



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2, \\ yz = 4x + x^2, \\ zx = 4y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 25 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 15$, $BE = 10$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарiku. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть восемь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$ являются четвертым и пятым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$ являются вторым и седьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| + \left|y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| \leq 6$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle DBC = 35^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~1.

$x, y, z \neq 0$

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2 & (1) \\ yz = 4x + x^2 & (2) \\ zx = 4y + y^2 & (3) \end{cases} \quad (x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 = ?$$

≥ 1 решение

1) Разделим (1) на (2)

$$\frac{x}{z} = \frac{z}{x} \left(\frac{4+z}{4+x} \right)$$

$$\frac{x^2}{z^2} = \frac{4+z}{4+x}$$

$$4z^2 + z^3 = 4x^2 + x^3$$

$$z^3 - x^3 + 4(z^2 - x^2) = 0$$

$$(z-x)(z^2 + xz + x^2) + 4(z-x)(z+x) = 0$$

$$(z-x)(z^2 + xz + x^2 + 4z + 4x) = 0$$

$$\begin{cases} z = x & (1) \\ z^2 + xz + x^2 + 4z + 4x = 0 & (2) \end{cases}$$

① $z = x$

$$\begin{cases} xy = 4x + x^2 \\ x^2 = 4y + y^2 \end{cases}$$

можно сократить на x , т.к. $x \neq 0$

$$\begin{cases} y = 4 + x \\ x^2 = 4y + y^2 \end{cases} \rightarrow \text{подставляем второе, получаем:}$$

$$x^2 = (4+x)(4+x+4)$$

$$x^2 = (x+4)(x+8)$$

$$x^2 = x^2 + 12x + 32$$

$$12x = -32 \Rightarrow x = -\frac{8}{3} \Rightarrow y = 4 - \frac{8}{3} = \frac{12-8}{3} = \frac{4}{3}$$

$$z = x = -\frac{8}{3}$$

$$\begin{aligned} (x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 &= y^2 + (y+4)^2 + y^2 = 2y^2 + (y+4)^2 = \\ &= 2 \cdot \frac{16}{9} + \left(\frac{4}{3} + 4\right)^2 = \frac{32}{9} + \left(\frac{16}{3}\right)^2 = \frac{32}{9} + \frac{256}{9} = \frac{288}{9} = \underline{\underline{32}} \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~ 1 (пр-ние)

$$\textcircled{2} \quad \begin{aligned} & z^2 + x^2 + xz + 4x + 4z = 0 \\ & z^2 + x^2 + y^2 + 4y + 4x + 4z = 0 \end{aligned}$$

$$xy - z^2 + xz - y^2 + yz - x^2$$

$$xy + xz + yz = 0$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 4y + 4z = 0$$

Возьмем из (1) (2)

$$y(x-z) = 4(z-x) + (z-x)(z+x)$$

$$(z-x)(4+z+x+y) = 0$$

$$\begin{cases} z=x & (\text{разобран}) \\ 4+z+x+y=0 \end{cases}$$

$$4+z+x+y=0$$

из условия сложим 3 уравнения:

$$xy + yz + zx = 4(x+y+z) + x^2 + y^2 + z^2$$

"0

"-16

$$\rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 16$$

$$\text{из } \textcircled{2}: 2z^2 + 2x^2 + 2y^2 + 8y + 8x + 8z = 0$$

$$(x+y)^2 + (y+z)^2 + (z+x)^2 = 0$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 8(x+y+z) + 16 \cdot 3 = ?$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 8(x+y+z) = 2x^2 + 2z^2 + 2y^2 + 8x + 8y + 8z - (x^2 + y^2 + z^2) = 0 - 16 = -16$$

$$\text{Итого сумма: } -16 + 16 \cdot 3 = 32$$

Ответ: 32.

$$\textcircled{2} \quad \begin{aligned} & z^2 + x^2 + xz + 4x + 4z = 0 \\ & z^2 + x^2 + y^2 + 4y + 4x + 4z = 0 \end{aligned}$$

$$xy + yz + xz = 0$$

(или сложить 3 уравнения в системе)



