



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2, \\ yz = -2x + x^2, \\ zx = -2y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 30 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 8$, $BE = 6$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарiku. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть семь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$ являются четвертым и девятым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| + \left|x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| \leq 4$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle BCA = 50^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2 \\ yz = -2x + x^2 \\ zx = -2y + y^2 \end{cases} \quad \text{вычтем I и II:}$$

$$y(z-x) = (z-x) \cdot 2 \cdot (x-z)/(x+z) \neq$$

$$0 = (x-z)(x+z+y-2)$$

значит либо $x+y+z=2$, либо $x=z$, $y=x$,
аналогично получим:

$$0 = (y-x)(x+y+z-2)$$

$$0 = (z-y)(x+y+z-2)$$

значит $x=y=z$, либо $x+y+z=2$

I случай: $x=y=z=a$

$$a^2 = -2a + a^2 \Rightarrow a = 0 \quad \text{противоречие с условием } x, y, z \neq 0$$

II случай $x+y+z=2 \Rightarrow x-2 = -y-z, y-2 = -x-z, z-2 = -y-x$

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = (-y-z)^2 + (-x-z)^2 + (-y-x)^2$$

подставим $x^2 = yz + 2x$ и аналогичные

$$yz + zx + xy - 2(x+y+z) + 12 = 4(yz + zx + xy) + 4(x+y+z)$$

$$yz + zx + xy + 8 = 4(yz + zx + xy) + 8$$

$$yz + zx + xy = 0$$

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = yz + zx + xy + 8 = 8$$

Ответ: 8



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Раз десети́зкое запис в 30 001 делеток, то само
n равно $10^{30001} - 1$, тогда $n^3 = 10^{90003} - 3 \cdot 10^{60002} + 3 \cdot 10^{30001} - 1 =$
 $= (10^{30001} - 3) \cdot 10^{60002} + 3 \cdot 10^{30001} - 1$

$$3 \cdot 10^{30001} - 1 = \underbrace{29 \dots 9}_{30001 \text{ делеток}}$$

$$10^{30001} - 3 = \underbrace{9 \dots 97}_{30000 \text{ делеток}}$$

т.е. имеет $n^3 = \underbrace{9 \dots 97}_{30000} \underbrace{000 \dots 0}_{30000} \underbrace{299 \dots 9}_{30001} - 1$ т.е

n^3 содержит 60001 делеток в своей записи

Ответ: 60 001



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Получим: $100 - \frac{64}{28}x^2 = 100 - 20x + \frac{64}{28}x^2$

$$\frac{128}{28}x^2 - 20x = 0$$

$$x (128x^2 - 20 \cdot 28) = 0$$

т.к. x - длина AF, то $x \neq 0$

$$\text{Упростим } x = \frac{20 \cdot 28}{128} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 7}{16 \cdot 8} = \frac{35}{8}$$

$$\text{Ответ } AF = \frac{35}{8}$$

Аналогично примерам 7. Рассмотрим же 28 ADF_u и DFC
 $(FC = 10 - x) \quad DC^2 = (10 - x)^2 - x^2 + x^2 \left(\frac{64}{28} \right)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: в 4 раз 3,5 раз

Пусть n - количество коробок (раз игроку разрешено выбрать 7, то $n \geq 7$)

Вероятность победы - кол-во наборов из ^{способов выбрать} 3 шарика, содержащих 3 шарика, делить на кол-во способов выбрать поробки.

в I случае кол-во способов выбрать 3 шарика это C_{n-3}^2 , а всего C_n^5 способов выбрать 5 коробок
во II случае кол-во способов выбрать 3 шарика - C_{n-3}^4 , а всего C_n^7 способов.

