

МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [4 балла] Ненулевые числа  $x, y, z$  удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения  $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$ , если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа  $n$  состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа  $n^3$ ?
3. [5 баллов] Окружность  $\omega$  с диаметром  $AB$  пересекает сторону  $BC$  остроугольного треугольника  $ABC$  в точке  $D$ . Точка  $F$  выбрана на отрезке  $AC$  так, что  $DF \perp AC$ , а  $E$  – точка пересечения отрезка  $DF$  с окружностью  $\omega$ , отличная от  $D$ . Найдите  $AF$ , если  $AC = 10$ ,  $AB = 6$ ,  $BE = 5$ .
4. [4 балла] В телегамре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при которых корни уравнения  $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$  являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения  $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$  являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура  $\Phi$ , состоящая из всех точек, координаты  $(x; y)$  которых удовлетворяют неравенству  $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leqslant 3$ . Фигуру  $\Phi$  непрерывно повернули вокруг начала координат на угол  $\pi$  против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура  $\Phi$  при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе  $BC$  прямоугольного треугольника  $ABC$  выбраны точки  $P$  и  $Q$  так, что  $AB = BP$ ,  $AC = CQ$ . Внутри треугольника  $ABC$  выбрана точка  $D$ , для которой  $DP = DQ$ , а  $\angle PDQ = 90^\circ$ . Найдите  $\angle DBC$ , если известно, что  $\angle DCB = 20^\circ$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N = \underbrace{99\dots9}_{40000} = 10^{40000} - 1$$

$$N^3 = (10^{40000} - 1)^3 = 10^{120000} \overset{\textcircled{1}}{-} 3 \cdot 10^{80000} \overset{\textcircled{2}}{+} 3 \cdot 10^{40000} \overset{\textcircled{3}}{-} 1$$

Рассмотрим изолированные:  $1000\dots \overset{\textcircled{1}}{\rightarrow} 999\dots \overset{\textcircled{2}}{\rightarrow} 999\dots \overset{\textcircled{3}}{\rightarrow}$

$$\overset{\textcircled{1}}{\rightarrow} 999\dots \overset{\textcircled{2}}{\rightarrow} 700\dots \overset{\textcircled{3}}{\rightarrow} 399989 \quad 40'000$$

1) В исходном числе ( $10^{120000}$ ) — 120'001 цифра

В первом — на единицы, причём оканчиваются тремя 80'000 нулями и единицей. Остальные цифры — девятки:  $120'000 - 80'000 - 1 = 39'999$

2) Второе действие добавляем тройку на шесте 40'001 разряда

3) Третье действие заменяем нули в исходном числе на девятки, а тройку на единицу

Всего девяток:  $399989 + 40000 = 79999$       Ответ: 79 999

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



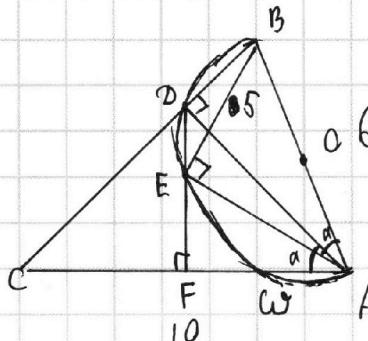






СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1. Чертеж  $\angle BDA$  и  $\angle BEA$  вписаны в окружность и опираются на диаметр  $AB \Rightarrow \angle BDA = \angle BEA = 90^\circ$

2. Т.к.  $\angle EAB = \alpha$ , тогда  $\angle EDB = 180^\circ - \alpha$  т.к.  
 $\angle EDB$  и  $\angle EAB$  вписаны в окружность и опираются на хорду  $EB$  с разными сторонами.

Тогда  $\angle FDA = \angle EDB - \angle ADB = 90^\circ - \alpha$   
 $\angle DAF = 90^\circ - \angle FDA = \alpha$  (т.к.  $\angle FDA$  - прям.)

