



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2, \\ yz = 4x + x^2, \\ zx = 4y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 25 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 15$, $BE = 10$.
4. [4 балла] В теленгрипе ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть восемь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$ являются четвертым и пятым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$ являются вторым и седьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| + \left|y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| \leqslant 6$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипotenузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle DBC = 35^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2

3 4

5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

2. $h = \underbrace{99\dots99}_{25000} = 10^{\frac{25000}{25000}} - 1$

$$h^3 = \left(10^{\frac{25000}{25000}} - 1\right)^3 = 10^{\frac{75000}{25000}} - 3 \cdot 10^{\frac{50000}{25000}} + 3 \cdot 10^{\frac{25000}{25000}} - 1 = 10^{\frac{50000}{25000}} \left(10^{\frac{25000}{25000}} - 3\right) + \\ + 3 \cdot 10^{\frac{25000}{25000}} - 1 = \underbrace{99\dots99}_{25000} \underbrace{400\dots00}_{50000} + 3 \cdot 10^{\frac{25000}{25000}} - 1 = \\ = \underbrace{99\dots99}_{25000} \underbrace{00\dots00}_{25000} \underbrace{3000\dots00}_{25000} - 1 = \underbrace{99\dots99}_{25000} \underbrace{100\dots02}_{25000} \underbrace{99\dots99}_{25000}.$$

Число
Поделив h^3 на 3 сечиара (по 25000 цифр в каждом) видим, что в

первом сечиаре 24999, во втором 0, в третьем 25000 \Rightarrow

\Rightarrow всего девяносто 49999.

Ответ: 49999



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

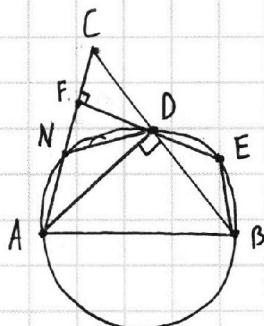
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой** из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

3.

Теория N-членка пересечения окружности с многоугольником



AB и отрезок AC (если таковой не существует, то (или $\angle CAB$ тупой))

AC - касательная $\Rightarrow \angle CAB = 90^\circ$, то $\triangle ABC$ остроугольный.

$\angle ACB = 2 \Rightarrow \angle CAD = 2 = \angle NAD$ и.к. $\angle ADB = 90^\circ$, то в

то же время $\angle CDF = 90 - 2 = \angle EDB \Rightarrow$ умы, отвечающие

на хорды ND и EB равны $\Rightarrow ND = EB = 10$.

$\angle AND = \angle ADB = 90^\circ$ ~~и~~ $\angle AND = \angle ABD \Rightarrow \triangle AND \sim \triangle ABD$

по т.к. $\frac{AB}{ND} = \frac{3}{2}$ - косв. подобия. $\Rightarrow CD = AC \cdot \frac{2}{3} = \frac{40}{3}$. Т.к. м.т. паралл. в $\triangle ACD$:

$AD^2 = AC^2 - CD^2 = 400 - \frac{1600}{9} = \frac{2000}{9}$. Т.к. м.т. паралл. в $\triangle ABD$:

$$BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = \sqrt{225 - \frac{2000}{9}} = \sqrt{\frac{225-2000}{9}} = \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{5}{3}.$$

BD - отрезок вписаный, прилегающий к $\angle B$, NF - отрезок вписаный DF, прилегающий

к $\angle N$, то из подобия $\triangle CAB$ и $\triangle CDN$ ~~и~~ $FN = \frac{2}{3} BD$ как соответственные

элементы в подобных треугольниках $\Rightarrow FN = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{3} = \frac{10}{9}$.

$$BC = CD + BD = \frac{5}{3} + \frac{40}{3} = 15; CN = \frac{2}{3} \cdot BC = 10 \Rightarrow AN = AC - CN = 10 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AF = AN + NF = 10 + \frac{10}{9} = 11 + \frac{1}{9} = \frac{100}{9} \text{ (и.к. } \triangle AND \text{ остроугольный, } \frac{40}{3} < 10\sqrt{2})$$

