



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2, \\ yz = -2x + x^2, \\ zx = -2y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 30 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 8$, $BE = 6$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шару. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть семь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$ являются четвертым и девятым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| + \left|x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| \leq 4$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle BCA = 50^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2 \\ yz = -2x + x^2 \\ zx = -2y + y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = z(z-2) \quad | : z \\ yz = x(x-2) \quad | : x \\ zx = y(y-2) \quad | : y \end{cases}$$

$$\begin{cases} xyz = z^2(z-2) \\ xyz = x^2(x-2) \\ xyz = y^2(y-2) \end{cases} \Rightarrow z^2(z-2) = x^2(x-2) = y^2(y-2)$$

$$(x-2)^2 = \left(\frac{y^2(y-2)}{x^2} \right)^2 = \frac{y^4(y-2)^2}{x^4}$$

$$(z-2)^2 = \frac{y^4(y-2)^2}{z^4}$$

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = \frac{y^4(y-2)^2}{z^4} + \frac{y^4(y-2)^2}{x^4} + (y-2)^2 =$$

$$= \frac{y^4(z^4 + x^4)}{z^4 x^4} (y-2)^2 + (y-2)^2 = \frac{y^4(z^4 + x^4)}{y^4(y-2)^4} (y-2)^2 + (y-2)^2 =$$

$$= \frac{z^4 + x^4}{(y-2)^2} + (y-2)^2$$

$x = 1$ подходит решение: $(1; 1; -1)$

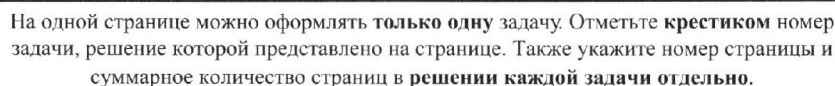
$$yz = 1 \rightarrow \begin{matrix} y=1, z=1 \\ z=1, y=1 \end{matrix}$$

$(1; -1; 1)$
 ~~$(-1; 1; 1)$~~

$$\frac{1}{1} + 1 = 3$$

$$\frac{1+1}{1} + 1 = 3$$

Ответ: 3



СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

в уважат

$\underbrace{999\dots 9}_{n-1 \text{ девятка}} \underbrace{8000\dots 01}_{n-1 \text{ ноль}}$. Тем получается из-за того, что при

перемножением по разрядам (перемножаем число x на каждый из n разрядов) и последним ненулевым разрядом будет единица (т.е. $9 \cdot 9 = 81$), а в сумме с остальными перемножениями, состоящими из девяток и единиц из предыдущих разрядов, данный будет равен нулю. Аналогично происходит с первым ^{разрядом} ~~цифрой~~ в каждом перемножении, которое равно 8.

Далее при перемножении x^2 и X по разрядам, каждый из $n-1$ разрядов будет ~~на~~^{взаимно} ограничиваться на $\underbrace{9999}_{n-1}$, а начнется с $\underbrace{8999}_{n-3}$. Таким образом при сложении всех разрядов

с $\underbrace{8 \ 999 \dots 9}_{n-2}$ Таким образом при сложении всех разрядов
получится число вида $\underbrace{999 \dots 000 \dots 00}_{\substack{\text{2000 раз} \\ \text{повторяется}}} \dots \underbrace{999 \dots 9}$

В итоге получено в числе с $m = 30001$:

$$2M-1 = 60001$$

Omben: 60001



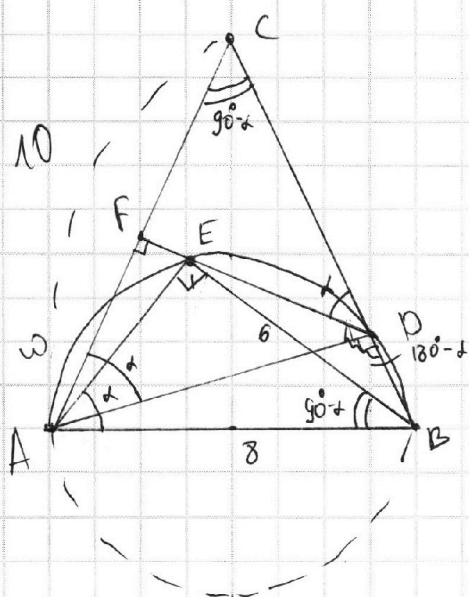
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Задача 3

Пусть $\angle EAB = \alpha$, тогда $\angle ABE = 90^\circ - \alpha$

Т.к. четырёхугольник $AEDB$ - вписанный (все точки лежат на ω) $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \angle EPB + \angle EAB = 180^\circ \Rightarrow \angle EPB = 180^\circ - \alpha,$$

а значит $\angle FPC = \alpha$, т.к. $\angle FPC$ и $\angle EDB$ - смежные.