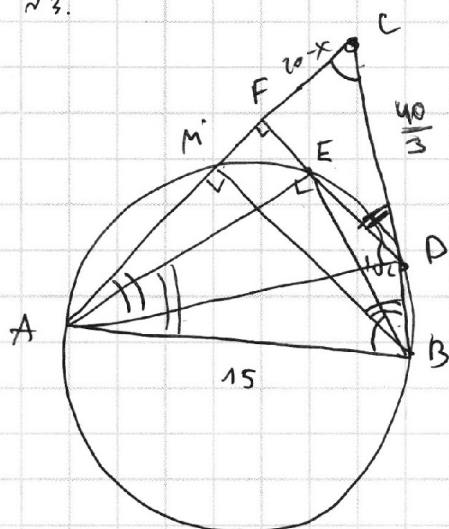
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3.



$$AC = 20$$

$$AB = 15$$

$$BE = 10$$

$$AF = ?$$

1) Пусть $AC \cap \omega = M$

2) $\angle AEB = \angle AMB = \angle ADB = 90^\circ$ (м. ч.)

AB — диаметр.

$\angle EDA = \angle EBA$ (на 1 дугу)

Получаем, что $\triangle AFD \sim \triangle AEB$. (по 2 углам)
(еще угол 90°)

3) $\angle CDF = \angle CBM$ ($FD \parallel MB$)

$\angle CBM = \angle MAD$ (на 1 дугу).

Получаем $\triangle CFD \sim \triangle CDA$ (по 2 углам)
(еще угол 90°)

$\triangle DFA$

Т.к. $\triangle AEB \sim \triangle AFD$ и $\triangle AFD \sim \triangle CDA \Rightarrow \triangle AEB \sim \triangle CDA$.

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AD} = \frac{EB}{CD}$$

$$\frac{15}{20} = \frac{10}{20} \Rightarrow CD = \frac{40}{3}$$

4) Пусть $AF = x \Rightarrow FC = 20 - x$

$$\triangle CFD \sim \triangle BEA \Rightarrow \frac{CD}{AB} = \frac{FC}{EB} \Rightarrow \frac{40}{3 \cdot 15} = \frac{20 - x}{10} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 400 = 45 \cdot (20 - x)$$

$$800 - 45x = 900 \Rightarrow 45x = 100 \Rightarrow x = \frac{100}{9}$$

Отв: $\frac{100}{9}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

нч.

Пусть есть n коробок. Всего выберем 5 коробок из n : C_n^5 .

Количество способов выбрать 5 коробок из n , чтобы в этих 5 коробках лежало 3 шара: C_{n-3}^2

Вероятность: $\frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}$

осталось $n-3$ коробки (3 шара хороших уже выбраны)

Если разрешили открыть 8 коробок, то всего способов их выбрать C_n^8 .

Количество способов C_n^8 из n , чтобы в 3 лежали шара:

C_{n-3}^5 ← 3 кор. хорошие уже выбраны

Вероятность: $\frac{C_{n-3}^5}{C_n^8}$

$$\text{Увеличилось в: } \frac{C_n^8 \cdot C_{n-3}^5}{C_n^5} = \frac{(n-3)!}{5! \cdot (n-8)!} \cdot \frac{n!}{8! \cdot (n-8)!} = \frac{(n-3)!}{2! \cdot (n-5)!} \cdot \frac{n!}{5! \cdot (n-8)!}$$

$$= \frac{(n-3)! \cdot 8!}{5! \cdot n!} \cdot \frac{n!}{8! \cdot (n-8)!} = \frac{8!}{5!} \cdot \frac{2!}{5!} = \frac{8! \cdot 2!}{5! \cdot 5!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 2}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{28}{5} \text{ раз}$$

Ответ: $\frac{28}{5}$ раз.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5.

$$x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2 - a^3}{3} = 0$$

$$x_1 \text{ и } x_2 - \text{4й и 5й члены}$$

$$2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 9 = 0$$

$$x_3 \text{ и } x_4 - \text{2й и 3й члены}$$

Пусть d - разность ариф. пр.

