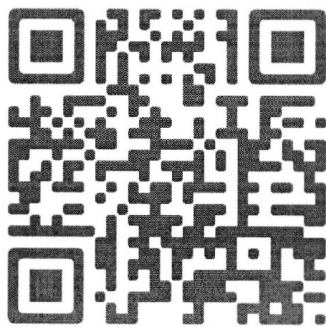




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шару. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$ являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leq 3$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle DCB = 20^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N = \overbrace{99 \dots 9}^{40'000} = 10^{40'000} - 1$$

$$N^3 = (10^{40'000} - 1)^3 = 10^{120'000} - 3 \cdot 10^{80'000} + 3 \cdot 10^{40'000} - 1$$

Рассмотрим поделённым: $1000 \dots \xrightarrow{120'000} 999 \dots 7000 \dots \xrightarrow{80'000} 999 \dots 700 \dots 300 \dots \xrightarrow{40'000}$

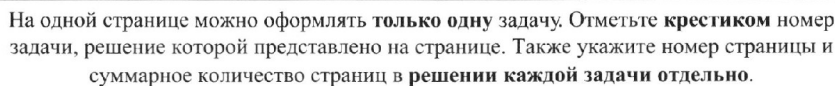
1) В начальном числе $(10^{120'000})$ — 120'000 цифра

В новом — на одну меньше, причём оканчивается она 80'000 нулей и единицей. Остальные цифры — девятки: $120'000 - 80'000 - 1 = 39'999$

2) В разряде девятки добавляем тройку на месте 40'000 разряда

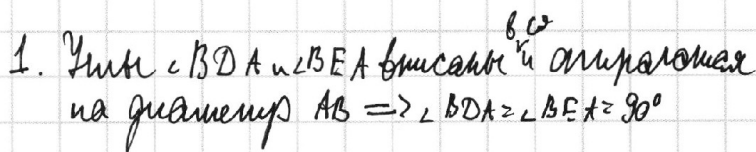
3) Третье действие заменяем нули в начальном числе на девятки, а тройку на двойку

Всего девяток: $39'999 + 40'000 = 79'999$ Ответ: 79 999



СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



2. Пусть $\angle EAB = \alpha$, тогда $\angle EDB = 180^\circ - \alpha$ т.к.
 $\angle EDB$ и $\angle EAB$ вписаны в $\odot$ и опираются на одну
 дугу EB с разных сторон.

Tогда $\angle FDA = \angle EDB - \angle ADB = 90^\circ - \alpha$

$$\angle DAF = 90^\circ - \angle FDA = \alpha \quad (\text{T.K. } \Delta FDA - \text{np/yr.})$$

3. $\triangle BEA$: По Т. Пифагора: $AB^2 = EB^2 + EA^2 \rightarrow EA = \sqrt{36^2 - 25^2} = 11$; $\cos \alpha = \frac{EA}{AB} = \frac{11}{6}$
~~По теореме синусов $\rightarrow$ синусов ($\triangle BEA$ вписан в $\odot$, $A = 3$): $2R = \frac{EB}{\sin \alpha} \rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{6}$~~

4. B₂ DCA: $\angle CDA = 90^\circ \Rightarrow DA = CA \cdot \cos \alpha = 10 \cdot \frac{\sqrt{11}}{6} = \frac{5\sqrt{11}}{3}$

5. In $\triangle ADF$: $\angle DFA = 90^\circ \Rightarrow AF = DA \cdot \cos \alpha = \frac{5\sqrt{11}}{3} \cdot \frac{\sqrt{11}}{6} = \frac{55}{18}$

Quorum: $\frac{55}{18}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть ведущий предлагает n карточек, тогда, если игрок берет 5, то вероятность выигрыша:

$$P_1 = \frac{C_5^3 \cdot C_{n-3}^2}{C_n^5} = \frac{\frac{5!}{3! \cdot 2!} \cdot \frac{(n-3)!}{2! \cdot (n-5)!}}{\frac{n!}{5! \cdot (n-5)!}} = \frac{5 \cdot 5! \cdot (n-3)!}{n!} = \frac{5 \cdot 120 \cdot (n-3)!}{n!}$$