Отношение вероятности во II случае к вероятности

$$\text{в I случае есть: } \frac{C_{n-3}^4}{C_n^7} : \frac{C_{n-3}^2}{C_n^5} =$$

$$= \frac{\frac{(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)}{2 \cdot 4}}{\frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot (n-4) \cdot (n-5) \cdot (n-6)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}} \cdot \frac{\frac{(n-3)(n-4)}{2}}{\frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot (n-4)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}} =$$

$$= \frac{5 \cdot 6 \cdot 7}{n \cdot (n-1) \cdot (n-2)} : \frac{60}{n \cdot (n-1) \cdot (n-2)} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7}{60} = 3,5$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{III } a=3 \quad x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 3x^2 - 9x + 6 - 243 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x + 2 - 81 = x^2 - 3x - 79 = 0$$

$$\text{Корни первого уравнения } \frac{3 \pm \sqrt{9+4}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\text{Корни второго: } \frac{3 \pm \sqrt{9+4 \cdot 79}}{2} = \frac{3 \pm 5\sqrt{13}}{2}$$

Подойдёт посерединителю с шагом $\sqrt{13}$

$$\text{Первый номер } x_1 = \frac{3 - 1\sqrt{13}}{2}, \text{ тогда}$$

$$x_4 = \frac{3 - 5\sqrt{13}}{2}, \quad x_6 = \frac{3 - \sqrt{13}}{2}, \quad x_7 = \frac{3 + \sqrt{13}}{2}, \quad x_9 = \frac{3 + 5\sqrt{13}}{2}$$

Ответ: $a=3$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

По теореме Виета $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, где x_1, x_2 - корни, а - старший, b - ^{коэффициент} средний ~~член~~ ^{свободный член} квадратного трёхчлена. Обозначим i -й член прогрессии из условия за x_i , тогда по условию ~~то~~ корни ~~много~~ и теореме Виета имеем:

$$\begin{cases} x_6 + x_7 = -\frac{-(a^2 - 2a)}{1} \\ x_4 + x_9 = -\frac{-(a^3 - 2a^2)}{3} \end{cases}$$

и есть k -ная прогрессия, тогда $x_4 = x_6 - 2k$, а $x_9 = x_7 + 2k$, получаем, что $x_4 + x_9 = x_6 + x_7$

$$\text{тогда } a^2 - 2a = \frac{a^3 - 2a^2}{3} \Rightarrow 3a(a-2) = a \cdot a(a-2)$$

$$a(a-2)(a-3) = 0, \text{ получаем не более 3}$$

что a не может быть ни кем, кроме 0, 2, 3

Проверим эти варианты:

I $a=0$ $3x^2 - (a^2 - 2a^2)x + b - a^5 = 0 \Rightarrow$
 $3x^2 + 6 = 0$ - нет корней, противоречие

II $a=2$ $x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = x^2 - 5 = 0 \Rightarrow$ ~~нет~~
 корни: $\sqrt{5}$ и $-\sqrt{5}$
 $3x^2 - (a^2 - 2a^2)x + b - a^5 = 3x^2 - 26 = 0 \Rightarrow$ корни: $\sqrt{\frac{26}{3}}$ и $-\sqrt{\frac{26}{3}}$

$$|K| = |x_6 - x_7| = 2\sqrt{5} \Rightarrow 25|K|^2 = 250$$

$$5|K| = |5K| = |x_4 - x_9| = 2\sqrt{\frac{26}{3}} \Rightarrow 25|K|^2 = 50 \cdot \frac{26}{3} \neq 250$$

получим противоречие



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Зафиксируем y , получим уравнение $|x+c_1| + |x+c_2| \leq 4$,

где c_1, c_2 - константы. Пусть $c_1 > c_2$

при $x > -c_1, -c_2$ $|x+c_1| + |x+c_2| = 2x + c_1 + c_2$

при $-c_2 > x > -c_1$: $|x+c_1| + |x+c_2| = x + c_1 - x - c_2 = c_1 - c_2$

при $-c_1, -c_2 > x$: $|x+c_1| + |x+c_2| = -c_1 - c_2 - 2x$

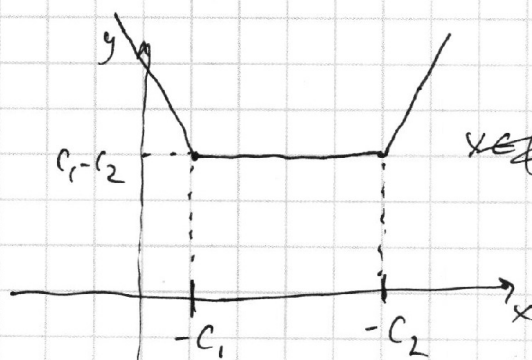
в точках $x = -c_1$ и $-c_2$ $|x+c_1| + |x+c_2| = c_1 - c_2$