3.  $B \Delta BEA$ : Пт. Тиризера:  $AB^2 = EB^2 + EA^2 \Rightarrow EA = \sqrt{36 - 25} = \sqrt{11}$ ;  $\cos \alpha = \frac{EA}{AB} = \frac{\sqrt{11}}{6}$   
Пт. следствием из синусов ( $\triangle BEA$  вписан в окружность,  $R = 3$ ):  $\sin \alpha = \frac{EB}{R} = \frac{5}{6}$

4.  $B \Delta OCA$ :  $\angle COD = 90^\circ \Rightarrow OA = CA \cdot \cos \alpha = 10 \cdot \frac{\sqrt{11}}{6} = \frac{5\sqrt{11}}{3}$

5.  $B \Delta DAF$ :  $\angle DFA = 90^\circ \Rightarrow AF = DA \cdot \cos \alpha = \frac{5\sqrt{11}}{3} \cdot \frac{\sqrt{11}}{6} = \frac{55}{18}$

Ответ:  $\boxed{\frac{55}{18}}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пускай **второй** предлагаем и коробок, тогда, если игрок  
берет 5, то вероятность выигрыша:

$$P_1 = \frac{C_5^3 \cdot C_{n-3}^2}{C_n^5} = \frac{\frac{5!}{3!2!} \cdot \frac{(n-3)!}{2!(n-5)!}}{\frac{n!}{5!(n-5)!}} = \frac{5 \cdot 5! (n-3)!}{n!} = \frac{5 \cdot 120 (n-3)!}{n!}$$

Если же он берет **второй** коробок, то вероятность выигрыша равна:

$$P_2 = \frac{C_6^3 C_{n-3}^3}{C_n^6} = \frac{\frac{6!}{3!3!} \cdot \frac{(n-3)!}{3!(n-6)!}}{\frac{n!}{6!(n-6)!}} = \frac{20 \cdot 5! (n-3)!}{n!}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{5 \cdot 5! (n-3)!}{n!} : \frac{20 \cdot 5! (n-3)!}{n!} = 4$$

Ответ: в 4 раза

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть  $f_n$  - арифм. прогрессия,  $f$ - её первый член,  $d$ - её разность

По Т. Вильямса:

для упрощения

$$\begin{cases} f_5 + f_8 = a^2 - a \\ f_5 \cdot f_8 = a - 5 \\ f_3 + f_8 = \frac{a^3 - a^2}{4} \\ f_3 \cdot f_8 = \frac{a^4 (2-a^2) - 26a^2}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2f + 9d = a^2 - a & (1) \\ (f+4d)(f+5d) = a - 5 & (2) \\ 2f + 9d = \frac{a^3 - a^2}{4} & (3) \\ (f+2d)(f+7d) = \frac{(a^2 - 2)(2-a^2)}{4} & (4) \end{cases}$$

Картина из Т.О.  
сущие корни

Применим (1) и (3):  $4a^2 - 4a = a^3 - a^2 \Leftrightarrow a(a^2 - 5a + 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ a=1 \\ a=4 \end{cases}$

Рассмотрим (2) и (4) при каждом изложении а:

1) При  $a=0$ :  $\begin{cases} (f+4d)(f+5d) = -5 \\ (f+2d)(f+7d) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f^2 + 9fd + 20d^2 = -5 \\ f^2 + 9fd + 14d^2 = -1 \end{cases} \Rightarrow 6d^2 = -4 - \text{невозможна}$

2) При  $a=1$ :  $\begin{cases} f^2 + 9fd + 20d^2 = -4 \\ f^2 + 9fd + 14d^2 = -\frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow 6d^2 = -4 + \frac{1}{4} < 0 - \text{невозможна}$

3) При  $a=4$ :  $\begin{cases} f^2 + 9fd + 20d^2 = -1 \\ f^2 + 9fd + 14d^2 = \frac{256(-16)}{4} \end{cases} \Rightarrow 6d^2 = -1 + 7 \cdot \frac{128}{4} = \frac{896}{4} \Rightarrow d = \pm \sqrt{148}$

Из (1) ~~или~~:  $f = \frac{a^3 - a - 9d}{2} = \frac{128 + 9\sqrt{148}}{2} = 6 + 9\sqrt{37}$

Рассмотрим (3) 6 способов суждения:

\*  $9(2 + \sqrt{37})^2 + 9(2 + \sqrt{37})(-2\sqrt{37}) + 20 \cdot 148 = -1$   
 $9(4 + 4\sqrt{37} + 37 - 4\sqrt{37} - 4\sqrt{37} \cdot 2 \cdot 37) = -2959$   
 $-9 \cdot 33 = -2959 - \text{неверно}$