Ответ: $\frac{100}{9}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Ч. Турист всего есть n коробок. Найдём вероятность того, что турист пойдёт 3 шарика в 5 коробках. Тогда у него C_n^5 возможностей,

• удачных из них C_{n-3}^2 ш.к. Он однозначно должен вытащить 3 шарика и ещё открыть где хранящиеся коробки \Rightarrow

$$\Rightarrow \text{Вероятность} \frac{C_{n-3}^2}{C_n^5} = \frac{\frac{(n-3)!}{2! \cdot (n-5)!}}{\frac{n!}{5! \cdot (n-5)!}} = \frac{\frac{(n-3)!}{2}}{\frac{(n-3)! \cdot n(n-1)(n-2)}{5!}} = \frac{60}{n(n-1)(n-2)}$$

Турист теперь может выбрать 8 коробок. Аналогично, всего

возможностей C_n^8 , удачных из них C_{n-3}^5 \Rightarrow

$$\Rightarrow \text{Вероятность} \frac{\frac{(n-3)!}{5! \cdot (n-8)!}}{\frac{n!}{8! \cdot (n-8)!}} = \frac{\frac{(n-3)!}{5!}}{\frac{(n-3)! \cdot n(n-1)(n-2)}{8!}} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{n(n-1)(n-2)}.$$

Значит вероятность увеличилась в $\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{5 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{8 \cdot 7}{5 \cdot 2} = \frac{4 \cdot 7}{5} = \frac{28}{5}$ раз.

Ответ: $6 \frac{28}{5}$ раз



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6. С другой стороны, фигура, замкнутая между окружностями, $B'X'$ и BX занимает ровно половину от всей площади между окружностями, найдём её площадь.

$$S = 36^2 \cdot \pi - 12^2 \cdot \pi = \pi (36^2 - 12^2) =$$

$$S_{B'C'X'} + S_{AB'X'} = 6 \cdot 18\sqrt{3} = 108\sqrt{3} \quad \text{(площадь сектора)}; S_{ABX} = 108\sqrt{3}$$

~~Несложной способом получаем сумму площадей~~

~~Будущейюю единицю фигура, замкнутая между AB и большей окружностью, найдём её площадь вычитанием $\triangle ABO$ из сектора AOB .~~

~~$\angle AOB = 2 \cdot 60^\circ = 120^\circ$ и.к. $AY \perp OX$. т.е. $Y = AB \cap Oy$. Остальная площадь сектора AOB (меньшая)~~

Не стала учиться лишь фигура, замкнутая между большей окружностью и AB (меньшая), вычтим её площадь, вычитая из площади сектора AOB

площадь $\triangle AOB$. Тогда $Y = AB \cap Oy$. $AY = OY \cdot \sqrt{3}$, $\angle AYO = 90^\circ \Rightarrow \angle AOV < 60^\circ \Rightarrow$

$$\Rightarrow \angle AOB = 120^\circ \Rightarrow S_{\text{оставшейся}} = \frac{\pi \cdot 36^2}{3}; S_{\triangle AOB} = 18\sqrt{3} \cdot 18 \Rightarrow \text{площадь оставшейся}$$

$$\text{части } \pi \cdot \frac{36^2}{3} - 18^2 \cdot \sqrt{3} \Rightarrow S_p = \pi (36^2 - 12^2) + 108\sqrt{3} + 108\sqrt{3} + \pi \cdot \frac{36^2}{3} - 3 \cdot 108\sqrt{3} = \\ = \pi (36^2 - 12^2 + \frac{36^2}{3}) - 108\sqrt{3} = \pi \cdot (1296 - 144 + 432) - 108\sqrt{3} = 1584\pi - 108\sqrt{3}$$

Ответ: ~~1584~~ $1584\pi - 108\sqrt{3}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$6. 4) y \leq 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}; y \leq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \Rightarrow |y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}| + |y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}| = -y + 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} - y + 15$$