$$x_1 = x_3 + 2d$$

$$x_2 = x_3 + 3d$$

$$x_4 =$$

Пусть x_3 - второй член ариф. пр. $\Rightarrow x_4 = 5d + x_3$

$$x_1 - \text{4й член} \Rightarrow x_1 = 2d + x_3$$

$$x_2 - \text{5й член} \Rightarrow x_2 = x_3 + 3d$$

$$\text{Итого } x_1 + x_2 = 5d + 2x_3 = x_4 + x_3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{a^2 - a}{a^3 - a^2} = \frac{x_1 + x_2}{x_3 + x_4} \Rightarrow 2(a-1) = \frac{a^2(a-1)}{2}$$

Ариф. пр. не существует $\Rightarrow$
 $a-1 \neq 0, a \neq 0$
 Проверим.

$$2a(a-1) = a^2(a-1)$$

$$(a-1)a(a-2) = 0$$

$$a(a-1)(a-2) = 0$$

$$\begin{cases} a=0 & (1) \\ a=1 & (2) \\ a=2 & (3) \end{cases}$$

$$(1) a=0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \Rightarrow 2x_3 + 5d = 0 \\ x_1 x_2 = \frac{2-a^3}{3} = \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (2d + x_3)(x_3 + 3d) = \frac{2}{3} \\ 2x_3 + 5d = 0 \end{cases} \Rightarrow \left(2d - \frac{5d}{2}\right) \cdot \left(-\frac{5d}{2} + 3d\right) = \frac{2}{3}$$

$$d \cdot \frac{-1}{2} \cdot d \cdot \frac{6-5}{2} = \frac{2}{3}$$

$$d^2 \cdot \frac{4}{4} = -\frac{2}{3} - \text{не может быть}$$

н.к. $d > 0$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(2) $Q=1$.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 0, \text{ м.е. } 2x_3 + 5d = 0 \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_3 + 5d = 0 \Rightarrow x_3 = -\frac{5}{2}d \\ (2d + x_3)(3d + x_3) = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$(2d - \frac{5}{2}d)(3d - \frac{5}{2}d) = \frac{1}{3}$$

$$d^2 \cdot \frac{-1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \quad \text{— не имеет смысла, м.к. } d^2 > 0.$$

(3) $a=2$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2, \text{ м.е. } 2x_3 + 5d = 2 \\ x_1 \cdot x_2 = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (2d + x_3)(3d + x_3) = \frac{1}{3} - 2 \\ x_3 = \frac{2-5d}{2} \end{cases}$$

$$(2d + \frac{2-5d}{2}) \cdot (3d + \frac{2-5d}{2}) = \frac{1}{3} - 2$$

$$\frac{4d+2-5d}{2} \cdot \frac{6d+2-5d}{2} = \frac{1}{3} - 2$$

$$(-d+2)(d+2) = -8$$

$$4-d^2 = -8$$

$$12 = d^2 \Rightarrow d = 2\sqrt{3}$$

$$x_3 = \frac{2-5d}{2} = 1-5\sqrt{3}$$

$$x_4 = 5d + x_3 = 1-5\sqrt{3} + 10\sqrt{3} = 1+5\sqrt{3}$$

$$x_3 \cdot x_4 = -2a^6 - 8Q - 4 = (-2) \cdot 64 + 8 \cdot 2 - 4 = -128 + 16 - 4 = -116$$

$$x_3 \cdot x_4 = (1+5\sqrt{3})(1-5\sqrt{3}) = 1-25 \cdot 3 = 1-75 = -74$$

ссылка

Ответ: 2.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~6.

$$|y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}| + |y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}| \leq 6.$$