(совпадает с значением $2x + c_1 + c_2$ при $x = -c_2$ и $-c_1 - c_2 - 2x$

при $x = -c_1$) получим что график функции

$$f(x) = |x+c_1| + |x+c_2|$$

выглядит как показано:



на графике $f(x) \leq 4$

при $c_1 - c_2 > 4$, а иначе

$x \in [x_1, x_2]$ где

x_1, x_2 - корни $2x + c_1 + c_2 = 4$ и

$-c_1 - c_2 - 2x = 4$ соответственно.

значит, чтобы Φ имел вид вложенности графиков,

получим уравнение $|x+10-\frac{y}{253}| + |x-10-\frac{y}{253}| = 4$

Из предыдущих рассуждений мы знаем
искать корни при фиксированном y , теперь
выразим x как функцию от y



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

выразим C_1, C_2 через y :

$$\begin{cases} y \geq 0: C_1 = -10 + \frac{y}{\sqrt{3}}, C_2 = -10 - \frac{y}{\sqrt{3}} \\ y < 0: C_1 = -10 - \frac{y}{\sqrt{3}}, C_2 = -10 + \frac{y}{\sqrt{3}} \end{cases}$$

тогда $\begin{cases} C_1 - C_2 = \frac{y}{\sqrt{3}}, y \geq 0 \\ C_1 - C_2 = -\frac{y}{\sqrt{3}}, y < 0 \end{cases}$, та неравенство при $C_1 - C_2 \leq 4$

$$\begin{cases} y \leq 4\sqrt{3}, y \geq 0 \\ y \geq -4\sqrt{3}, y < 0 \end{cases}$$

$C_1 + C_2$ же равно -20 и не зависит от y

(так $-10 + \frac{y}{\sqrt{3}} + -10 - \frac{y}{\sqrt{3}} = -20$)

$$2x + C_1 + C_2 = 4$$

$$x = \frac{24}{2} = 12$$

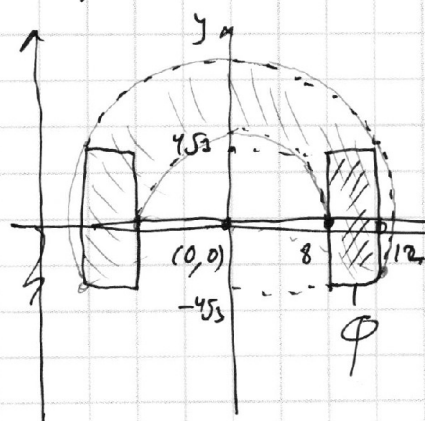
$$-2x - C_1 - C_2 = 4$$

$$x = \frac{4 - 20}{-2} = 8$$

Значит $x \in [8, 12]$ при $|y| \leq 4\sqrt{3}$, иное

нет точек.

Сделаем выделена область, закрашиваем при повороте φ на угол π



Разобьём её на сегменты:
полукругом с радиусом $(8, \sqrt{12^2 + (4\sqrt{3})^2})$