\*  $9(2 - \sqrt{37})^2 + 9(2 - \sqrt{37})(2\sqrt{37}) + 2960 = -1$   
 $9(4 - 4\sqrt{37} + 37 + 4\sqrt{37} - 2 \cdot 37) = -2959$   
 $-9 \cdot 33 = -2959 - \text{неверно}$

Следовательно,  $a=4$  - не верходит

Ответ: Таких ~~не~~ знатоков нет

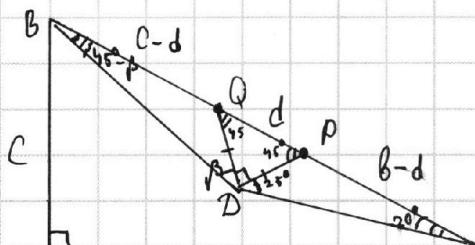


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                                       |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



1. Так как  $AB = BP = c$ ;  $AC = CQ = b$   
 $QP = d$ ;  $\angle BDP = \beta$

$$QD = DP = \frac{\sqrt{2}}{2}d$$

2.  $\triangle QDP$  - прямоугр и  $PQD \Rightarrow \angle PQD = \angle QPD = 45^\circ$

3. Т.к.  $\angle QDC = 60^\circ$  и  $\angle QPC = 20^\circ$  ( $\angle PDC = 45^\circ - 20^\circ = 25^\circ$ )  
 $\frac{DP}{\sin 20^\circ} = \frac{b-d}{\sin 20^\circ} = \frac{QC}{\sin(135^\circ)}$   $DP = \frac{\sin 20^\circ}{\sin 20^\circ} \cdot (b-d) = \frac{\sqrt{2}}{2}d \Rightarrow b = d \frac{\cos 20^\circ + \sin 20^\circ}{2 \sin 20^\circ}$

4. Т.к.  $\angle QDC = 60^\circ$  и  $\angle BQD$ :  $\frac{QD}{\sin(45-\beta)} = \frac{c-d}{\sin \beta} \Rightarrow QD = \frac{\sin(45-\beta)}{\sin \beta} (c-d) \Rightarrow$   
 $\Rightarrow c = d \frac{\cos \beta}{\cos \beta - \sin \beta}$

5.  $BC = BQ + QP + PC = b + c - d$ ;  $BC = \sqrt{b^2 + c^2}$  и т.к.  $\angle ABC = 60^\circ$

$$(b+c-d)^2 = b^2 + c^2$$

$$b^2 + c^2 + d^2 + 2bc - 2db - 2dc = b^2 + c^2 \Rightarrow c = \frac{d^2 - 2db}{2(d-b)} = \frac{d(d-2b)}{2(d-b)}$$

$$c = d \left( \frac{-d + d \frac{\cos 20^\circ + \sin 20^\circ}{\sin 20^\circ}}{d \frac{\cos 20^\circ - \sin 20^\circ}{\sin 20^\circ}} \right) = d \left( \frac{\cos 20^\circ}{\cos 20^\circ - \sin 20^\circ} \right)$$

6. Сравнив решения (4) и (5):  $d \frac{\cos \beta}{\cos \beta - \sin \beta} = \frac{d \cos 20^\circ}{\cos 20^\circ - \sin 20^\circ} \Rightarrow \beta = 20^\circ$

7.  $\angle BDC = \angle CDP + \angle PDC + \angle QDB = 135^\circ$

Ответ:  $135^\circ$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$n'((x+3)^2 + \dots) = x^2 + y^2 + z^2 + 6(x+y+z) + 27 = x^2 + y^2 + z^2 + 6(xy + yz + zx) - 2(x+y+z)^2$$

$$\begin{aligned} xy + yz + zx &= 3(x+y+z) + (x+y+z)^2 - 2(xy + yz + zx) \\ 3(xy + yz + zx) &= 3(x+y+z) + (x+y+z)^2 \end{aligned}$$

Черновик!