Если же игрок берет 6 карточек, то вероятность выигрыша равна:

$$P_2 = \frac{C_6^3 \cdot C_{n-3}^3}{C_n^6} = \frac{\frac{6!}{3! \cdot 3!} \cdot \frac{(n-3)!}{3! \cdot (n-6)!}}{\frac{n!}{6! \cdot (n-6)!}} = \frac{20 \cdot 5! \cdot (n-3)!}{n!}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{5 \cdot 5! \cdot (n-3)!}{n!} : \frac{20 \cdot 5! \cdot (n-3)!}{n!} = 4$$

Ответ: в 4 раза



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть f_n - арифм. прогрессия, f - её первый член, d - её разность

По т. Виета для уравнений:

$$\begin{cases} f_5 + f_8 = a^2 - a \\ f_5 \cdot f_8 = a - 5 \\ f_3 + f_8 = \frac{a^2 - a^2}{4} \\ f_3 \cdot f_8 = \frac{a^2(a^2 - a^2) - 26a^2}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2f + 9d = a^2 - a & (1) \\ (f + 4d)(f + 5d) = a - 5 & (2) \\ 2f + 9d = \frac{a^2 - a^2}{4} & (3) \\ (f + 2d)(f + 7d) = \frac{(a^2 - 2)(2 - a^2)}{4} & (4) \end{cases}$$

Корни из т. 0
сумма корней

Уравняем (1) и (3): $4a^2 - 4a^2 = a^3 - a^2 \Leftrightarrow a(a^2 - 5a + 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = 1 \\ a = 4 \end{cases}$

Рассмотрим (2) и (4) при каждом значении a :

1) При $a = 0$: $\begin{cases} (f + 4d)(f + 5d) = -5 \\ (f + 2d)(f + 7d) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f^2 + 9fd + 20d^2 = -5 \\ f^2 + 9fd + 14d^2 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow 6d^2 = -4 - \text{невозможна}$

2) При $a = 1$: $\begin{cases} f^2 + 9fd + 20d^2 = -4 \\ f^2 + 9fd + 14d^2 = -\frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow 6d^2 = -4 + \frac{1}{4} < 0 - \text{невозможна}$

3) При $a = 4$: $\begin{cases} f^2 + 9fd + 20d^2 = -1 \\ f^2 + 9fd + 14d^2 = \frac{254(-14)}{4} \end{cases} \Rightarrow 6d^2 = -1 + 7 \cdot \frac{127}{8} = \frac{887}{8} \Rightarrow d = \pm \sqrt{148}$

Из (1): $f = \frac{a^2 - a - 9d}{2} = \frac{12 \mp 9\sqrt{148}}{2} = 6 \mp 9\sqrt{37}$

Рассмотрим (3) в обоих случаях:

* $9(2 + \sqrt{37})^2 + 9(2 + \sqrt{37})(-2\sqrt{37}) + 20 \cdot 148 = -1$
 $9(4 + 4\sqrt{37} + 37 - 4\sqrt{37} - 2 \cdot 37) = -2959$
 $-9 \cdot 33 = -2959 - \text{неверно}$

* $9(2 - \sqrt{37})^2 + 9(2 - \sqrt{37})(2\sqrt{37}) + 2960 = -1$
 $9(4 - 4\sqrt{37} + 37 + 4\sqrt{37} - 2 \cdot 37) = -2959$
 $-9 \cdot 33 = -2959 - \text{неверно}$

Следовательно, $a = 4$ - некорректно

Ответ: таких значений нет



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

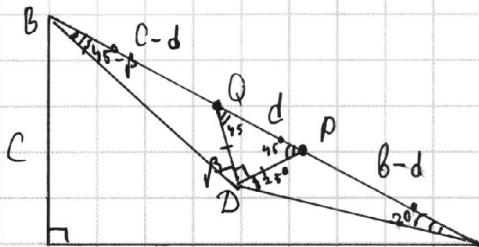
5
☐

6
☐

7
☒

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1. По условию $AB = BP = C$; $AC = CQ = b$
 $QP = d$; $\angle B D Q = \beta$