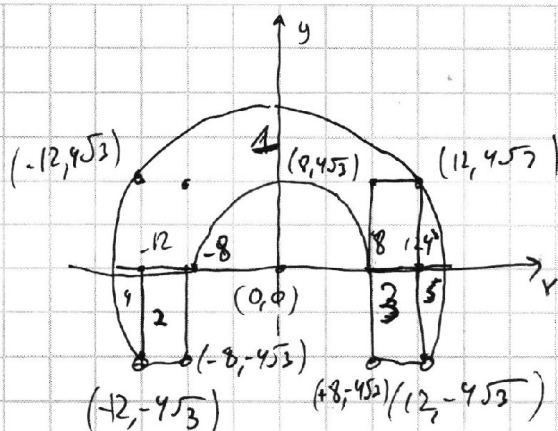


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Найдём расстояние

от $(0,0)$ до $(12, 4\sqrt{3})$

по т. Пифагора $7+0$:

$$\sqrt{12^2 + 48} = \sqrt{192} = 8\sqrt{3}$$

Сегмент

(1, 2, 3, 4, 5 и $4' \in 1$)

Разобьём область сегмента 1: Полукруг

с радиусом $8\sqrt{3}$ и 8 её площадь:

$$\frac{\pi((8\sqrt{3})^2 - 8^2)}{2} = \pi \cdot 64$$

Сегменты 2, 3 - это прямоугольники со

сторонами 4 и $4\sqrt{3}$ их суммарная площадь $32\sqrt{3}$

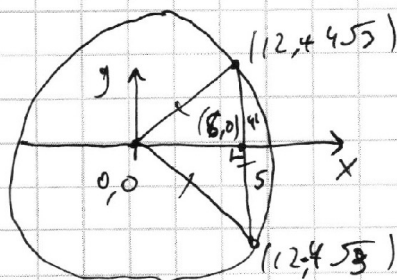
Сегменты 4, 5: образуют $4'$ симметричен 4 относительно

по $(0,0)$ 4' и 5 вместе образуют фигуру,

поперечную сегментам хордой дуги,

длина этой хорды - $4\sqrt{3} - (-4\sqrt{3}) = 8\sqrt{3} =$

= радиусу окружности сегмента.



Площадь 4' и 5 вместе это

$\frac{1}{6}$ площади окружности с $r = 8\sqrt{3}$ -

- площадь равностороннего Δ со стороной $8\sqrt{3}$ равна:

$$\frac{\pi(8\sqrt{3})^2}{6} - \frac{8 \cdot 8\sqrt{3}}{2} = 32\pi - 32\sqrt{3}$$

$$\text{Итого площадь} \pi \cdot 64 + 32\sqrt{3} + 32\pi - 32\sqrt{3} = 96\pi$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

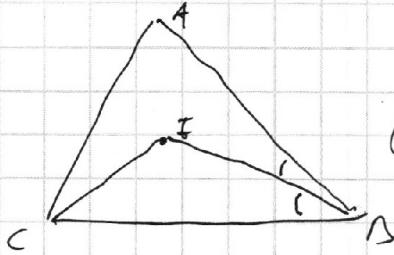
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Теперь найдем ~~угол~~ $\angle EAD = \angle EID$, $\angle DBC = \angle IDC =$



$$= \frac{\angle ADC}{2} = \frac{90 - \angle ACB}{2} = 20^\circ$$

(т.к. DI — биссектриса, а
сумма углов при пересечении
— 90°)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

О.лет: 20

Из построения понятно, что такая Д-еписанка
для треугольника ABC , пусть I - центр
описанной вписанной в ABC окружности.

Радуге Пусть a, b, c - стороны ABC , лежащие
против соответствующих вершин (по т. Пифагора

$$a^2 = b^2 + c^2), \quad p - \text{полупериметр}, \quad S - \text{площадь}, \quad r -$$

- радиус вписанной окружности треуг. ABC ,

$$\text{тогда } r = \frac{S}{p} = \frac{\frac{b \cdot c}{2}}{\frac{a+b+c}{2}} = \frac{b \cdot c}{b+c+a} = \frac{b+c-a}{2}$$

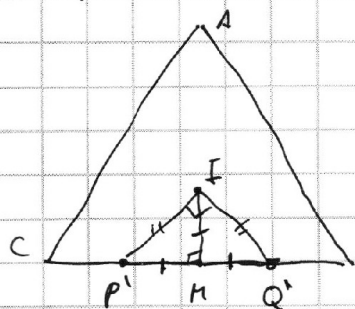
$$(\text{т.к. } 2bc = (b+c)^2 - a^2 = b^2 + 2bc + c^2 - b^2 - c^2)$$

пусть H - точка касания вписанной с BC ,

отметим p' : $p'H = HI = \frac{b+c-a}{2}$ и $p' \in CH'$, аналогично

построим Q' .

