctg\left(\frac{\cos(50^\circ) + \sin(50^\circ) - 1}{\sin(50^\circ) + 1 - \cos(50^\circ)}\right) \\ \text{ответ: } &\arctg\left(\frac{\cos(50^\circ) + \sin(50^\circ) - 1}{\sin(50^\circ) + 1 - \cos(50^\circ)}\right) \end{aligned}$$



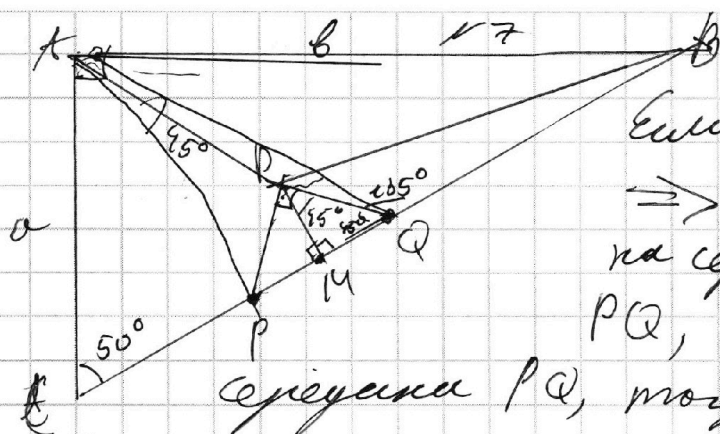
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Если $PR = PQ$

$\Rightarrow$ Р лежит на серединке

PQ , т.к. $\angle$

середина PQ , тогда:

$$MP = MQ \text{ (т.к. } \angle RPQ = \frac{180^\circ - \angle PRQ}{2}$$

$(\angle RPQ = \angle PRQ)$, $\angle MPQ = \angle RPQ$ т.к. PM — биссектриса $\Rightarrow \triangle PMQ = \triangle RPQ$ ($PM = MQ$)

$\angle PBC = \arccos\left(\frac{PM}{MB}\right)$, пусть $\angle B = \beta$,

$$AC = a \Rightarrow PQ = CB = PB + CQ - CB$$

$$= a + b - \frac{a}{\cos(50^\circ)} \quad \left(\frac{a}{\cos(50^\circ)} = BC\right) \frac{b}{a} = \tan(50^\circ)$$

$$\Rightarrow \frac{PQ}{2} = \frac{a + \tan(50^\circ) \cdot a - \frac{a}{\cos(50^\circ)}}{2} = PM, MB$$

$$= BP - QP = a - \frac{\tan(50^\circ) \cdot a + a - \frac{a}{\cos(50^\circ)}}{2}$$

$$= \frac{\frac{a}{\cos(50^\circ)} + a - \tan(50^\circ) \cdot a}{2} \Rightarrow \frac{PM}{MB} = \frac{1 + \tan(50^\circ) - \frac{1}{\cos(50^\circ)}}{1 + \cos(50^\circ) - \sin(50^\circ)}$$

$$\Rightarrow \frac{PM}{MB} = \frac{1 + \tan(50^\circ) - \frac{1}{\cos(50^\circ)}}{1 + \cos(50^\circ) - \sin(50^\circ)}$$

$$\Rightarrow \angle PBC = \arccos\left(\frac{\cos(50^\circ) + \sin(50^\circ) - 1}{\cos(50^\circ) - \sin(50^\circ) + 1}\right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

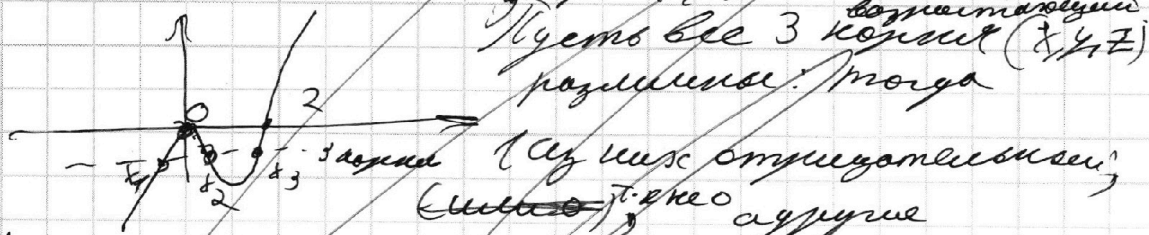
СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим функцию $f(t) = t^3 - 2t^2$