2. $\triangle Q D P$ — равнобедренный $\Rightarrow \angle P Q D = \angle Q P D = 45^\circ$
 $Q D = D P = \frac{\sqrt{2}}{2} d$

3. По т. синусов в $\triangle D P C$ ($\angle P D C = 45^\circ - 20^\circ = 25^\circ$)
 $D P = \frac{\sin 20^\circ}{\sin 25^\circ} \cdot (b - d) = \frac{\sqrt{2}}{2} d \Rightarrow b = d \frac{\cos 20^\circ + \sin 20^\circ}{2 \sin 20^\circ}$

4. По т. синусов в $\triangle B Q D$:
 $\frac{Q D}{\sin(45^\circ - \beta)} = \frac{C - d}{\sin \beta} \Rightarrow Q D = \frac{\sin(45^\circ - \beta)}{\sin \beta} (C - d) \Rightarrow$
 $\Rightarrow C = d \frac{\cos \beta}{\cos \beta - \sin \beta}$

5. $BC = BQ + QP + PC = b + C - d$; $BC = \sqrt{b^2 + c^2}$ по т. Пифагора в $\triangle ABC$

$(b + C - d)^2 = b^2 + c^2$
 $b^2 + c^2 + d^2 + 2bc - 2db - 2dc = b^2 + c^2 \Rightarrow C = \frac{d^2 - 2d}{2d - 2b} = \frac{d(d - 2)}{2(d - b)}$

$C = d \left(\frac{-d + d \frac{\cos 20^\circ + \sin 20^\circ}{\sin 20^\circ}}{2d \frac{\cos 20^\circ - \sin 20^\circ}{2 \sin 20^\circ}} \right) = d \left(\frac{\cos 20^\circ}{\cos 20^\circ - \sin 20^\circ} \right)$

6. Сравним результаты (4) и (5): $d \frac{\cos \beta}{\cos \beta - \sin \beta} = \frac{d \cos 20^\circ}{\cos 20^\circ - \sin 20^\circ} \Rightarrow \beta = 20^\circ$