Т.к. $\angle CFP = 90^\circ$ из уса $\Rightarrow \angle ACB = 90^\circ - \alpha$

Рассм. Δ -м FCD и AEB : $\angle FCD = \angle ABE$
 и $\angle CFP = \angle AEB = 90^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \Delta FCD \sim \Delta AEB$ по 2 углам $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{CD}{AB} = \frac{FC}{BE} \Rightarrow \left(\frac{CD}{FC} = \frac{AB}{BE} = \frac{8}{6} \right) \Rightarrow FC = CD \cdot \frac{BE}{AB}$$

Теперь рассмотрим ΔCAD : в нем $\angle ACD = 90^\circ - \alpha$, а $\angle ADC = 180^\circ - \angle ADB = 90^\circ \Rightarrow \angle CAD = \alpha$. Тогда ΔDAC также подобен ΔAEB по углам: $\angle FCD = \angle ABE$ и $\angle CAD = \angle EAB \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{CD}{EB} = \frac{AC}{AB} \Rightarrow CD = \frac{AC}{AB} \cdot EB \Rightarrow FC = \frac{AC}{AB} \cdot EB \cdot \frac{BE}{AB} =$$

$$\Rightarrow \underset{\text{AC-FC}}{AF} = AC - AC \cdot \frac{EB^2}{AB^2} = AC \left(1 - \frac{EB^2}{AB^2} \right) = 10 \cdot \frac{(8^2 - 6^2)}{8^2} =$$

$$= 10 \cdot \frac{28}{64} = 10 \cdot \frac{7}{16} = \frac{35}{8} = 4 \frac{3}{8} = \boxed{4,375}$$

Ответ: $4,375$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4

1) Рассмотрим вероятность достать 3 игришка, выбрав 5 коробочек.

Пусть всего n коробочек. Способов выбрать 5 коробочек: C_n^5

~~Способов~~ C_{n-3}^2 способов выбрать 2 коробочки из $n-3$ - подходящие игришки,

так как только в этом случае (2 коробочки пустые, а 3 с игришками)

выбираются ~~игришки~~ ^{игришки} ~~выбираются~~ ^{выбираются}

$$P_{(5 \text{ коробочек})} = \frac{C_{n-3}^2}{C_n^5} = \frac{\frac{(n-3)!}{(n-5)! \cdot 2!}}{\frac{n!}{(n-5)! \cdot 5!}} = \frac{(n-3)(n-4)}{2} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{n(n-1)(n-2)} = \frac{60}{n(n-1)(n-2)}$$

2) Теперь рассмотрим вероятность выбрать, выбрав 7 коробочек, всего коробочек также n !

Способов выбрать 7 коробочек: C_n^7

Способов выбрать 4 пустые из $n-3$: C_{n-3}^4

$$P_{(7 \text{ коробочек})} = \frac{C_{n-3}^4}{C_n^7} = \frac{\frac{(n-3)!}{(n-7)! \cdot 4!}}{\frac{n!}{(n-7)! \cdot 7!}} = \frac{(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)}{4 \cdot 3 \cdot 2} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{n(n-1)(n-2)} =$$

$$= \frac{210}{n(n-1)(n-2)}$$

$$3) \frac{P_{(7 \text{ коробочек})}}{P_{(5 \text{ коробочек})}} = \frac{\frac{210}{n(n-1)(n-2)}}{\frac{60}{n(n-1)(n-2)}} = \frac{210}{60} = \frac{7}{2} = 3,5$$