1) ~~$y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq 0$~~ ~~$y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq 0 \Rightarrow y - 15 \geq \frac{x}{6\sqrt{3}}$~~

$$\begin{cases} y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq 0 \\ y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq 0 \end{cases}$$

$$2y - 30 \leq 6 \Rightarrow y - 15 \leq 3 \Rightarrow \underline{y \leq 18}$$

2) $\begin{cases} y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq 0 \\ y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} < 0 \end{cases}$

$$\cancel{y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}} - \cancel{y + 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}} \leq 6$$

$$-\frac{x}{3\sqrt{3}} \leq 6 \Rightarrow -x \leq 18\sqrt{3} \\ \underline{x \geq -18\sqrt{3}}$$

3) $\begin{cases} y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} < 0 \\ y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq 0 \end{cases}$

$$\cancel{y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}} - \cancel{y + 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}} \leq 6 \Rightarrow \frac{x}{3\sqrt{3}} \leq 6 \Rightarrow x \leq 18\sqrt{3}$$

4) $\begin{cases} y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} < 0 \\ y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} < 0 \end{cases}$

$$\cancel{-y + 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}} - \cancel{y + 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}} \leq 6 \\ -2y + 30 \leq 6 \\ -y + 15 \leq 3 \\ \underline{y \geq 12}$$



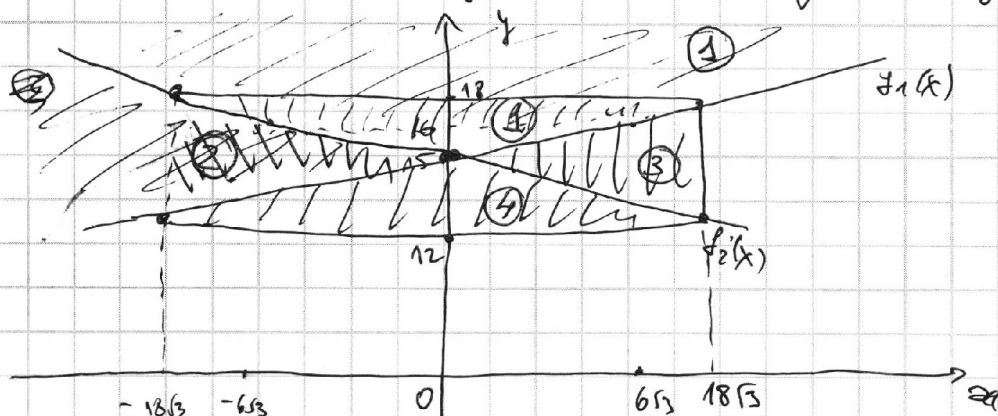
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Построим прямые $y = 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}$ и $y = 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}$

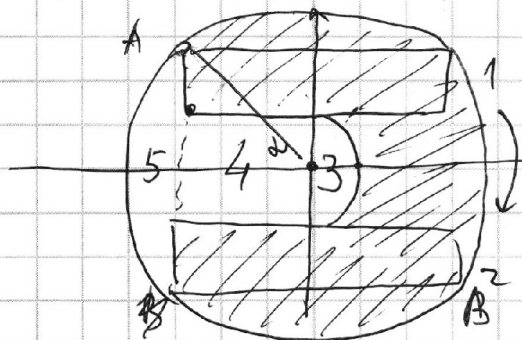


Отметим поворачиваем нам области из чер-в.

$$15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} = 18 \Rightarrow \frac{x}{6\sqrt{3}} = -3$$

$$x = -18\sqrt{3}$$

Получился пр-тик (на графике)
при повороте перейдет в



т.А → т.В

пр-тик займет
звир. площадь

$$\text{Площадь 3: } \frac{\pi R^2}{2} = \frac{\pi \cdot 12^2}{2} = \pi \cdot 6 \cdot 12 = 72\pi$$