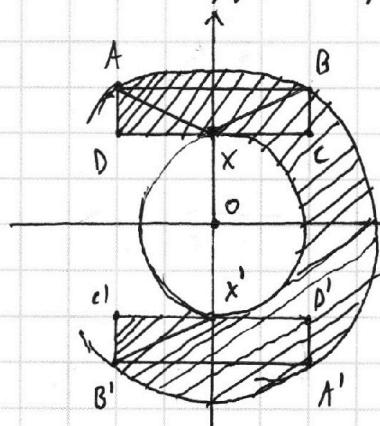
$$+ \frac{x}{6\sqrt{3}} = 30 - 2y \leq 6 \Rightarrow y \geq 12. \text{ Искомая геометрическая фигура - параллелограмм с}$$

вершинами $(0; 15); (-18\sqrt{3}; 12); (18\sqrt{3}; 12)$.

Замечаем, что множество подгосударственных точек входит из четырех

шестиугольника с вершинами $(18\sqrt{3}; 18); (18\sqrt{3}; 12); (-18\sqrt{3}; 18); (-18\sqrt{3}; 12)$,

меньшим из B, C, A, D соответственно, а изображение соответствует меньшим координатам B', C', A', D' . $X = (0; 12); X' = (0; -12)$.



Вычертим круга радиусом 12 и центр в начале

(o)
координатной системы м.к. $OX = p(O; \Phi)$, аналогично

все круга с центром в O и радиусом $\sqrt{18^2 + (18\sqrt{3})^2} = 36$

точек нет. Докажем $\triangle AX - \triangle A'X'$ переходил

в $A'X'$ при повороте, причем фокусирует весь

"бесник" между окружностями, ограниченный AX и $A'X'$!

Аналогично для BX и $B'X'$ \Rightarrow ~~помимо~~ M - это фигура замкнутая между

$AX, B'X'$ и двумя окружностями $+ \triangle ADX + \triangle B'C'X'$.

(Не содержит $\triangle ADX$ и $\triangle B'C'X'$)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

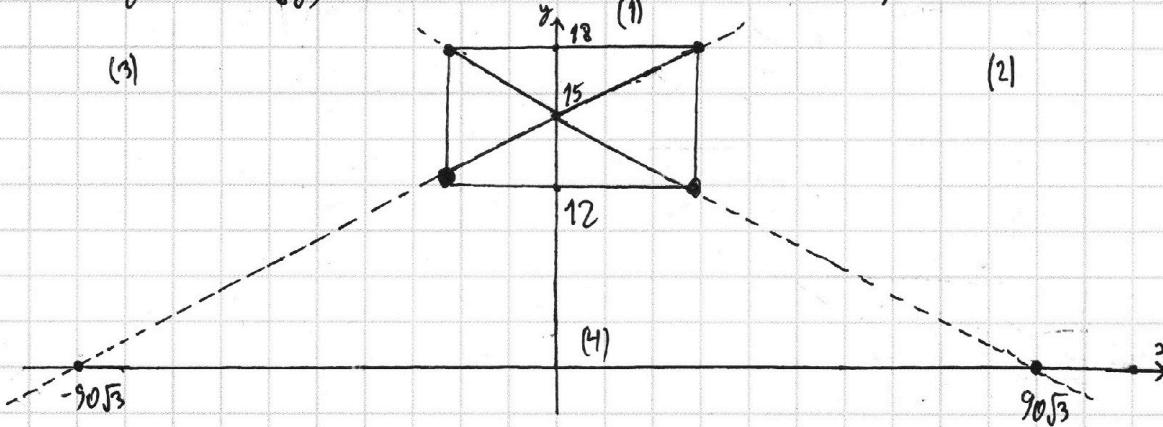
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

6. Рассмотрим координатную плоскость на 4 части прямыми $y = 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}$

и $y = 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}$. Берегутся их как показано на рисунке.



$$1) y \geq 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}; y \geq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \Rightarrow |y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}| + |y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}| = y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} +$$

$+y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} = 2y - 30 \leq 6 \Rightarrow y \leq 18$. Множество исключенных точек - треугольник, ограниченный 2 прямыми и прямой $y = 18$ (вершины $(0; 15); (18\sqrt{3}; 18); (-18\sqrt{3}; 18)$).