7. $\angle BDC = \angle CDP + \angle PDQ + \angle QDB = 135^\circ$

Ответ: 135°

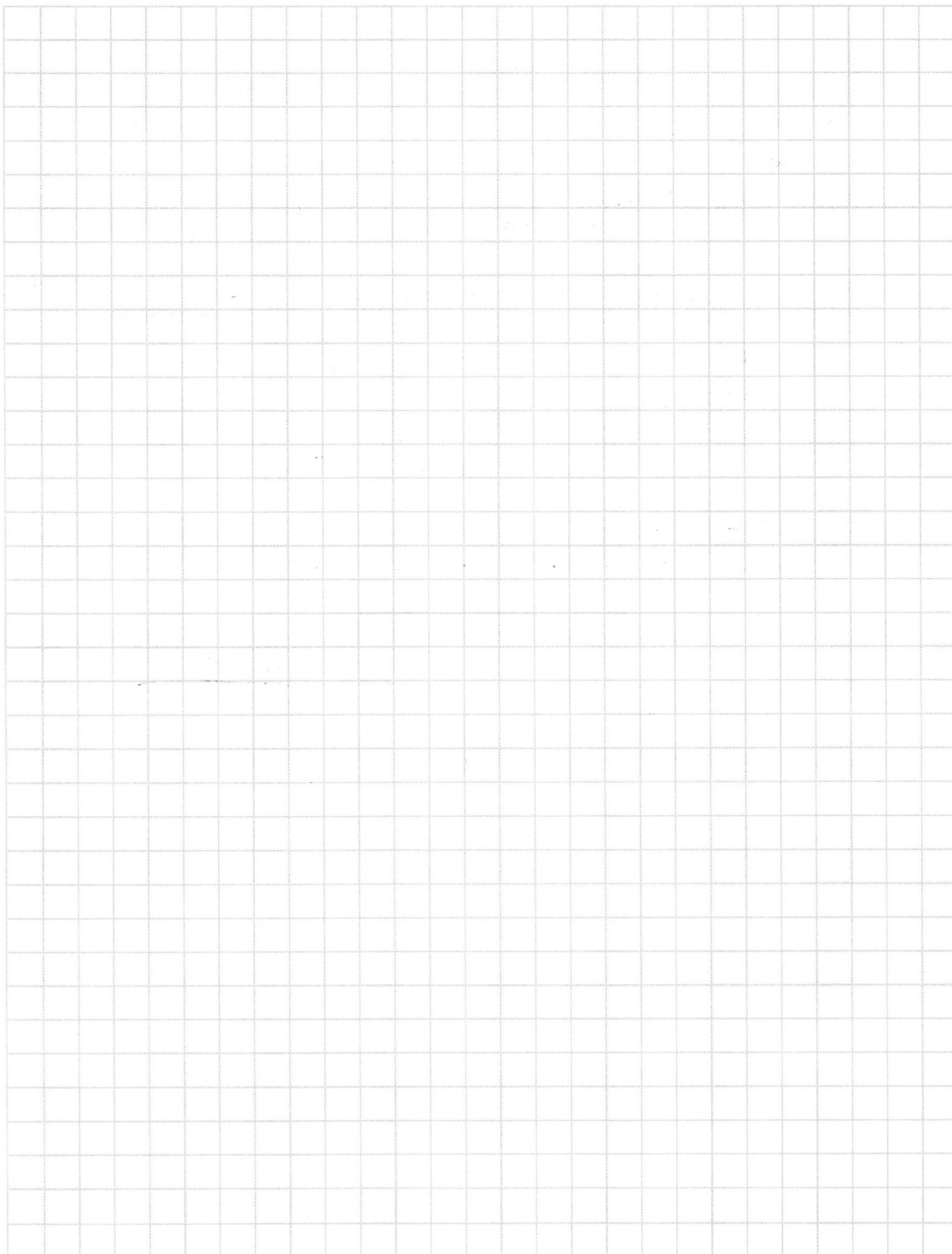


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) (x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(x+y+z) + 27 = x^2 + y^2 + z^2 + 6(xy+yz+zx) - 2(x+y+z)^2$$

$$xy+yz+zx = 3(x+y+z) + (x+y+z)^2 - 2(xy+yz+zx) \quad 3(x+y+z) = (xy+yz+zx) - (x^2+y^2+z^2)$$

Черновик!

$$(x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 6(x+y+z) + 27 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy+yz+zx) - 2(x^2+y^2+z^2) + 27 = -[x^2+y^2+z^2] + 2(xy+yz+zx) + 27 = 0$$

$$b_1 = 9, q = 10$$

$$n = 9 + 9 \cdot 10 + 9 \cdot 10^2 + \dots + 9 \cdot 10^{40000} = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} = \frac{9(10^{40000} - 1)}{9 - 1} = 10^{40000} - 1$$

$$n^3 = (10^{120000} - 1)(10^{80000} + 2 \cdot 10^{40000} + 1) = 10^{240000} - 2 \cdot 10^{160000} + 2 \cdot 10^{120000} + 10^{80000} - 1$$

$$2) n^3 = 10^{120000} - 3 \cdot 10^{80000} + 3 \cdot 10^{40000} - 1$$

Ответ: 79998^{39998}

$$1000 \dots \rightarrow 999 \dots 970000 \dots \rightarrow 99 \dots 9700 \dots 030 \dots \rightarrow 99 \dots 97000 \dots 02999 \dots$$

всего n коробок

$$P(6) = \frac{C_6^3 C_{n-3}^{n-3}}{C_n^n} = \frac{C_6^3 C_{n-3}^{n-3}}{C_n^n} = \frac{5! \cdot (n-3)!}{2! \cdot 3! \cdot n!} = \frac{5 \cdot 120 (n-3)!}{n!} = \frac{600}{n!}$$

$$P(5) = \frac{C_5^3 C_{n-3}^{n-3}}{C_n^n} = \frac{5! \cdot (n-3)!}{3! \cdot 2! \cdot n!} = \frac{20 \cdot 6! (n-3)!}{n!} = \frac{20 \cdot 120}{(n-2)(n-1)n}$$

$$P(6) = \frac{600}{n!} = \frac{20 \cdot 120}{(n-2)(n-1)n} ; \quad P(5) = \frac{20 \cdot 120}{5 \cdot 120} = 4$$

f_n - ариф. прогрессия

$$(x - f_5)(x - f_6) = x^2 - (a^2 - a)x + (a - 5)$$

$$(x - f_3)(x - f_8) = x^2 - (a^3 - a^2)x + (2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4)$$