($HI = \frac{b \cdot a - c}{2}$, $p'H = \frac{a+c-b}{2}$ (как
расстояние до точки касания
вписанной окр.))



$\angle P'IQ' = 90^\circ$ (медиана HI равна

половине стороны $P'Q'$)
В $P'I = IQ'$ (т.к. медиана и высота в $\triangle P'IQ'$)

$$CQ' = CH + HQ' = \frac{b+a-c}{2} + \frac{b+c-a}{2} = b$$

т.е. Q' совпала с Q

Аналогично P' совпала с P

значит I совпала с D

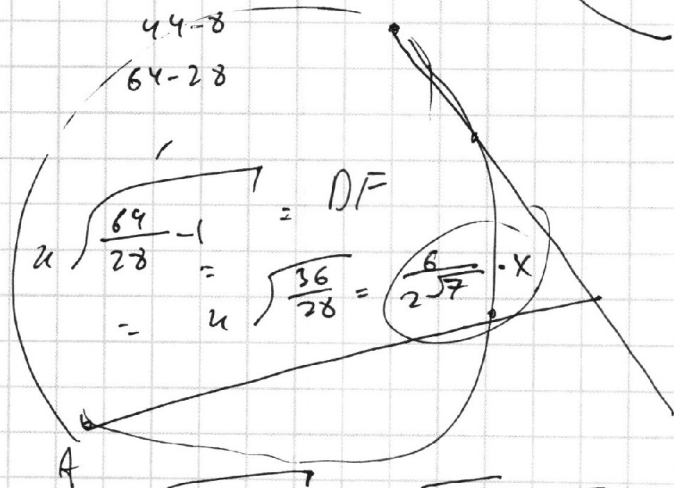
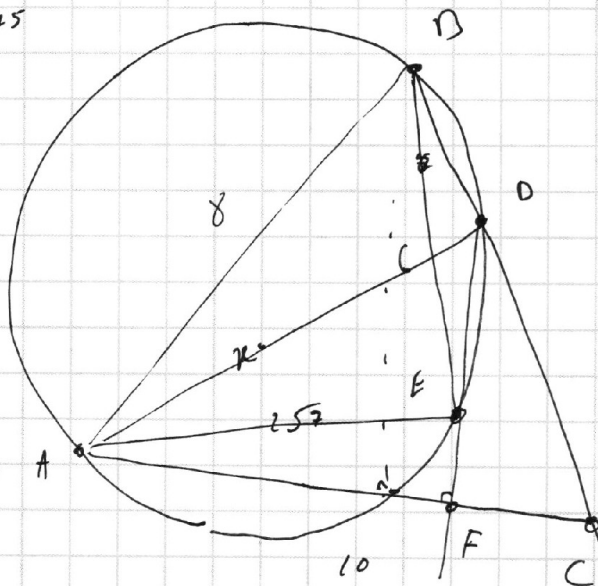
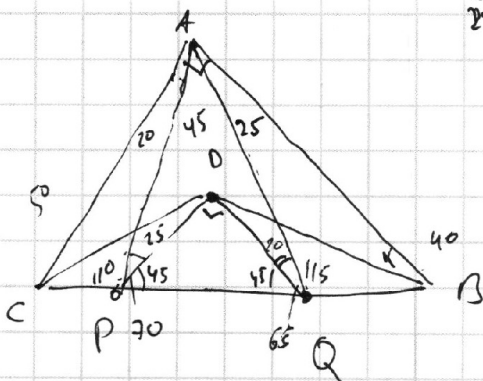
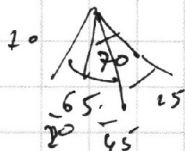
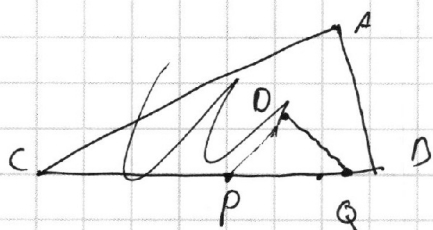