Ответ: в 3,5 раза



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5

Формула n -го члена прогрессии: $a_n = a_1 + d(n-1)$ Тогда:

$$a_6 = a_1 + 5d \quad a_7 = a_1 + 6d$$

$$a_8 = a_1 + 7d \quad a_9 = a_1 + 8d$$

Заметим, что $a_6 + a_7 = a_8 + a_9$, т.е. сумма корней 1 и 2-х уравнений равны. Значит по теореме Виета:

$$1 \text{ ур-ние: } a_6 + a_7 = a^2 - 2a$$

$$2 \text{ ур-ние } a_8 + a_9 = \frac{a^3 - 2a^2}{3}$$

$$a^2 - 2a = \frac{a^3 - 2a^2}{3} \Rightarrow a^3 - 2a^2 - 3a^2 + 6a = 0$$

$$a(a^2 - 5a + 6) = 0$$

$$a(a-2)(a-3) = 0$$

Теперь рассмотрим каждый случай по отдельности:

$$1) a = 0:$$

При $a = 0$ 2-е ур-ние имеет вид:

$$3x^2 + 6 = 0, \text{ а значит } x \notin \mathbb{R}, \text{ значит вариант } a = 0 \text{ не подходит.}$$

$$2) \boxed{a = 3}:$$

При $a = 3$ 2-е ур-ние имеет вид:

$$3x^2 - 9x + 6 - 243 = 0 \text{ или } x^2 - 3x - 79 = 0 \quad (D = 9 + 4 \cdot 79 > 0 \Rightarrow 2 \text{ корня отличных от 0})$$

1-е ур-ние имеет вид:

$$x^2 - 3x - 1 = 0 \quad (D = 9 + 4 > 0 \Rightarrow 2 \text{ корня})$$

Теперь рассмотрим произведение корней этих ур-ний

$$a_6 \cdot a_7 = a_1^2 + 11a_1d + 30d^2 \quad a_8 \cdot a_9 = a_1^2 + 14a_1d + 48d^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что $a_6 \cdot a_7 = a_6 \cdot a_5 + 6d^2$

Из теор. Виета для 1 и 2 ур-ний:

$$\begin{aligned} a_6 \cdot a_7 &= a^2 - a - 7 \\ a_6 \cdot a_7 &= \frac{6-a^2}{3} \end{aligned} \Rightarrow \text{для } a=3 \quad -1 = -49 + 6d^2 \Rightarrow d^2 = 13 \Rightarrow d = \sqrt{13}$$

В таком случае, т.к. $a_6 + a_7 = 2a_1 + 11d$ и $a=3$:

$$3 = 2a_1 + 11\sqrt{13}$$

$$a_1 = \frac{3 - 11\sqrt{13}}{2} \Rightarrow \text{Прогрессия имеет первый член } \frac{3 - 11\sqrt{13}}{2} \text{ и шаг } \sqrt{13}$$

3) $a=2$:

Первое ур-ние:

$$x^2 - 5 = 0 \quad - 2 \text{ решения}$$

Второе ур-ние:

$$3x^2 + 6 - 32 = 0$$

$$3x^2 - 26 = 0 \quad - 2 \text{ решения}$$

Для $a=2$:

$$-5 = -\frac{26}{3} + 6d^2$$

$$\frac{26}{3} - 5 = 6d^2$$

$$\frac{11}{3} = 6d^2$$

$$\frac{11}{18} = d^2 \Rightarrow d = \sqrt{\frac{11}{18}}$$

~~$a_1 = 0$~~ т.к. сумма корней 0

$$a_1 = \frac{a_6 + a_7 - 11d}{2} = -\frac{11d}{2} \text{ т.к. } a^2 - 2a \text{ при } a=2 \text{ равно } 0 \Rightarrow$$

$$a_1 = -\frac{11\sqrt{\frac{11}{18}}}{2} \Rightarrow \text{Прогрессия имеет первый член } -\frac{11\sqrt{\frac{11}{18}}}{2} \text{ и шаг } \sqrt{\frac{11}{18}}$$

Ответ: $a=2$; $a=3$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи** отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☒7
☐СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6

Заметим, что данное неравенство $|x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}}| + |x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}}| \leq 4$

можно решить для 4 областей координатной плоскости, раскрывая модули в зависимости от этих областей:

1-я прямая $x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} = 0 \Rightarrow y = -2\sqrt{3}x + 20\sqrt{3}$

2-я прямая $x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} = 0 \Rightarrow y = 2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3}$