По условию:

$$\begin{cases} f_5 + f_6 = a^2 - a \\ f_5 \cdot f_6 = a - 5 \\ f_3 + f_8 = a^3 - a^2 \\ f_3 \cdot f_8 = \frac{2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4}{2^4(2 - a^2) - 2(2 - a^2)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2f + 9d = a^2 - a \\ (f+4d)(f+5d) = a - 5 \\ 2f + 9d = a^3 - a^2 \\ (f+2d)(f+7d) = \frac{a^4 - 2(2 - a^2)}{4} \end{cases}$$

$$a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{4} \Rightarrow a(a^2 - 2a + 1) = 0$$

$$\Rightarrow a \cdot \frac{a}{4} (a^2 - 5a + 4) = 0$$

$$\begin{cases} a = 1 \\ a = 0 \\ a = 4 \end{cases}$$

Тогда $a = 0$ $\begin{cases} (f+4d)(f+5d) = -5 \\ (f+2d)(f+7d) = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f^2 + 9fd + 20d^2 = -5 \\ f^2 + 9fd + 14d^2 = -4 \end{cases} \Rightarrow 6d^2 = -1$ - невозможно

при $a = 1$ $\begin{cases} (f+4d)(f+5d) = -4 \\ (f+2d)(f+7d) = -1 \end{cases} \Rightarrow 6d^2 = -1$ - невозможно. при $a = 4$: $6d^2 = -1$ -



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(1 + \sin 40^\circ)(1 - \sin 2\beta) + (1 - \cos 40^\circ)(1 + \cos 2\beta) = 2 + \sin 40^\circ - \cos 40^\circ + \cos 2\beta - \sin 2\beta - (\sin 40^\circ \sin 2\beta + \cos 40^\circ \cos 2\beta)$$

$$= 2 + \sqrt{2}(\sin 50^\circ + \cos 45^\circ - 2\beta) - \cos(2\beta - 40^\circ) = 2 + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin(50^\circ - \beta) \cos(40^\circ + \beta) - \cos$$

$$4 \cos 50^\circ \cdot \sin(90^\circ - 2\beta) + 4 \sin 40^\circ \cdot \cos 2\beta = 8 \sin 40^\circ \cdot \cos 2\beta \quad \sin(20^\circ + \beta)$$

$$7. 4 \cdot \frac{1 + \cos 60^\circ}{2} \cdot \frac{1 - \cos(90^\circ - 2\beta)}{2} = 8 \cos 25^\circ \cdot \sin(45^\circ - \beta) = 4 \cdot 2 \cos 25^\circ \cdot \cos(45^\circ + \beta) = 4(\cos(70^\circ + \beta) + \cos(20^\circ + \beta))$$

$$= 4\sqrt{2} \sin(65^\circ + \beta) = 4\sqrt{2} \cos(25^\circ - \beta)$$

$$-\sin 20^\circ \cos \beta - \cos \beta \cos 70^\circ - \sin \beta \sin 20^\circ + \sin \beta \cos 70^\circ + 2\sqrt{2} \cos(20^\circ - \beta) = 0$$

$$2 \sin(20^\circ - 45^\circ) \cdot \sin(-\beta - 45^\circ) + 2\sqrt{2} \sin(20^\circ + \beta) \cos(20^\circ + \beta) - 2 \cos \beta \sin 20^\circ = 0$$

$$\sin(20^\circ - \beta - 90^\circ) + \cos(20^\circ + \beta) - 2 \cos \beta \sin 20^\circ + 2\sqrt{2} \sin(20^\circ + \beta) \cos(20^\circ + \beta) = 0$$

$$-\cos(20^\circ - \beta) + \cos(20^\circ + \beta) - 2 \cos \beta \sin 20^\circ + \sqrt{2} \sin(40^\circ + 2\beta) = 0$$