$$2) y \geq 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}; y \leq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \Rightarrow |y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}| + |y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}| = y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} - y$$

$+15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} = \frac{x}{3\sqrt{3}} \leq 6 \Rightarrow x \leq 18\sqrt{3}$. Множество исключенных точек - треугольник

(вершины $(0; 15); (18\sqrt{3}; 18); (18\sqrt{3}; 12)$).

$$3) y \leq 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}; y \geq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \Rightarrow |y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}| + |y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}| = -y + 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} + y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} =$$

$= -\frac{x}{3\sqrt{3}} \leq 6 \Rightarrow x \geq -18\sqrt{3}$. Множество исключенных точек - треугольник с вершинами

$(0; 15); (-18\sqrt{3}; 18); (-18\sqrt{3}; 12)$.

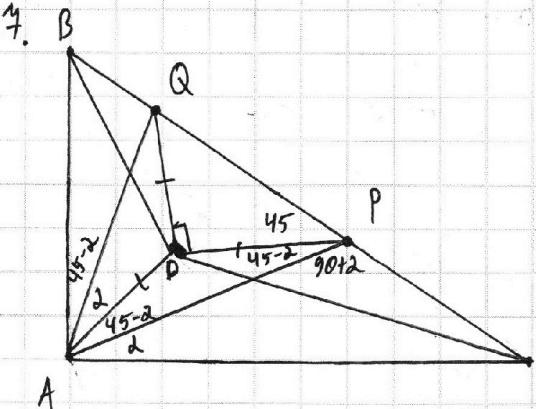


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Таким $\angle BAP = \angle BPA = \beta$, $\angle AQC = \angle QAC = \gamma$.

$$\angle QAP = 90^\circ - \angle PAC - \angle BAQ = \beta + \gamma - 90^\circ$$

$$\angle AQP + \angle QPA + \angle QAP = \beta + \gamma - 90^\circ + \beta + \gamma = \\ = 2(\beta + \gamma) - 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow \beta + \gamma = 135^\circ$$

$$\Rightarrow \angle QAP = 135^\circ - 90^\circ = 45^\circ$$

$\angle QDP = 90^\circ$ ~~и~~ $= 2\angle QAP$. Так как O -центр описанной окружности $\triangle APQ \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle QOP = 90^\circ \Rightarrow DE(QOP)$, т.к. $QO = PO \Rightarrow O$ -пересечение сим. осей. к QP

и (QOP) , но вторая точка пересечения лежит на другую от A сторону $PQ \Rightarrow$

$\Rightarrow D$ лежит на \odot и $AD = DP = DQ$. Таким $\angle QAD = \alpha \Rightarrow \angle DAP = \angle DPA = 45 - \alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle BAP = \angle BPA = 90^\circ - \alpha \Rightarrow \angle BAQ = 45^\circ - \alpha \Rightarrow$ ~~и~~ $\angle PAC = \alpha$. $\angle APC =$

$= 180^\circ - \angle QPA = 90 + \alpha \Rightarrow \angle PCA = 90 - 2\alpha$. $\angle ADP = 90 + 2\alpha \Rightarrow ADPC$ - ~~вписаный~~,

аналогично $BQDA$ ~~вписаный~~ $\Rightarrow 35^\circ = \angle QBD = \angle QAD = \alpha \Rightarrow 45^\circ - \alpha = 10^\circ = \angle DAP = \angle DCB =$

$= \angle BCD$.

