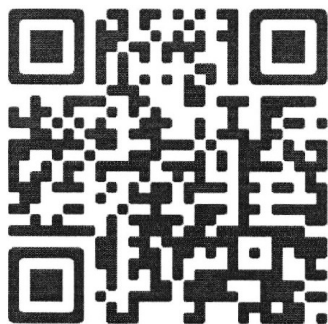




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарiku. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$ являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leq 3$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle DCB = 20^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

$$\begin{cases} xy = 3x + x^2 & (1) \\ y^2 = 3x + x^2 & (2) \end{cases} \text{ т.к. имеем решение в натуральных числах:}$$

$$2x = 3y + y^2 \quad (3) \quad (1):(2): \frac{11}{2} = \frac{2(2+3)}{x(1+x+3)} \Rightarrow x^2/(1+3) = 2^2/(2+3)$$

$$x^2/(1+3) = 2^2/(2+3) = y^2/(y+3)$$

Если бы $x=y=2$: $xy = 3x + x^2$
 $x^2 = 3x + x^2 \Rightarrow x = 0$ не подходит, тогда

мы не можем найти никаких равенств между собой.

~~Поскольку верно, то не имеет смысла из этого делать вывод;~~

~~Если бы верно, то можно было бы вывести из этого, что сумма чисел~~

$x \neq 2, x < 2$

$$x^2/(1+3) = 2^2/(2+3)$$

$$x^2 < 2^2, (1+3) < (2+3) \Rightarrow x^2/(1+3) < 2^2/(2+3)$$

Следует (1) Пусть имеем для суммарного натурального числа, до суммарного числа: $x = 2$. Тогда $y < 0$

$$\begin{cases} xy = 3x + x^2 \\ x^2 = 3y + y^2 \end{cases} \quad y = 3 + x > 0 \text{ неверно, } \phi$$

Значит имеем другое число > 0 (или ни одного)

Следует (2)

Пусть ~~одно натуральное~~ имеем для суммарного числа, до суммарного числа $x = 2 < 0$

$$\begin{cases} xy = 3x + x^2 \\ x^2 = 3y + y^2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} y &= 3 + x \\ y^2 &= 3y + x^2 \\ D &= 9 + 4x^2 > 0 \\ y &= \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 4x^2}}{2} \end{aligned}$$

$$(1) 3 + x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 4x^2}}{2}$$

$$9 + 2x = \pm \sqrt{9 + 4x^2}$$

$9 + 36x + 4x^2 = 9 + 4x^2$
 $x = -2 = 2$ - Единственное решение при
 условии. $y = 1$

$$\begin{aligned} (1) x + y &= \frac{-x \pm \sqrt{9 - 4x^2}}{2} \\ 9 + 2x &= \sqrt{9 - 4x^2} \quad |^2 \\ 81 + 36x + 4x^2 &= 9 - 4x^2 \quad | : 8 \\ x^2 + 4x + 92 &= 0 \\ D &= 16 - 36 < 0 \quad \phi \\ 3 + x &= \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 4x^2}}{2} \\ -3 - 2x &= \sqrt{9 - 4x^2} \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{теперь: } (x+y)^2 + (y+z)^2 + (z+x)^2 = 1^2 + 5^2 + 1^2 = 18$$

~~Другие решения, основанные на том, что все три равенства не могут, потому что, если одно из них является истинным и отрицательным, остальные, тогда, теперь два равенства отрицательными (1 и 2)~~

$$y > \frac{3z+z^2}{x} = \frac{3x+x^2}{2}; \text{ тогда } 3y+y^2 = xz > 0 \Rightarrow y \neq 0; \quad [-3; 0]$$

~~Если 1 и 2 отрицательны, то 3 + 2, тогда 3 + 2~~

$$y > \frac{3z+z^2}{x} = 3 \frac{z}{x} + 2 \frac{z}{x} = (3+2) \frac{z}{x}$$

$$y > \frac{3x+x^2}{2} = (3+x) \cdot \frac{x}{2}$$

$$y^2 = (3+x) \cdot \frac{x}{2} + (3+2) \cdot \frac{z}{x} = (3+x)(3+2)$$

$$y^2 + 3y = 9 + 3x + 3z + \frac{x^2}{2} + 3y = \frac{x^2}{2}$$

$$x+y+z = -3$$

$$y = -3 - x - z \quad \text{Тогда можно было использовать формулу (2)}$$

$$\text{Теперь } (x+y)^2 + (y+z)^2 + (z+x)^2 = (x^2 + 3x) + 3x + 9 + (x-2)^2 + (z^2 + 3z) + 3z + 9 =$$

$$= yz + 3x + 9 + x^2 + 2xz + z^2 + 3z + 9 + yx =$$

$$= -3z - \frac{x^2}{2} - \frac{z^2}{2} + 3x + 9 + \frac{x^2}{2} + 2xz + \frac{z^2}{2} + 3z + 9 - 3x - \frac{x^2}{2} - \frac{z^2}{2} = 18$$

Тогда, как и в случае (2), не зависимо от того какое решение

был этот условие или нет

Ответ: 18



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2

Если мы считаем из 40000 человек "9", то представим
его как $n = 10^{40001} - 1$. Тогда
 $n^3 = (10^{40001} - 1)^3 = 10^{40001 \cdot 3} - 3 \cdot 10^{40001 \cdot 2} + 3 \cdot 10^{40001} - 1$.