пересечение: $x = 10$
 $y = 0$

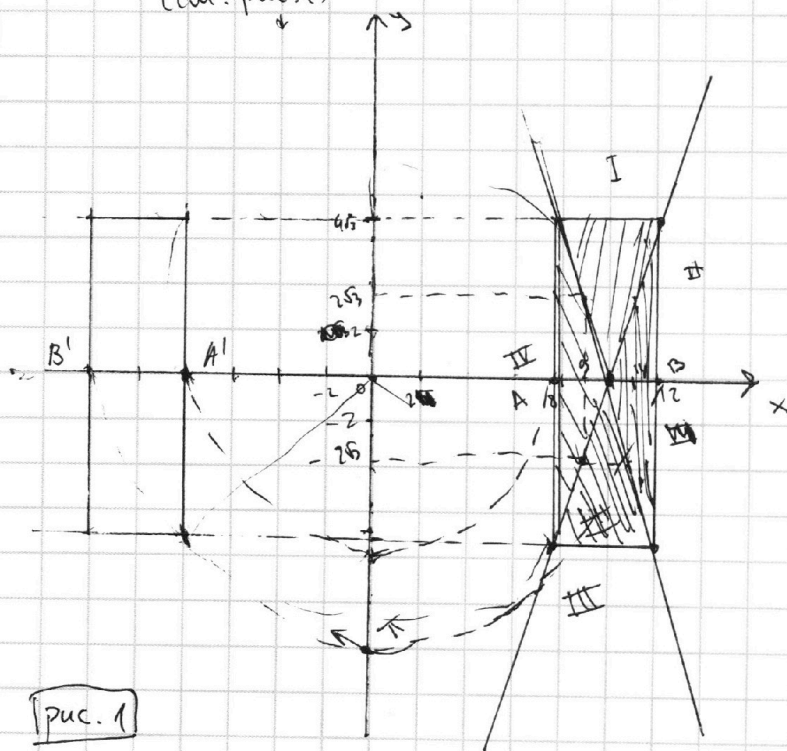


рис. 1

I: $y > -2\sqrt{3}x + 20\sqrt{3}$

$y > -2\sqrt{3}x + 20\sqrt{3}$

II: $y < 2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3}$

$y > 20\sqrt{3} - 2\sqrt{3}x$

III: $y < 2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3}$

$y < -2\sqrt{3}x + 20\sqrt{3}$

IV: $y > 2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3}$

$y < -2\sqrt{3}x + 20\sqrt{3}$

Если $y > 20\sqrt{3} - 2\sqrt{3}x \Rightarrow \frac{y}{2\sqrt{3}} > 10 - x \Rightarrow x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} > 0 \Rightarrow$ 1-й модуль раскрываем со знаком "+"

Если $y < 20\sqrt{3} - 2\sqrt{3}x \Rightarrow$ 1-й модуль со знаком "-"

Если $y > 2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3} \Rightarrow -\frac{y}{2\sqrt{3}} + x - 10 < 0 \Rightarrow$ 2-й модуль со знаком "-"

Если $y < 2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3} \Rightarrow$ 2-й модуль со знаком "+"



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

I: 1-й мод со зн. "+"
2-й мод со зн. "-"

$$x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} - x + 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \leq 4$$

$$\frac{y}{\sqrt{3}} \leq 4$$

$$y \leq 4\sqrt{3}$$

$$y \leq \sqrt{48}$$

II: 1-й мод со зн. "+"
2-й мод со зн. "+"

$$x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} + x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \leq 4$$

$$2x - 20 \leq 4$$

$$x \leq 12$$

III: 1-й мод со зн. "-"
2-й мод со зн. "+"

$$-x + 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} + x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \leq 4$$

$$\frac{2y}{2\sqrt{3}} \geq -4$$

$$y \geq -4\sqrt{3}$$

$$y \geq -\sqrt{48}$$

IV: 1-й мод со зн. "-"
2-й мод со зн. "-"

$$-x + 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} - x + 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \leq 4$$

$$-2x + 20 \leq 4$$

$$+16 \leq 2x$$

$$x \geq 8$$

Все прямые построены на рис. 1

Таким образом, фигура Ф - прямоугольник со сторонами u и $8\sqrt{3}$

Теперь рассмотрим поворот этой фигуры на π ^{угол} ~~вокруг~~
 отн. начала координат

После поворота прямоугольник просто "отразится" относительно оси y . Заметим, что при повороте точки $A(0; 8)$ и $B(10; 12)$ вращаются