Она непрерывна, имеет 1 корень при $t=0$ и 2 при $t \neq 0$ у неё отрицательные значения

$0 < t < 2$ — тогда $\Rightarrow$ она возрастает
или $t > 2$ тогда $\Rightarrow$ она убывает



положительное при $t < 0$ и $t > 2$ пусть x, y, z — корни

обязательно $z \geq y \geq x$, тогда $z \geq 2$ (при $z \geq 2$ и меньше 3 различных корней у $f(t)$)

(выносим за скобки) $\Rightarrow z^3 - 2z^2 \geq 0 \Rightarrow z^2(z - 2) \geq 0$

$y^3 - 2y^2 < 0 \Rightarrow y^2(y - 2) < 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(1): $x = \frac{-1 \pm \sqrt{29}}{2}$ не подходит.

(2): ~~$x =$~~ нет корней

$\Rightarrow a = 1$ не подходит.

$a = 2$:

$$3 \cdot x^2 - (a^3 - 2a^2) \cdot x + 6 - a^5 = 0$$

$$\Rightarrow 3x^2 + 6 - 32 \Rightarrow x^2 = \frac{26}{3} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{26}{3}}$$

$$x^2 - (a^2 - 2a) \cdot x + a^2 - a + 7 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 0 \cdot x + 5 = 0 \Rightarrow x = \pm \sqrt{5}$$

Но тогда:

$$\sqrt{5} = (-\sqrt{5}) = |d|$$

$$2\sqrt{5} = |d|$$

$$\sqrt{\frac{26}{3}} - (-\sqrt{\frac{26}{3}}) = |d| \neq 5$$

$$\sqrt{\frac{26}{3}} \cdot \frac{2}{5} = \sqrt{5}, \text{ а это}$$

не верно $\Rightarrow a = 0$ не подходит.

$\Rightarrow$ также a нет.

Ответ: ни при каких $a \Rightarrow$ нет таких a .

$$\begin{array}{r} 35 \overline{) 12} \\ 3 \cdot 16 \\ \hline 325 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 325 \overline{) 25} \\ 25 \cdot 13 \\ \hline 3 \pm 5 \sqrt{23} \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \pm 5 \sqrt{23} \\ \hline 2 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{32}{9} \cdot (10-x)^2 \quad \text{Черновик.}$$

$$\frac{100 \cdot 32}{9} + x^2 \cdot \frac{32}{9} - \frac{640}{9} x = 100$$

$$\frac{32}{9} - 1 =$$

$$\frac{23}{9} \cdot (10-x)^2 = 100 - x^2$$

$$2300 - 460x + 23x^2 + 9x^2 - 860x = 0$$

$$32x^2 + 1400 - 460x = 0$$

$$x^2 - (a^2 - 2a) \cdot x + a^2 - a - 2 = 0$$

$$3x^2 - (a^3 - 2a^2) \cdot x + 6 - a^5$$

$$a+3d$$

$$a+8d$$

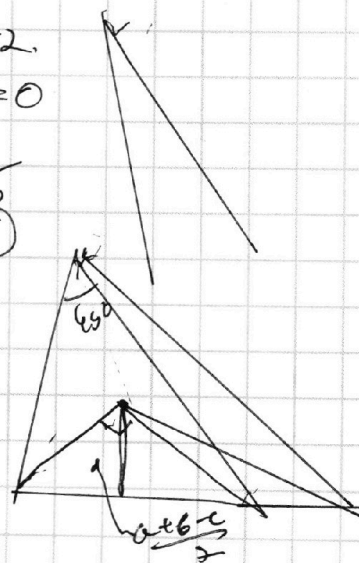
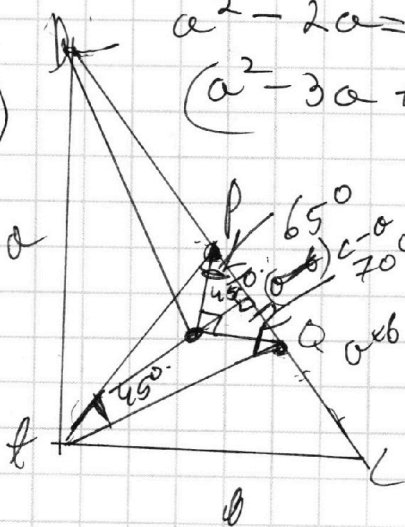
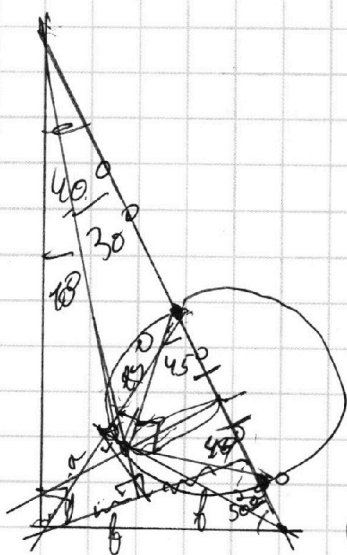
$$a+11d$$