$$-\sin 20^\circ \cdot \sin \beta - 2 \cos \beta \sin 20^\circ + \sqrt{2} \sin(40^\circ + 2\beta) = 0$$

$$\sqrt{2} \sin(40^\circ + 2\beta) = \sin 20^\circ (\sin \beta + 2 \cos \beta)$$

$$b + c = d \Rightarrow \sqrt{b^2 + c^2} \Rightarrow b^2 + c^2 - d^2 + 2bc - 2db - 2dc = b^2 + c^2 \Rightarrow C = \frac{-d^2 - 2db}{2d - 2b} = \frac{d(d + 2b)}{2(b - d)}$$

$$C = d \left(\frac{1 + \frac{\cos 20^\circ + \sin 20^\circ}{\sin 20^\circ}}{\frac{\cos 20^\circ - \sin 20^\circ}{2 \sin 20^\circ}} \right) = d \frac{2(\cos 20^\circ + 3 \sin 20^\circ)}{\cos 20^\circ - \sin 20^\circ}$$

$$\frac{\cos \beta}{\cos \beta - \sin \beta} = \frac{\cos 20^\circ + 3 \sin 20^\circ}{\cos 20^\circ - \sin 20^\circ}$$

$$\cos \beta \cdot \cos 20^\circ - \cos \beta \cdot \sin 20^\circ = \cos 20^\circ \cdot \cos \beta - \cos 20^\circ \cdot \sin \beta + 3 \sin 20^\circ \cdot \cos \beta - 3 \sin 20^\circ \cdot \sin \beta$$

$$\cos \beta = \sin \beta \Rightarrow \beta = 45^\circ$$

$$\cos \beta \cdot \cos 20^\circ - \cos \beta \cdot \sin 20^\circ = \cos 20^\circ \cdot \cos \beta - \cos 20^\circ \cdot \sin \beta + 3 \sin 20^\circ \cdot \cos \beta - 3 \sin 20^\circ \cdot \sin \beta$$

$$3 \sin 20^\circ \cdot \sin \beta + \cos \beta \cdot \sin 20^\circ = 4 \sin 20^\circ \cdot \cos \beta$$

$$\tan \beta = \frac{4 \sin 20^\circ}{3 \sin 20^\circ + \cos 20^\circ}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