Площадь 4: $18\sqrt{3} \cdot 24$

Находим площадь 5 и вычитаем из $\pi R^2 - S_3 - S_4 - S_5$

$$R = \sqrt{18^2 + 18^2} = 18 \cdot 2 = 36$$

$$\pi \cdot 36^2 - 72\pi - 18\sqrt{3} \cdot 24 = S_5$$

$$\cos \alpha = \frac{18}{18\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \alpha = 60^\circ \Rightarrow S_5 = \frac{1}{6} \pi R^2 - \frac{1}{2} \cdot 18\sqrt{3} \cdot 36 =$$

$$= \frac{1}{6} \pi \cdot 36^2 - 18 \cdot 18\sqrt{3} = 6 \cdot 36\pi - 18^2\sqrt{3}$$

$$36^2\pi - 72\pi - 24 \cdot 18\sqrt{3} - 6 \cdot 36\pi + 18^2\sqrt{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$36^2\pi - 27\pi - 24 \cdot 18\sqrt{3} - 6 \cdot 36\pi + 18^2\sqrt{3} =$$

$$= 36\pi(36 - 6) - 27\pi + 18\sqrt{3}(18 - 24) =$$

$$= 36 \cdot 30\pi - 27\pi + 18 \cdot 6\sqrt{3} =$$

$$= 1080\pi - 27\pi - 108\sqrt{3} = 1008\pi - 108\sqrt{3}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