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$AF = x$$

$$FD = x \cdot \frac{8}{257}$$

$$FC = 10 - x$$

$$64 = x^2$$

$$\sqrt{64 - 26} = 2 \sqrt{16 - 9} = 2\sqrt{7}$$

$$\sqrt{28 - x^2} = EF$$

$$CD =$$

$$BD = \frac{8}{257} \sqrt{28 - x^2}$$



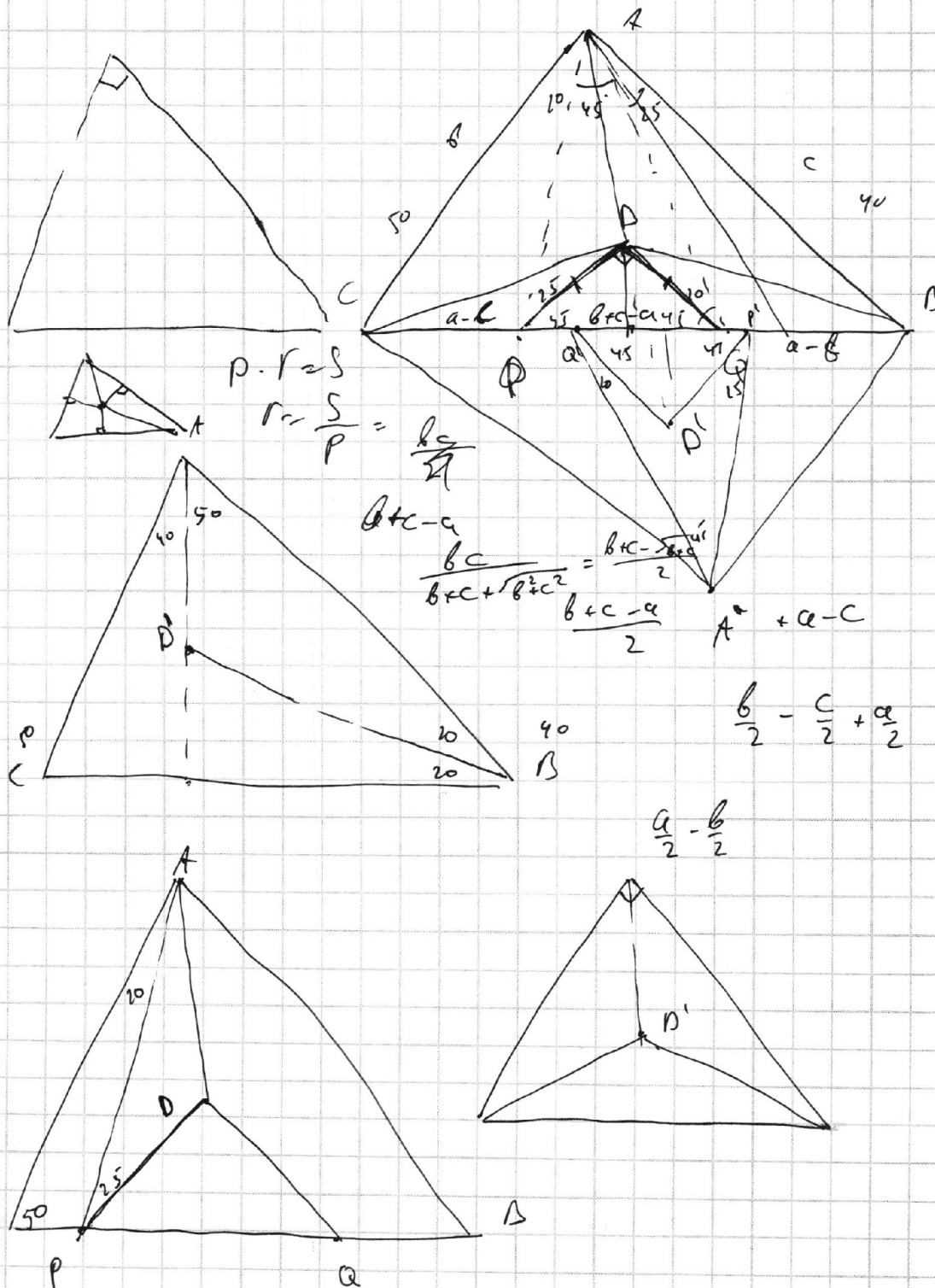
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4$$