Ответ: 10°

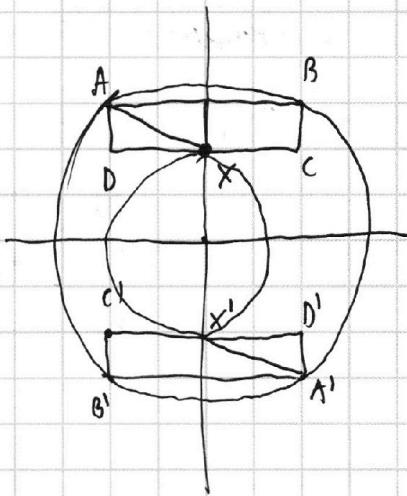
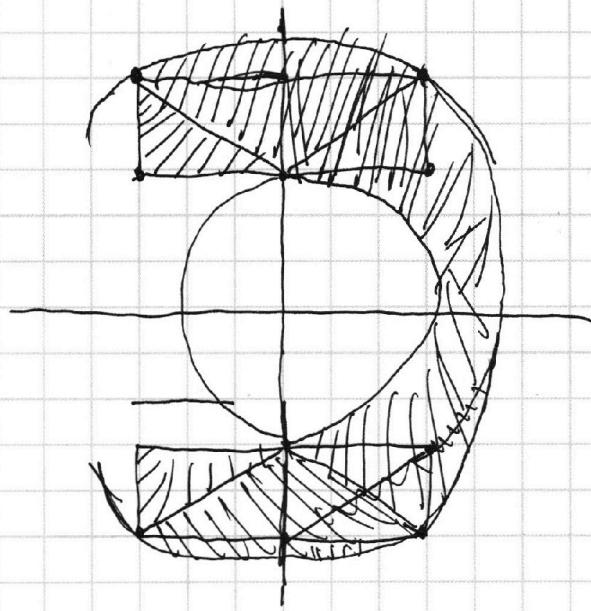


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Желтый квадрат $n \Rightarrow$ Вероятность $\frac{1}{n}$ найти туриста?

Всего способов C_n^5 , успешных C_{n-3}^2

Однако же

C_n^8 , успешных C_{n-3}^5

$$\frac{C_{n-3}^2}{C_n^5} = \frac{\frac{(n-3)!}{2!(n-5)!}}{\frac{n!}{5!(n-5)!}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{n(n-1)(n-2)}{120}} =$$

$$= \frac{60}{n(n-1)(n-2)(n-3)}$$

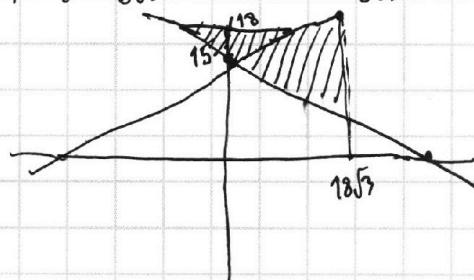
$$\frac{C_{n-3}^5}{C_n^8} = \frac{\frac{(n-3)!}{5!(n-8)!}}{\frac{n!}{8!(n-8)!}} =$$

$$x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$$

$$D_1 = (a^2 - a)^2 - \frac{8-a^3}{3} = a^4 - 2a^3 + a^2 - \frac{8}{3} + \frac{4a^3}{3} = a^4 + a^3 \left(\frac{4}{3} - \frac{6}{3}\right) + a^2 - \frac{8}{3} = a^4 + \frac{2}{3}a^3a^2 - \frac{8}{3}$$

$$D_2 = (a^2 - a)^2 + 8(2a^6 + 8a + 4) = a^8 - 2a^6 + a^4 + 16a^6 + 64a + 32$$

$$1) y + \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq 15, y - \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq 15 \Rightarrow 2y - 30 \leq 6 \Rightarrow y \leq 18$$



$$y = 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}$$

$$y \geq 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}, y \leq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} - y + 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x}{3\sqrt{3}} \leq 6 \Rightarrow x \leq 18\sqrt{3}$$

$$15 + \frac{2x}{6\sqrt{3}} = 18 \Rightarrow \frac{x}{6\sqrt{3}} = 3 \Rightarrow x = 18\sqrt{3} \quad x \geq y \geq 2$$

$$2^2 + 82 + 2x^2 + 8x + 8y^2 + 8y - 2xy - 2y^2 - 2x^2 = 0 \\ (x-y)^2 + (y-2)^2 + (x-2)^2 - 2xy - 2y^2 - 2x^2 = 0$$



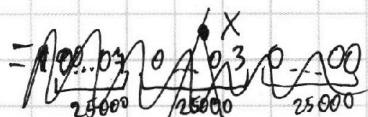
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА
ИЗ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