$$a+6d$$

$$a^3 - 2a^2 = a^2 - 2a$$

$$a^2 - 2a = a - 2$$

$$(a^2 - 3a + 2) \neq 0$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x-2=a$$

$$y-1=b$$

$$z-2=c$$

$$2xy - z = (x-2)^2$$

$$(x+2) \cdot$$

2.

$$x^3 - 2x^2 = y^3 - 2y^2$$

$$xy - 2z + 4 = (x-2)^2$$

$$zy - 2x + 4 = (y-1)^2$$

$$xz - 2y + 4 = (z-2)^2$$

$$2 \cdot (2-z)$$

$$xy = (x-2) \cdot z$$

$$zy = (y-1) \cdot x$$

$$xz = (z-2) \cdot y$$

$$z^2 = (x-2)(y-2)$$

$$y^2 = (x-2)(z-2)$$

$$x^2 = (y-2)(z-2)$$

$$x-3$$

$$(x+2) = ab$$

$$(a+2)^2 = c \cdot b$$

$$(b+2)^2 = c \cdot a$$

$$12 > x > 0$$

$$y^3 - 2y^2 = x^3 - 2x^2$$

$$x^2 + y^2 + xy = (y-x) \cdot 2 \cdot (x+y)$$

$$x^2 + y^2 + xy \geq 2(x+y)$$

$$x^2 - 2x$$

$$2x^2 + 2y^2 + 2xy = 4(x+y) + 4$$

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 + (x+y)^2 = 4 + (x+y)^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик:

$$xy = -2z + z^2 = (2-z)^2 = xy + 4$$

$$yz = -2x + x^2$$

$$zx = -2y + y^2$$

$$x^2 = x - 2$$

$$x^2 = (x-2)^2$$

$$xy + 4 + yz + 4 + zx + 4 = 1$$

$$2xy + 4 = (2-z)^2 + z^2 = x^2$$

$$4 + 4 + 2xy + 4 + 2yz + 2zx - z^2 - y^2 - x^2 = 1$$

$$x = 2, x = 0$$

$$2z + 2x + 2y + 4xy + yz + zx = z^2 + y^2 + x^2$$

$$(z-y) + z$$

$$(x-y) - 4z + z^2 + x^2 + y^2$$

$$(y+z)^2 = -4x + 2$$

$$4x^2 + 4z^2 + 4y^2 - 4x - 4y - 4z$$

$$z(x+y+z-2)$$

$$(x-y) \cdot x$$

$$xy + 1 + yz + 1 + zx + 1 = (z-1)^2 + (x-1)^2 + (y-1)^2$$

$$z \cdot (x+y) = -2 \cdot (x+y) + x^2 + y^2$$

$$(z+2) \cdot (x+y) = x^2 + y^2$$

$$zx + zy - 2z + z^2 = (x+y)^2$$

$$z \cdot (x+y-2+z) = (x+y)^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Исходник:

$$\begin{array}{r} xy+4+yz+4+zx+4-2x-2y-2z \\ (x-2)^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} xy+4+yz+4+zx+4-2x-2y-2z \\ xy+1 \quad (x-2) \cdot z + (x-2) \cdot y \\ yz+1 \\ zx+1 \\ xy+yz+zx+1+1+1 = z \cdot (z-2) \\ + x(x-2) + y(y-2) \\ 2xy = -4z + 1z^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (z-2=x) \\ 2xy+4+2yz+4+2zx+4 = (z-2)^2 \\ + (x-2)^2 + (y-2)^2 \\ x^2+y^2+z^2 \end{array}$$

$$10^{30002 \cdot 3} + 1 - 10^{30002 \cdot \frac{2}{3}} + 10^{30002 \cdot \frac{1}{3}}$$