$$y^2 - 4y + 4 \Rightarrow +12$$

$$z^2 - 4z + 4$$

$$yz - 2x$$

$$xz - 2y$$

$$xy - 2z$$

$$(x-x_1)(x-x_2)$$

$$x^2 - 5 = 0$$

$$3x^2 - 26 = 0$$

$$(x-2)y + (y-2)z + (z-2)x$$

$$x_{6,7} = \pm \sqrt{5}$$

$$x_{4,9} = \pm \sqrt{\frac{26}{3}}$$

$$(x-2)^2 + 2x = y^2$$

$$(z-1)^2 + x \quad (z-1)^2 - 1 - xy = 0$$

$$(z-1) = \sqrt{1-xy} \quad 4.79 = 320 - 4 = 316$$

$$x_6 + x_7 = a^2 - 2a$$

$$x_4 + x_9 = \frac{a^3 - 2a^2}{3}$$

$$9 \cdot 9 = 10^2 - 1$$

$$\left(10^{30001} - 1\right)^3 =$$

$$316 + 4 =$$

$$= \boxed{320}$$

$$25 \cdot 13$$

$$= 10^{90003} - 3 \cdot 10^{60002} + 3 \cdot 10^{30001} - 1$$

$$9 \dots$$

$$9$$

$$2 \ 9 \ 9 \ 9 \dots$$

$$x = \frac{a^2 - 2a \pm \sqrt{a^4 - 4a^3 + 4a^2 - 4a^2 + 4a + 12}}{2}$$

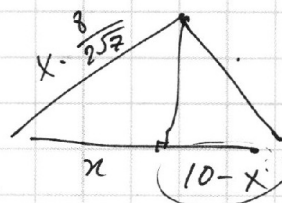
$$a^3 - 2a^2 = \{a^2 - 2a\}$$

$$(a^2 - 2a)(a)$$

$$(a^2 - 2a)(a - 2) = 0$$

$$a(a-2)(a-2) = 0$$

$$DC^2 = 100 - 2x + \frac{64}{28} x^2$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

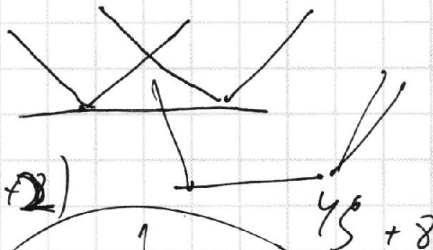
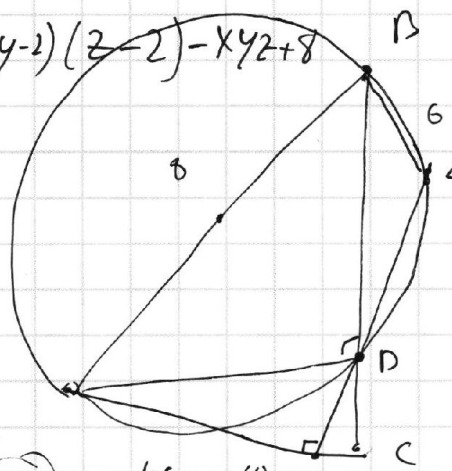
СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$xy + yz + zx - 2(x+y+z) = \frac{(x+y+z)^2}{4} - x^2 - y^2 - z^2 = -2(x-1)^2 - 2(y-1)^2 - 2(z-1)^2 + 6$$