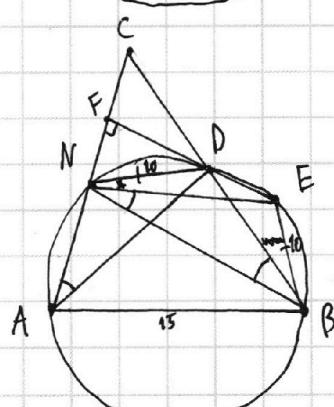
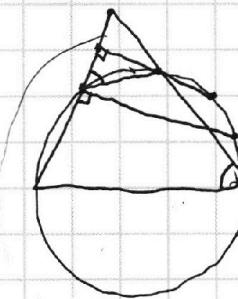
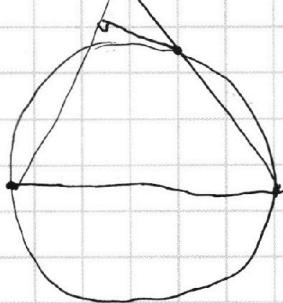
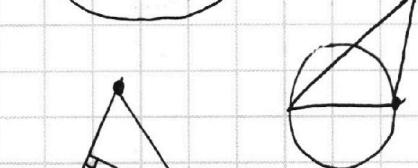
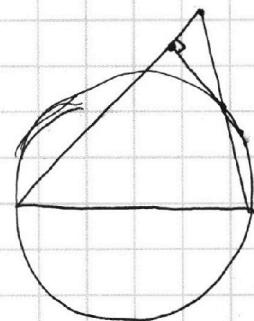
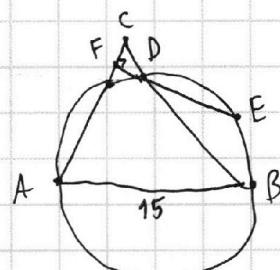
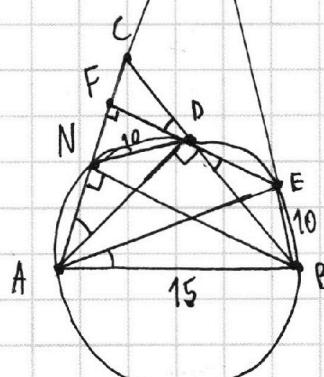
$$h = \frac{99 \dots 99}{25000} = 10^{\frac{25000}{25000}} - 1 \Rightarrow h^3 = \left(10^{\frac{25000}{25000}} - 1\right)^3 = 10^{\frac{75000}{25000}} - 3 \cdot 10^{\frac{50000}{25000}} + 3 \cdot 10^{\frac{25000}{25000}} - 1 = \\ = \underbrace{10 \dots 0}_{25000} - 3 \cdot \underbrace{10 \dots 0}_{50000} + 3 \cdot \underbrace{10 \dots 0}_{25000} - 1 = 10^{\frac{25000}{25000}} \left(10^{\frac{50000}{25000}} - 3 \cdot 10^{\frac{25000}{25000}} + 3\right) - 1 =$$



$$10^{\frac{75000}{25000}} - 3 \cdot 10^{\frac{50000}{25000}} + 10^{\frac{25000}{25000}} =$$

$$= \underbrace{99 \dots 97}_{25000} \underbrace{0 \dots 0}_{50000} + 3 \cdot \underbrace{10 \dots 10}_{25000} =$$

$$= \underbrace{99 \dots 97}_{25000} \underbrace{0 \dots 03}_{25000} \underbrace{0 \dots 0}_{25000} - 1 = \\ = \underbrace{0 \dots 02}_{25000} \underbrace{9999}_{25000}$$



$$NF = BD \cdot \frac{2}{3} \quad AD = \sqrt{225 - BD^2} = \sqrt{400 - CD^2} \Rightarrow$$

$$AF = \frac{2BD}{3} + AN \quad \Rightarrow 225 - BD^2 = 400 - CD^2 \Rightarrow$$

$$CD = AC \cdot \frac{2}{3} = \frac{40}{3} \Rightarrow AD = \sqrt{400 - \frac{1600}{9}} = \frac{2000}{9}$$

$$BD = \sqrt{225 - \frac{2000}{9}} = \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{5}{3}$$