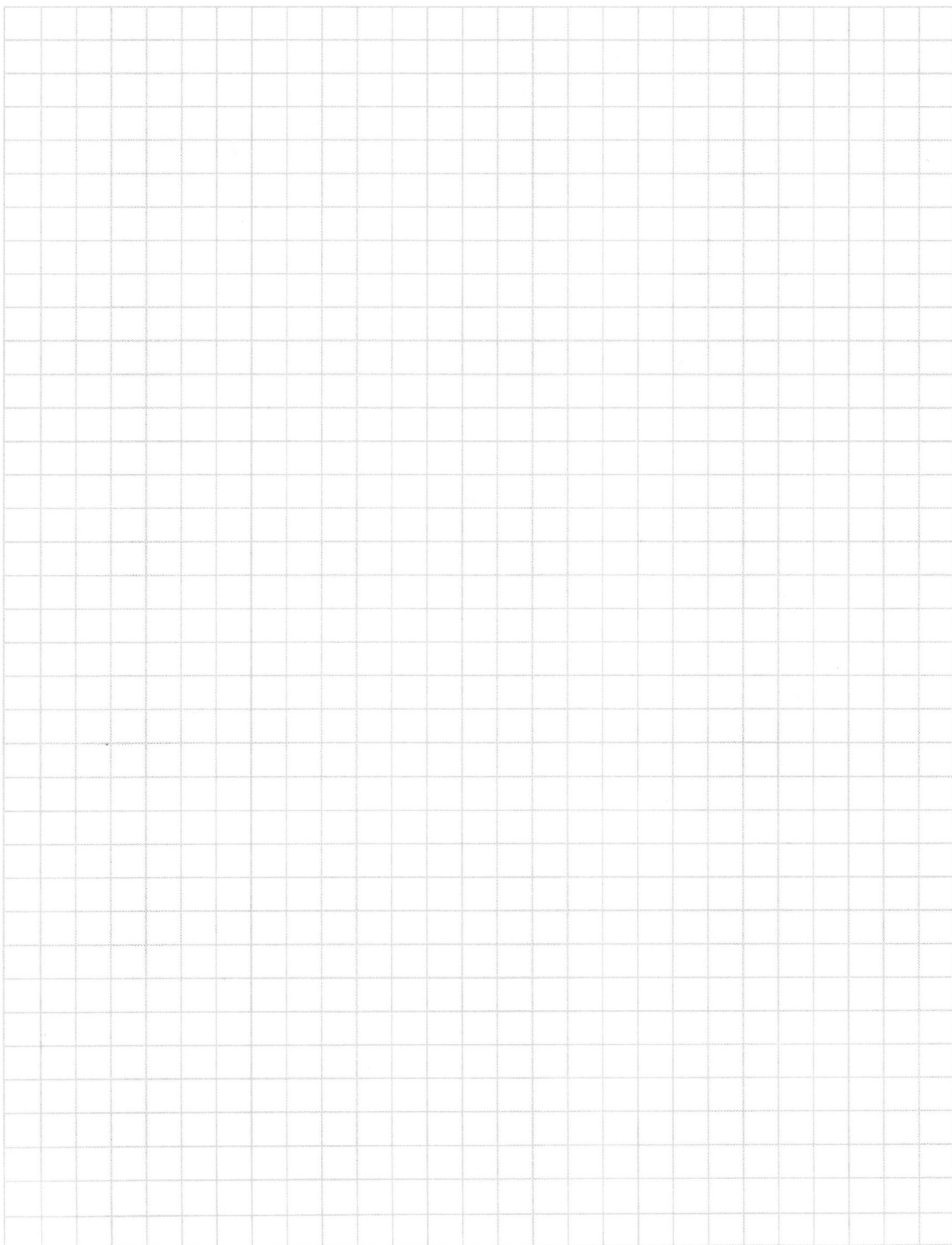
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\text{чтн } a=0 \quad bd^2 = -5 - \left(\frac{-2 \cdot 2}{4}\right) = -4 - \text{неа}$$

$$\text{чтн } a=1 \quad bd^2 = -4 - \left(\frac{-1 \cdot 1}{4}\right) < 0 - \text{неа}$$

$$\text{чтн } a=4 \quad bd^2 = -1 - \left(\frac{2 \cdot 4 \cdot (-14)}{4}\right) = -1 + 7 \cdot 67 > 0 - \text{нах}$$

Авт.: 4

$$\begin{array}{r} 147 \\ 127 \\ \hline 889 \end{array}$$

$$\frac{10}{1048}$$

$$EA = \sqrt{36 - 25} = \sqrt{11}$$

Авт.