по окружности, а значит площадь множества M , которое занимает фигура Ф равна площади между этими двумя окружностями $S_M = S_{\text{окр } B} - S_{\text{окр } A} = \pi R_B^2 - \pi R_A^2$

$$S_{\text{окр } B} = \frac{1}{2} \pi R_B^2 \quad R_B = 12$$

$$S_{\text{окр } A} = \frac{1}{2} \pi R_A^2 \quad R_A = 8$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Таким образом

$$S_n = \frac{1}{2} \pi r_B^2 - \frac{1}{2} \pi r_A^2 = \frac{1}{2} \pi (r_B^2 - r_A^2)$$

$$S_m = \frac{1}{2} \pi (12^2 - 8^2) = \frac{1}{2} \pi \cdot (144 - 64) = \frac{1}{2} \pi \cdot 80 = \boxed{40\pi}$$

Ответ: 40π



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

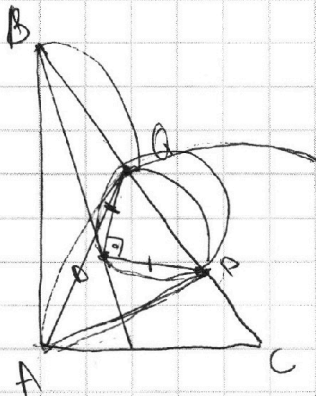
6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик



$$BD^2 = BQ \cdot QP$$

$$AC - (CB - AC) (2(CB - (AC + AB)))$$

$$BD^2 =$$

$$\frac{BD}{BQ} = \frac{QP}{PD}$$

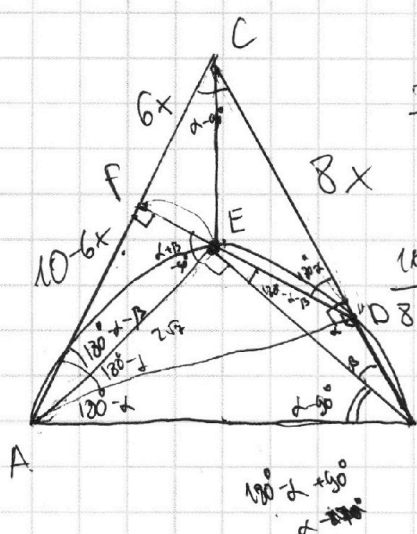


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$BE = 6$$

$$AB = 8$$

$$\frac{10-6x}{8} = \frac{CD}{8} = \frac{30}{u} = 8x \Rightarrow x = \frac{30}{32}$$

$$\frac{FD}{AE} = \frac{CD}{AB} = \frac{FC}{BE} = 10 - \frac{90}{16}$$

$$\frac{CD}{FC} = \frac{AB}{BE} = \frac{8}{6}$$

$$\frac{160-90}{16} = \frac{70}{16} = \frac{35}{8} = 4\frac{3}{8}$$

$$180^\circ - \alpha - \beta + 90^\circ + \alpha + \beta - 90^\circ$$

$$64 - 36 = 28$$

$$\frac{7}{11} \quad 0,125$$

$$100 - 120x + 36x^2$$

$$32 \frac{3}{8}$$

$$28 - 100 + 120x - 36x^2$$

$$x + 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \rightarrow x + 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}}$$

$$x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \geq 0$$

$$x - 10 \geq \frac{y}{2\sqrt{3}}$$

$$x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \geq 0$$

$$2\sqrt{3}(x+10) \geq y$$

$$\frac{2y}{\sqrt{3}} \leq 4$$

$$y \leq \frac{4\sqrt{3}}{2}$$

$$x - 10 \leq 4$$

$$x \leq 14$$

$$x - 10 \leq 2$$

$$x \leq 12$$

$$10 - x + 10 - x$$

$$20 - 2x \leq 4$$

$$2x \geq 16$$

$$x \geq 8$$

$$x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \geq 0$$

$$x - 10 \geq \frac{y}{2\sqrt{3}}$$

$$2\sqrt{3}(x-10)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1



2



3



4



5



6



7



СТРАНИЦА

ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновики

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2 & z(z-2) = xy & (x-z) = \frac{yz}{x} \\ yz = -2x + x^2 & yz = x(x-2) \\ zx = -2y + y^2 & zx = y(y-2) \end{cases}$$

$$(x-z)^2 + (y-z)^2 + (z-2)^2 = \frac{y^2 z^2}{x^2} + \frac{z^2 x^2}{y^2} + \frac{x^2 y^2}{z^2}$$