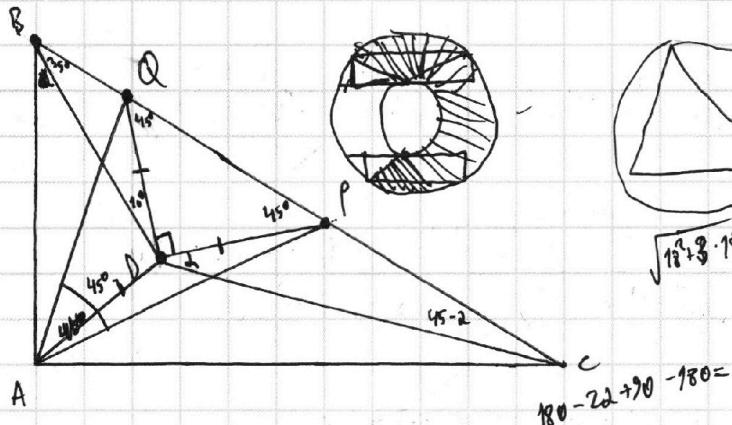


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



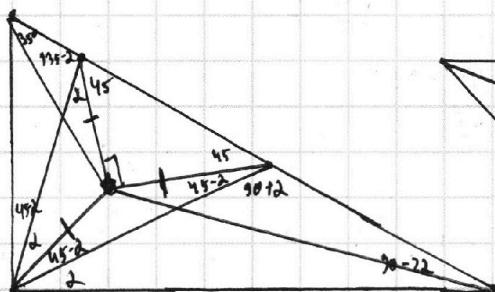
$$48 \cdot 21 = 2 \cdot 576 =$$

$$\sqrt{12^2 + 3 \cdot 18^2} = \sqrt{144 + 972} = \sqrt{1116} = 36$$

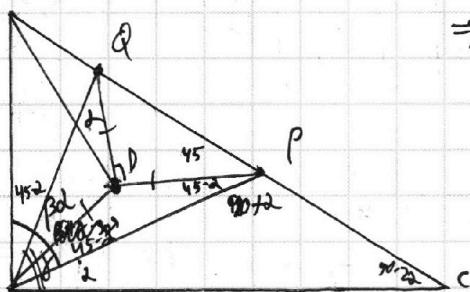
$$\pi \cdot 36^2 - \pi \cdot 12^2 =$$

$$= \pi(36^2 - 12^2) = \dots \pi$$

$$180 - 22 + 90 - 180 =$$



$\beta + \alpha < 2(\beta + \alpha) - 90 = 120 \Rightarrow \angle QAP < 45^\circ \Rightarrow$
 $\Rightarrow D\text{-угол } QAP$



$$\frac{36^2}{36} = \frac{36}{36} = 1$$

$$\frac{36^2}{3} = \frac{1296}{3} = 432$$

$$x+y+2=0$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 4z + 4x + 4y$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + xy - yz - xz + 4z + 4x + 4y = 0$$

$$2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2xy - 2yz - 2xz + 8z + 8x + 8y = 0$$