$$\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta = 90^\circ - \alpha$$

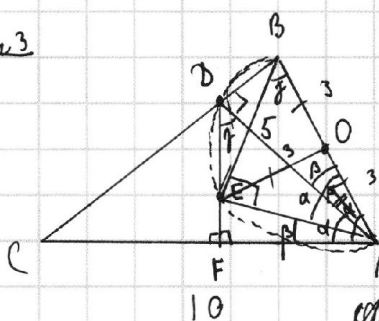
$$\sin \alpha = \frac{5}{10}$$

$$\frac{DA}{BA} = \frac{EA}{FA} = \cos \beta$$

$$\frac{DA}{BA} = \frac{EA}{FA} \Rightarrow FA = EA \cdot \frac{6}{5}$$

$$FA = \frac{6\sqrt{11}}{5}$$

23



$$\cos \beta = \frac{10}{1048}$$

$$3 \cos(\alpha - \beta) = 5 \cos \beta$$

$$\frac{5}{\sin \alpha} = 6 \cdot 2$$

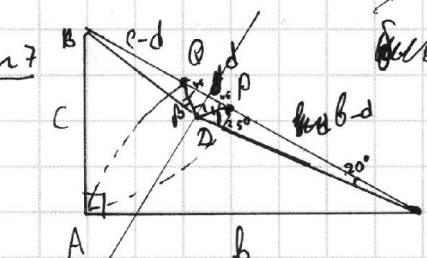
$$\sin \alpha = \frac{5}{10}$$

$$\frac{DA}{BA} = \frac{EA}{FA} = \cos \beta$$

$$\frac{DA}{BA} = \frac{EA}{FA} \Rightarrow FA = EA \cdot \frac{6}{5}$$

$$FA = \frac{6\sqrt{11}}{5}$$

27



$$d = b + c - \sqrt{b^2 + c^2}$$

$$180 - 20 - 135 = 180 - 135 = 45$$

$$\frac{DP}{\sin 20^\circ} = \frac{b-d}{\sin 20^\circ} \Rightarrow DP = \frac{\sin 20^\circ}{\sin 20^\circ} (b-d) = \frac{\sqrt{2}}{2} d$$

$$\frac{CQ}{\sin 45^\circ} = \frac{b-d}{\sin 45^\circ} \Rightarrow CQ = \frac{\sin 45^\circ}{\sin 45^\circ} (b-d) = \frac{\sqrt{2}}{2} d$$

$$\frac{c-d}{\sin \beta} = \frac{\sin 20^\circ}{\sin 45^\circ} (b-d)$$

$$\frac{\sin 45^\circ}{\sin \beta} = \frac{\sin 20^\circ}{\sin 45^\circ} \Rightarrow \frac{\sin 45^\circ}{\sin \beta} = \frac{\sin 20^\circ}{\sin 45^\circ}$$

$$b-d = d \frac{\sin(45-20)\sqrt{2}}{2 \sin 20^\circ} = d \frac{\sin \cos 70^\circ - \sin 20^\circ}{2 \sin 20^\circ} \Rightarrow b = d \frac{\cos 20^\circ + \sin 70^\circ}{2 \sin 20^\circ}$$

$$c-d = \frac{\sin(45-\beta)}{\sin \beta} \cdot \frac{\sin 20^\circ}{\sin 45^\circ} \cdot d \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = d \frac{\sin \beta}{\sqrt{2}(\sin 45-\beta)} = \frac{d \sin \beta}{\cos \beta - \sin \beta}$$

$$d + \sqrt{b^2 + c^2} = b + c \Rightarrow d + d \sqrt{\frac{(\cos 20^\circ + \sin 70^\circ)^2}{4 \sin^2 20^\circ} + \frac{\cos^2 \beta}{(\cos \beta - \sin \beta)^2}} = d \left(\frac{\cos 20^\circ + \sin 70^\circ}{2 \sin 20^\circ} + \frac{\cos \beta}{\cos \beta - \sin \beta} \right)$$

$$2 \sin 20^\circ (\cos \beta - \sin \beta) + \sqrt{1 - \sin 40^\circ \cdot \sin 2\beta + \sin 40^\circ - \sin 2\beta + 4 \sin^2 20^\circ \cdot \cos^2 \beta} = (\cos 20^\circ + \sin 70^\circ)(\cos \beta - \sin \beta) + \cos \beta \cdot 2 \sin 20^\circ$$

$$(\sin 20^\circ - \cos 20^\circ)(\cos \beta - \sin \beta) + \sqrt{(2 \sin 20^\circ \cdot \cos \beta)^2 - 2 \sin 20^\circ \cdot \cos \beta (\cos 20^\circ \cdot \sin \beta) + 1 + 2 \sin(20-\beta) \cos(20+\beta)} = \dots$$

$$(\cos 20^\circ + \sin 70^\circ)^2 (\cos \beta - \sin \beta)^2 = (\sin(45+20) \cdot \sin(45-\beta))^2 = \left(\frac{1}{2} (\sin(90+20-\beta) + \cos(20+\beta)) \right)^2 = \left(\frac{1}{2} (\cos(70-\beta) + \cos(20+\beta)) \right)^2 = (\cos 20^\circ \cdot \cos \beta)^2 = \sin^2 \cos 20^\circ$$

$$2(\sin 20^\circ \cdot \cos \beta - \cos \beta \cdot \sin 20^\circ) = 2(\sin(20-\beta)) \cos \beta \cdot 4 \sin 20^\circ = (1 + \cos \beta)(1 - \cos 40^\circ)$$