$$\begin{aligned} (x+3)^2 + \dots &= x^2 + y^2 + z^2 + 6(x+y+z) + 27 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx) - 2(x^2 + y^2 + z^2) + 27 \\ &= -(x^2 + y^2 + z^2) + 2(xy + yz + zx) + 27 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} q_1 = 9, q_2 = 10 \\ h = 9 + g \cdot 10 + g \cdot 10^2 + \dots + g \cdot 10^{40000} = \frac{g(9^{40000} - 1)}{9 - 1} = \frac{9(10^{40000} - 1)}{9} = 10^{40000} - 1 \\ h^3 = (10^{120000} - 1)(10^{80000} + 2 \cdot 10^{40000} + 1) = 10^{120000} - 8 \cdot 10^{80000} + 2 \cdot 10^{160000} - 2 \cdot 10^{40000} + 10^{120000} - 1 \end{aligned}$$

$$n^2 \cdot h^3 = 10^{120000} - 3 \cdot 10^{80000} + 3 \cdot 10^{40000} - 1$$

110000      80000      40000

1000...      999...9      70000...      30...      0...

39'998      39'998      80000      39'998      40000

Ответ: 79998

$$\begin{aligned} \text{№4} \quad \text{Беско} \text{ } n \text{ } \text{коробок} \quad P(5) = \frac{\binom{C_5}{3} \binom{C_{n-3}}{2}}{\binom{C_n}{5}} = \frac{\binom{C_5}{3} \binom{40000}{2}}{\binom{C_n}{5}} \quad \cancel{\frac{\binom{C_5}{3} \binom{40000}{2}}{\binom{C_n}{5}}} \\ P(6) = \frac{\binom{C_6}{3} \binom{C_{n-3}}{3}}{\binom{C_n}{6}} \quad \cancel{\frac{\binom{C_6}{3} \binom{C_{n-3}}{3}}{\binom{C_n}{6}}} \\ P(5) = \frac{\frac{5!}{2! \cdot 3!} \cdot \frac{(n-3)!}{5! \cdot (n-5)!}}{\frac{n!}{5! \cdot (n-5)!}} = \frac{5 \cdot 120 \cdot (n-3)!}{n!} = \frac{600}{(n-2)(n-1)n} \\ P(6) = \frac{\frac{6!}{3! \cdot 3!} \cdot \frac{(n-3)!}{6! \cdot (n-6)!}}{\frac{n!}{6! \cdot (n-6)!}} = \frac{20 \cdot 120}{(n-2)(n-1)n} ; \quad \frac{P(6)}{P(5)} = \frac{20 \cdot 120}{5 \cdot 120} = 4 \end{aligned}$$

№5  $f_n$  - квадратичные

$$(x - f_5)(x - f_6) = x^2 - (a^2 - a)x + (a - 1)$$

$$(x - f_3)(x - f_8) = 4x^2 - (a^2 - a)x + (2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4)$$

$$\begin{aligned} \text{Полином: } \begin{cases} f_5 + f_6 = a^2 - a \\ f_5 \cdot f_6 = a - 1 \\ f_3 + f_8 = a^3 - a^2 \\ f_3 \cdot f_8 = \frac{2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4}{2^4(2-a^2) - 2(2-a^2)} \end{cases} & \Rightarrow \begin{cases} 2f + 9d = a^2 - a \\ f + 4d = a^2 - a^2 \\ 2f + 9d = \frac{a^3 - a^2}{4} \\ (f+4d)(f+5d) = a - 5 \\ (f+2d)(f+7d) = \frac{(a^4 - 2)(2 - a^2)}{4} \end{cases} \end{aligned}$$

$a(a-1)^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ a=1 \\ a=4 \end{cases}$

$$\text{при } a=0 \quad \begin{cases} (f+4d)(f+5d) = -5 \\ (f+2d)(f+7d) = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f^2 + 9fd + 20d^2 = -5 \\ f^2 + 9fd + 14d^2 = -4 \end{cases} \Rightarrow 6d^2 = -1 - \text{невозможно}$$