$$x^2 - 2xy + y^2 +$$

$$1296 - 144 = 1152$$

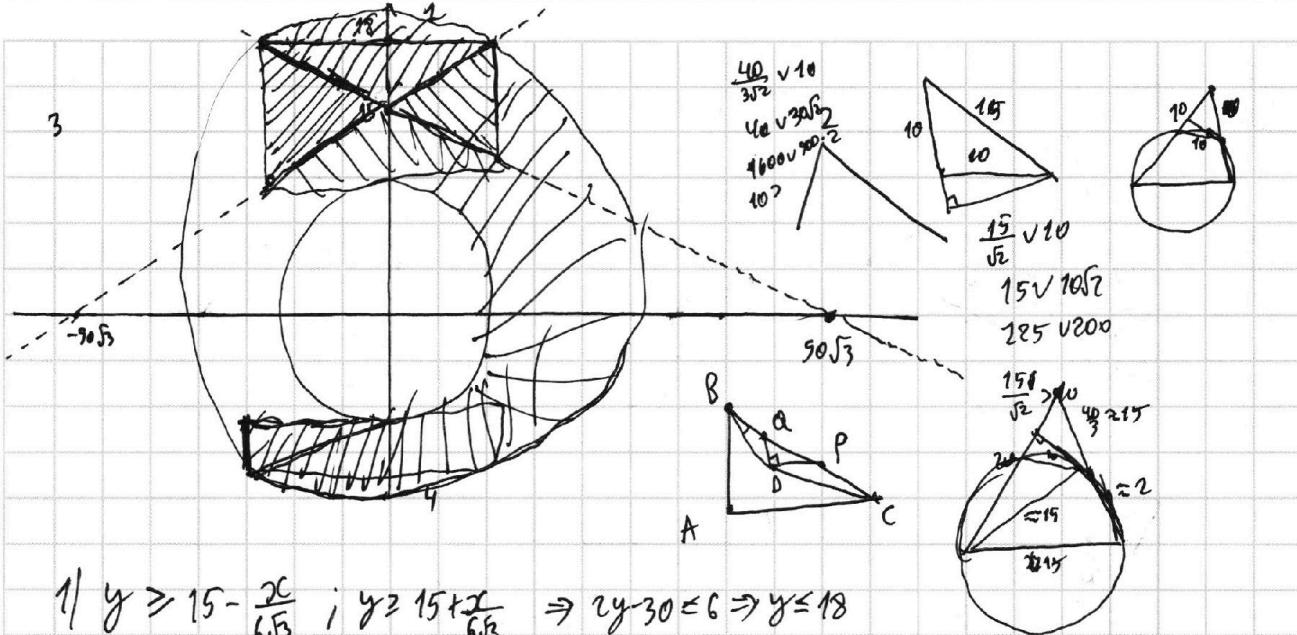
$$\begin{array}{r} 1152 \\ + 432 \\ \hline 1584 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



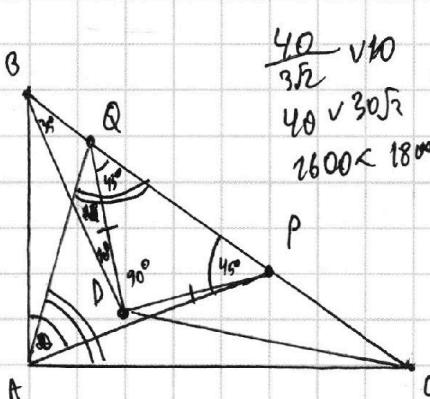
$$1) y \geq 15 - \frac{2x}{6\sqrt{3}} ; y \geq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \Rightarrow 2y - 30 \leq 6 \Rightarrow y \leq 18$$

$$2) \quad y \geq 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}; \quad y \leq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \Rightarrow y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq y + 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} = \frac{x}{3\sqrt{3}} \leq 6 \Rightarrow x \leq 18\sqrt{3}$$

$$3) \quad y \leq 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}; \quad y \geq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \Rightarrow -y + 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} + y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 6 \Rightarrow \frac{-x}{3\sqrt{3}} \leq 6 \Rightarrow x \geq -18\sqrt{3}$$

$$41 \quad y \leq 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}; \quad y \leq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \Rightarrow -y + 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} - y + 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 6 \Rightarrow -2y + 30 \leq 6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -2y \leq -24 \Rightarrow 2y \geq 24 \Rightarrow y \geq 12$$



$$\frac{40}{30} \text{ vto } \angle BAP = \angle BPA = 2 \quad \angle QAC = \angle AQC = \beta$$

$$\angle QAP = 90 - (90 - \alpha) - (90 - \beta) = \alpha + \beta - 90$$

$$P(A \cap C) = P(A) - P(A \cap B) + P(A \cap C) = 20 - 2$$

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 180 \Rightarrow 2(\alpha + \beta) = 240 \Rightarrow \alpha + \beta = 120$$

$$\Rightarrow \angle QAP = 45^\circ$$