$$\frac{y^4 z^4 + z^4 x^4 + x^4 y^4}{x^2 y^2 z^2} = \frac{x^4 (x-2)^4 + y^4 (y-2)^4 + z^4 (z-2)^4}{x^2 y^2 z^2}$$

$$x^2 - 4x + y^2 - 4y + z^2 - 4z + 12 = 0$$

$$xy - 2y + yz - 2x + zx - 2y + 12 = 0$$

$$xy + yz + zx$$

$$z^2 - 2z - xy = 0$$

$$D = 4 + xy$$

$$xy \geq -4$$

$$yz \geq -4$$

$$zx \geq -4$$

$$(z-1)^2 = xy + 1$$

$$(z-2)^2 =$$

$$x = \frac{z(z-2)}{y}$$

$$\frac{z(z-2)}{y^2} + \frac{2z(z-2)}{y} = zy$$

$$y = z(z-2) = -\frac{1}{z}$$

$$z^2(z-2) = -1$$

$$z^3 - 2z^2 + 1 = 0$$

$$z^3 - 2z^2 + 1 = 0$$

$$(z-1)^2(z+1) = 0$$

$$z = 1 \quad z = -1$$

$$y = -1$$

$$y = 1$$

$$z^2(z-2)^2 - 2yz(z-2) = z^3$$

$$z(z-2)^2 - 2y(z-2) = y^3$$

$$\frac{C_n^2}{C_n^5} = \frac{\frac{n(n-1)}{2}}{\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{5}}$$

$$C_{n-3}^2 = \frac{(n-3)(n-4)}{2}$$

$$C_n^5 = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}$$

$$\frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1}$$

$$\frac{C_{n-3}^4}{C_n^7}$$

$$z^3 - 2z^2 - 9 = 0$$

$$z^3 - 2z^2 - 9 = 0$$

$$z^3 - 2z^2 - 9 = 0$$

$$z^3 - 2z^2 - 9 = 0$$

$$z^3 - 2z^2 - 9 = 0$$

$$z^3 - 2z^2 - 9 = 0$$

$$z^3 - 2z^2 - 9 = 0$$

$$z^3 - 2z^2 - 9 = 0$$

$$z^3 - 2z^2 - 9 = 0$$

$$z^3 - 2z^2 - 9 = 0$$

$$z^3 - 2z^2 - 9 = 0$$

$$z^3 - 2z^2 - 9 = 0$$

$$z^3 - 2z^2 - 9 = 0$$

$$z^3 - 2z^2 - 9 = 0$$

$$z^3 - 2z^2 - 9 = 0$$

$$z^3 - 2z^2 - 9 = 0$$

$$z^3 - 2z^2 - 9 = 0$$

$$z^3 - 2z^2 - 9 = 0$$

$$z^3 - 2z^2 - 9 = 0$$

$$z^3 - 2z^2 - 9 = 0$$

$$z^3 - 2z^2 - 9 = 0$$

$$z^3 - 2z^2 - 9 = 0$$

$$12 \frac{42}{12} = \frac{4}{2} = 2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten mathematical work on grid paper, including:

- Algebraic equations: 30001 , $x^2 - 5 = 0$, $x^2 - 8x + 1 = 0$, $9 - 4 = 5$, $9 - 3 = 7$, $3x^2 - 26 = 0$, $3x^2 - 9x + 13 = 0$, $x^2 - 3x + 81 = 0$, $9 - 4 = 81$, $30001 + 30000 = 60001$.
- Geometric diagrams: Several triangles and circles with points labeled A, B, C, D, E, F. One diagram shows a circle with points A, B, C, D on its circumference and a point E inside. Another shows a triangle with points A, B, C and a point D on side BC.
- Calculus/Algebra: $D = (a^2 - 2a)^2 - 4(a^2 - a - 4) > 0$, $a^2 - 2a = 2a + 11d$, $a^2 - 2a = a^2 + 11ad + 30d^2$, $a^2 + 11ad + 30d^2 = 6d^2$, $a^2 + 11ad + 30d^2 = 6d^2$, $a^2 + 11ad + 30d^2 = 6d^2$.
- Other: 30001 , 30000 , $30001 + 30000 = 60001$, $30001 + 30000 = 60001$, $30001 + 30000 = 60001$.