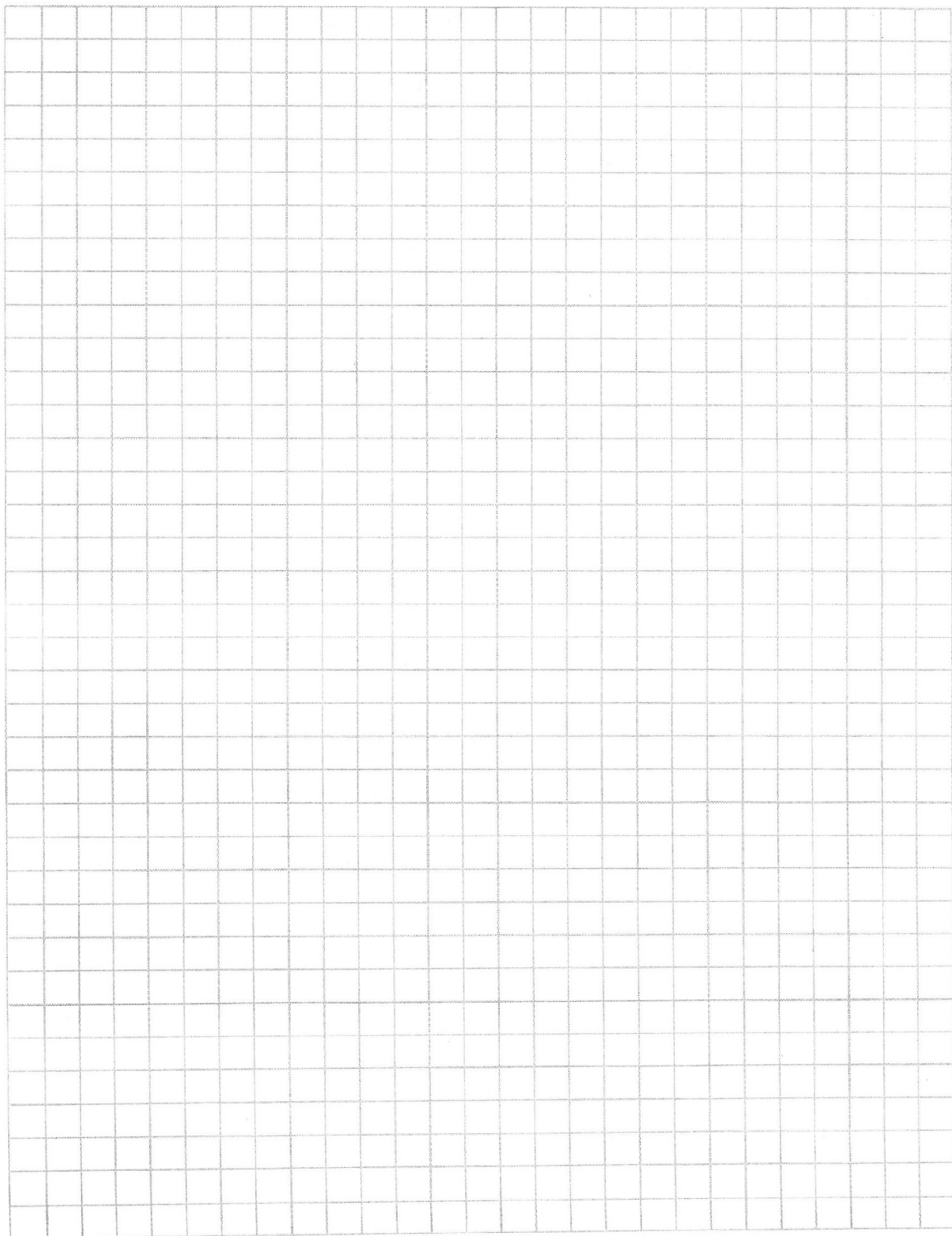
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$xy + yz + zx = z^2 + x^2 + y^2 + 4x + 4y$
 $(x+1)x = yz$
 $x+1 = \frac{yz}{x}$
 $(x+1)^2 = \frac{(yz)^2}{x^2}$
 $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = \frac{(yz)^2}{x^2} + \frac{(xz)^2}{y^2} + \frac{(yx)^2}{z^2} =$
 $= \frac{y^2 z^2 + x^2 z^2 + x^2 y^2}{x^2 y^2 z^2}$
 $x^2 + 8x + 16 + y^2 + 8y + 16 + z^2 + 8z + 16 =$
 $= x^2 + 8x + y^2 + 8y + z^2 + 8z + 16 \cdot 3 =$
 $x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 4y + 4z = xy + yz + xz$
 $xy + yz + xz + 8x + 8y + 8z$
 $4x = \frac{yz}{x}$
 $x^2 y^2 + z^2 + 8x + 8y + 8z + 48 = xy + yz + xz + 4x + 4y + 4z + 48$
 $xy = 4z + z^2$
 $yz = 4x + x^2$
 $zx = 4y + y^2$
 $z^2 = 4z$
 $x^2 + y^2 + xy + 4x + 4y = 0$
 $x^2 + z^2 + xz + 4x + 4z = 0$
 $y^2 + z^2 + yz + 4y + 4z = 0$
 $2(x^2 + y^2 + z^2) + xy + xz + yz +$
 $+ 8x + 8y + 8z = 18$
 $12 + 4 = 16$
 $= 3$
 $x^2 y^2 + z^2 + 4x + 4y - 4z = 0$
 $x^2 z^2 + y^2 + y^2 - 4y$
 $(x^2 y^2 + z^2) + (8x + 8y + 8z) + (x^2 y^2 + z^2 + xy + xz + yz)$
 $(xy)^2 - xy + 4(xy) = 0$
 $(xy)(x+4+4) = xy$
 $xy = 4x + x^2$
 $yx = 4x + x^2$
 $z^2 = 4y + y^2$
 $y = 4 + x$
 $xy = 4z + z^2$
 $yz = 4x + x^2$
 $zx = 4y + y^2$
 $z^2 = 4z$
 $x^2(x+4) = y^2(y+4)$
 $x^3 + 4x^2 = y^3 + 4y^2$
 $x^3 - y^3 + 4(x^2 y^2 - y^2 x^2) = 0$
 $(x-y)(x^2 + y^2 + xy) + 4(x-y)(xy) = 0$
 $(x-y)(x^2 + y^2 + xy + 4x + 4y) = 0$
 $(x-y)^2 + 4(xy) - xy = 0$
 $(x-y)(x+y+4) = xy$
 $x^2 y^2$
 $x^2 + 4x$
 $f \frac{9}{16}$
 256



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2(x^2y^2 + z^2) + 8xy + 8yz$$
$$xy + x^2 + y^2 + z^2 = 0$$