$$= (x-2)(y-2)(z-2) - xy - yz - zx + 8$$

$$x+a > 0 \\ x > -a$$



$$y = (x-2)$$

$$4s+8 = 10 \\ s+8$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ + 48 \\ \hline 192 \end{array}$$

$$12 + x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 4y - 4z =$$

$$C_{n-3}^2$$

$$C_n^5$$

$$C_n^7$$

$$= xy + yz + zx - 4$$

$$\frac{(n-5)(n-4)}{2}$$

$$\frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot (n-4)}{120}$$

$$120$$

$$C_{n-3}^4$$

$$C_n^7$$

$$C_n^7$$

$$C_n^7$$

$$C_n^7$$

$$C_n^7$$

$$C_n^7$$

$$C_n^7$$

$$C_n^7$$

$$C_n^7$$

$$C_n^7$$

$$C_n^7$$

$$C_n^7$$

$$C_n^7$$

$$C_n^7$$

$$C_n^7$$

$$= \frac{(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)}{24} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{120} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{60} = \frac{9 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{60}$$

$$= \frac{(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)}{24} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{120} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{60} = \frac{9 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{60}$$

$$= \frac{(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)}{24} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{120} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{60} = \frac{9 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{60}$$

$$= \frac{(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)}{24} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{120} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{60} = \frac{9 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{60}$$

$$= \frac{(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)}{24} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{120} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{60} = \frac{9 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{60}$$

$$= \frac{(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)}{24} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{120} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{60} = \frac{9 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{60}$$

$$= \frac{(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)}{24} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{120} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{60} = \frac{9 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{60}$$

$$= \frac{(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)}{24} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{120} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{60} = \frac{9 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{60}$$

$$= \frac{(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)}{24} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{120} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{60} = \frac{9 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{60}$$

$$= \frac{(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)}{24} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{120} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{60} = \frac{9 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{60}$$

$$= \frac{(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)}{24} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{120} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{60} = \frac{9 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{60}$$

$$= \frac{(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)}{24} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{120} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{60} = \frac{9 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{60}$$

$$= \frac{(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)}{24} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{120} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{60} = \frac{9 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{60}$$

$$= \frac{(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)}{24} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{120} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{60} = \frac{9 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{60}$$

$$= \frac{(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)}{24} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{120} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{60} = \frac{9 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{60}$$

$$= \frac{(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)}{24} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{120} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{60} = \frac{9 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{60}$$

$$xy = -2x + x^2$$

$$yz = -2y + y^2$$

$$zx = -2z + z^2$$

$$\begin{cases} x = z - 2 \\ y = x + z - 2 \\ z = x + y - 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = z - 2 \\ y = x + z - 2 \\ z = x + y - 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = z - 2 \\ y = x + z - 2 \\ z = x + y - 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = z - 2 \\ y = x + z - 2 \\ z = x + y - 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = z - 2 \\ y = x + z - 2 \\ z = x + y - 2 \end{cases}$$

$$y(z-x) = (x+z)(x-z) + 2(z-x) = (x-z)(x+z-y-2) = 0$$

$$y(z-x) = (x+z)(x-z) + 2(z-x) = (x-z)(x+z-y-2) = 0$$

$$y(z-x) = (x+z)(x-z) + 2(z-x) = (x-z)(x+z-y-2) = 0$$

$$y(z-x) = (x+z)(x-z) + 2(z-x) = (x-z)(x+z-y-2) = 0$$

$$y(z-x) = (x+z)(x-z) + 2(z-x) = (x-z)(x+z-y-2) = 0$$

$$y(z-x) = (x+z)(x-z) + 2(z-x) = (x-z)(x+z-y-2) = 0$$

$$y(z-x) = (x+z)(x-z) + 2(z-x) = (x-z)(x+z-y-2) = 0$$

$$y(z-x) = (x+z)(x-z) + 2(z-x) = (x-z)(x+z-y-2) = 0$$