$$\text{при } a=1 \quad \begin{cases} (f+4d)(f+5d) = -4 \\ (f+2d)(f+7d) = -1 \end{cases} \Rightarrow 6d^2 = -3 \text{ невозм. при } a=4: 6d^2 = -1 -$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & (1 + \sin 40^\circ)(1 - \sin 2\beta) + (1 - \cos 40^\circ)(1 + \cos 2\beta) = 2 + \sin 40^\circ - \cos 40^\circ + \cos^2 \beta - \sin \beta (\sin 40^\circ \cdot \sin 2\beta + \cos 40^\circ \cos 2\beta) \\
 & = 2 + \sqrt{2}(\sin 50^\circ + \cos 40^\circ \sin(45^\circ - 2\beta)) - \cos(2\beta - 40^\circ) = 2 + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin(50^\circ - 2\beta) \cos(40^\circ + 2\beta) - \cos 2\beta \\
 & \cancel{4 \cos 50^\circ \cdot \sin(45^\circ - 2\beta)} + 4 \sin 40^\circ \cdot \cos 2\beta = \cancel{8 \sin 40^\circ \cdot \cos 2\beta} \\
 & 7. \quad 4 \cdot \frac{1 + \cos 40^\circ}{2} \cdot \frac{1 - \cos(30 - 2\beta)}{2} = 8 \cos 25^\circ \cdot \sin(45^\circ - \beta) = 4 \cdot 2 \cos 25^\circ \cdot \cos(45^\circ + \beta) = 4(\cos(70^\circ + \beta) + \cos(20^\circ \beta)) \\
 & = 4\sqrt{2} \sin(65^\circ + \beta) = 4\sqrt{2} \cos(25^\circ - \beta) \\
 & - \cancel{\sin 20^\circ \cos \beta - \cos \beta \cdot \cos 20^\circ - \sin \beta \sin 20^\circ + \sin \beta \cos 20^\circ + 2\sqrt{2} \cos(20^\circ - \beta)} = 0 \\
 & 2 \sin(20^\circ - 45^\circ) \cdot \sin(-\beta - 45^\circ) + 2\sqrt{\sin(20^\circ + \beta) + \cos(20^\circ + \beta)} - 2\cos \beta \sin 20^\circ = 0 \\
 & \sin(20^\circ - \beta - 90^\circ) + \cos(20^\circ + \beta) - 2\cos \beta \sin 20^\circ + 2\sqrt{\sin(20^\circ + \beta)} = 0 \\
 & -\cos(20^\circ - \beta) + \cos(20^\circ + \beta) - \cancel{2\cos \beta \sin 20^\circ + \sqrt{\dots}} = 0 \\
 & -\sin(20^\circ - \beta) - 2\cos \beta \sin 20^\circ + \cancel{\sqrt{\dots}} = 0 \\
 & \sqrt{\dots} = \sin 20^\circ (\sin \beta + 2\cos \beta) \\
 & b+c-d = \sqrt{b^2+c^2} \Rightarrow b^2+c^2-d^2+2bc-2db-2dc = b^2+c^2 \Rightarrow c = \frac{-d^2-2db}{2d-2b} = \frac{d(d+2b)}{2(b-d)} \\
 & c = d \left( \frac{1 + \frac{\cos 20^\circ + \sin 20^\circ}{\sin 20^\circ}}{\cos 20^\circ - \sin 20^\circ} \right) = d \frac{\cos 20^\circ + \sin 20^\circ}{\cos 20^\circ - \sin 20^\circ} \\
 & \frac{\cos \beta}{\cos \beta - \sin \beta} = \frac{\cos 20^\circ + \sin 20^\circ}{\cos 20^\circ - \sin 20^\circ} \\
 & \cos \beta \cdot \cos 20^\circ - \cos \beta \cdot \sin 20^\circ = \cancel{\cos \beta \cdot \cos 20^\circ + \sin \beta \cdot \sin 20^\circ} \quad \cancel{\cos 20^\circ \cdot \cos \beta - \cos 20^\circ \cdot \sin \beta + \sin 20^\circ \cdot \cos \beta - 3 \sin 20^\circ \sin \beta} \\
 & \cos \beta \cdot \cos 20^\circ - \cos \beta \cdot \sin 20^\circ = \cos 20^\circ \cdot \cos \beta + \sin 20^\circ \cdot \cos \beta - 3 \sin 20^\circ \cdot \sin \beta \\
 & 3 \sin 20^\circ \cdot \sin \beta + \cos 20^\circ \cdot \sin \beta = 4 \sin 20^\circ \cdot \cos \beta \\
 & \frac{4 \sin 20^\circ}{\cos \beta} = 3 \sin 20^\circ + \cos 20^\circ \\
 & \tan \beta = 3 \sin 20^\circ + \cos 20^\circ
 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