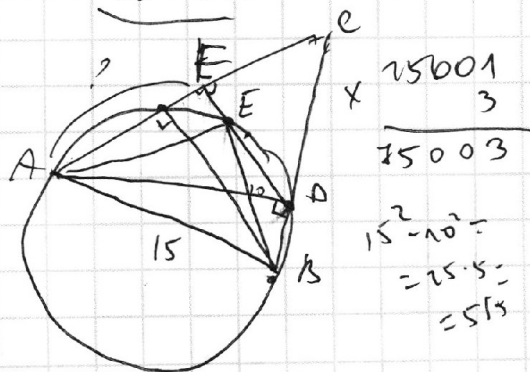
$$x^2y^2 + z^2 + 8(xy + yz) + 2$$
$$9x^2y^2 + 14z^2 = -x^2y^2 - z^2$$
$$x^2 + y^2 + z^2 + 4(xy + yz) = 0$$
$$(x+z)^2 + (y+z)^2 + (z+z)^2 =$$

$$\begin{array}{r} 15000 \ 99 \\ \times 999 \\ \hline 9 \end{array}$$

$$(0.6)^2 = 0.36 - 3 \cdot 0.36 + 3 \cdot 0.36 - 1$$
$$\begin{array}{r} \times 999 \\ \hline 999 \end{array}$$

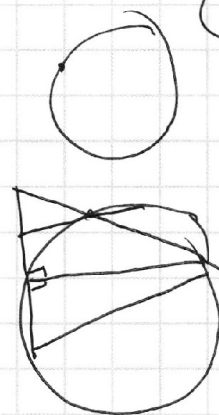
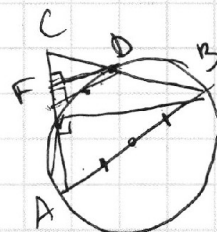
$$\begin{array}{r} 999999 \\ \times 250002 \\ \hline 3000000 \\ \times 300 \\ \hline 300000 \\ \hline 25001 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 75003 \\ - 50001 \\ \hline 25002 \end{array}$$



$$15^2 - 10^2 =$$
$$= 25 \cdot 5 =$$
$$= 125$$

$$AC \cdot CK = CO \cdot CS$$



$$\begin{array}{r} n^3 \\ \times 99 \\ \hline 999 \end{array}$$
$$9 \cdot 11 - 1 =$$
$$\frac{99}{2500} =$$
$$\begin{array}{r} 888888 \\ \times 999999 \\ \hline 8888881 \end{array}$$

$$9 \cdot 11 - 1 =$$
$$9^3 \cdot 111 - 1^3$$
$$99 - 9 = 10^2 - 1$$
$$99 = 10^2 - 1$$
$$(10^{25001} - 1)^3 =$$
$$= 10^{75003} - 3 \cdot 10^{75002} + 3 \cdot 10^{75001} - 1$$
$$10^{75001} \cdot 3 - 3 \cdot 10^{75002} + 3 \cdot 10^{75001} - 1$$

$$3 \cdot \frac{0000000}{50000} 10^{13}$$
$$\begin{array}{r} 300 \\ - 3000000 \\ \hline 3000 \end{array}$$
$$399970000$$

202

[illegible]



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x+y+z = -4$$

$$x+y+z = -4$$

$$4+x = (-y-z)^2 + (y+z)^2 + (z+x)^2 = 0$$

$$2xy + 4yz + y^2 + z^2 + 8y + 8z - x$$

$$= 2(y^2 + z^2) + 4yz + (y^2 + z^2 + 2yz + 4y + 4z)$$

$$2(xy) - xz \rightarrow$$

$$(4-z)z + xy = 0$$

$$xy = z^2 - 4z$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 16 = 0$$

$$z = -4 - x - y$$

$$xy = (-4-x-y)(4-4-x-y)$$

$$xy = (4+xy)(x+y) =$$

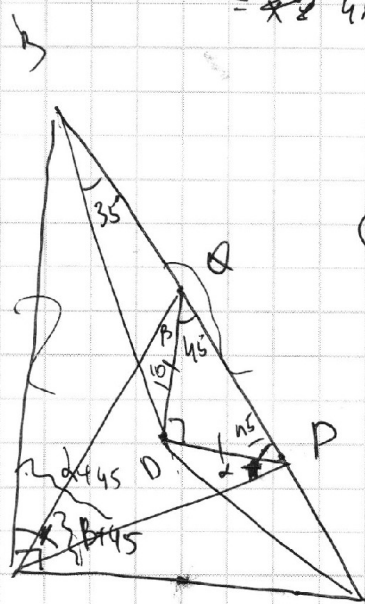
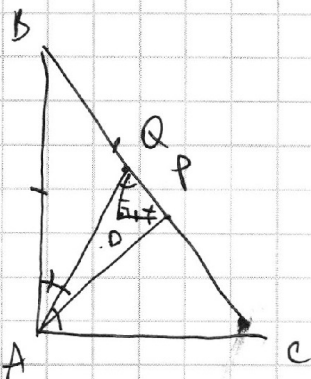
$$= 4x + 4y + x^2 + xy + xy + y^2 =$$

$$= x^2 + y^2 + 4x + 4y$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$+ 3ab(a-b)$$



30

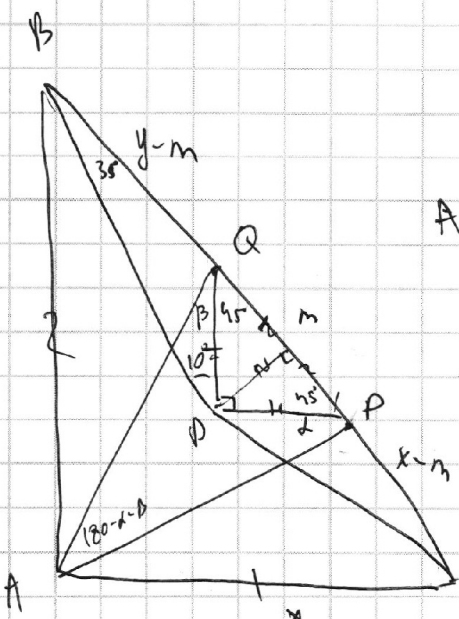
100

$$x^2 + y^2 = y^2 + (x-m)^2 =$$

$$= y^2 + x^2 - 2xm + m^2$$

$$m^2 = 2xm$$

$$m = 2x$$



$$d + 45 - x + \beta + 45 = 90$$

$$d + 45 - 180 + d + \beta =$$

$$= 2d -$$

$$45 + \beta = 180 - d - \beta + x$$

$$-2d = 135 - \beta + x \Rightarrow x = 135 - 2d - \beta$$

$$x^2 + y^2 = (y+x-m)^2 =$$

$$= x^2 + y^2 + m^2 + 2ym - 2xm -$$

$$m(m)$$

28

$$99 = 10^2 - 1$$

$$56000 - 25000 = 31000$$

$$= 1 - 1 = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

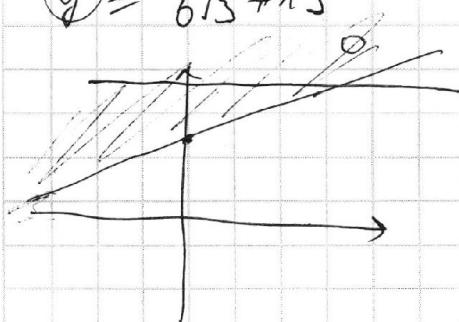
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left| y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \right| + \left| y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \right| \leq 6$$

$$\textcircled{y} \Rightarrow \frac{x}{6\sqrt{3}} \neq 15$$



$$y \geq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}$$

$$\textcircled{6\sqrt{3}} \approx 12$$

1x7

$$|a| + |b| \geq 6$$

$$|a| + |b| \geq |a+b|$$

$$2|ab| \geq ab$$

$$|2y - 30| \leq 6 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 2y - 30 \leq 6 \\ 2y - 30 \geq -6 \end{cases}$$

$$2y \leq 36$$

$$2y \geq 24$$

$$\begin{cases} y \leq 18 \\ y \geq 12 \end{cases}$$

y3

$$15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}$$

$$15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}$$

k x p
- k x b