Длина этого числа: $40001 \cdot 3 - 1 = 120002$ цифр.

Рассчитаем длину цифр от $(40001 \cdot 2 + 1)$ до 120002 включительно:
 $120002 - (40001 \cdot 2 + 1) + 1 = 40000$

Тогда рассчитаем длину цифр от $(40001 \cdot 2 - 1)$ до $40001 + 1$
включительно: $(40001 \cdot 2 - 1) - (40001 + 1) + 1 = 40000$

И еще рассчитаем длину цифр от $(40001 - 1)$ до самой ^{последней} цифры
включительно: $(40001 - 1) = 40000$

Итого $40000 \cdot 3 = 120000$ цифр

Ответ: 120000

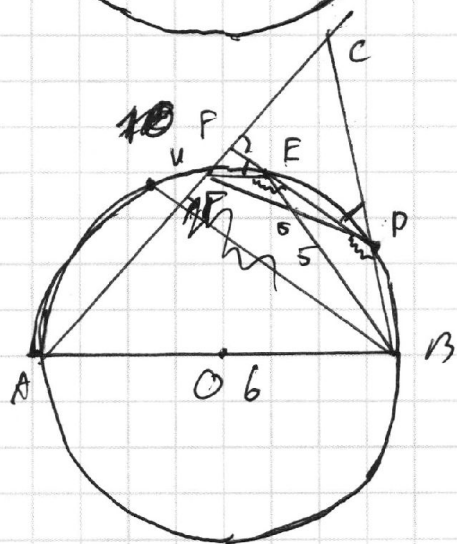
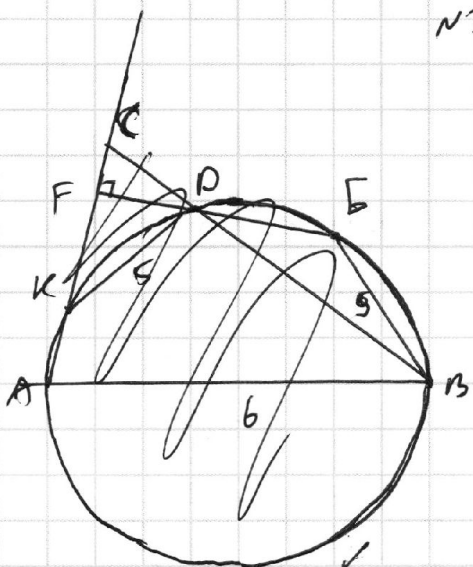


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть $AC \cap \omega = K$:

$$\angle PFE = \frac{\angle ADB + \angle KFE}{2} = 90^\circ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle ADB + \angle KFE = 180^\circ$$

$$\angle ADB = \angle AKB, \angle BDE = 180^\circ - \angle BDE \Rightarrow \angle BDE = \angle KFE$$

$$\angle BDE = \angle KFE \Rightarrow \angle EDK = \angle KDF = \angle BDE$$

$$KE = KD = 5$$

Радиус окружности $R = \frac{AB}{2} = 3$, C — центр ω

$$D \in \omega \text{ диаметр } \omega, \cos \angle KCD = \frac{3^2 + 3^2 - 5^2}{2 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{7}{18} = \cos \angle EAB$$

$$\angle KAD - \text{внешний} \Rightarrow \angle KAD = \frac{\angle KCD}{2}; \text{аналогично } \angle EAB = \frac{\angle KCD}{2}$$

$$\cos \angle KAD = \cos \frac{\angle KCD}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos \angle KCD}{2}} = \frac{\sqrt{19}}{6} = \cos \angle EAB$$

$$\angle EAB = \angle CDF, \text{ так } \angle EAB + \angle EDB = 180^\circ$$

$$\angle EAB + \angle CDF = 180^\circ \Rightarrow \angle EAB = \angle CDF$$

$$\angle FEK = \angle FDC \quad \sin \angle FEK = \sqrt{1 - \frac{19}{36}} = \frac{5}{6}$$

$$\text{Пусть } KE = x, \text{ тогда } KE = x, KF = \frac{5}{6}x, FE = \frac{\sqrt{11}}{6}x.$$

$$D \in \text{пересечение окружностей } \omega \text{ и } \omega' \text{ в } KED; x^2 + DE^2 - 2 \cdot x \cdot DE \cdot \frac{\sqrt{11}}{6} = 25$$

$$DE^2 + DE \cdot \frac{x\sqrt{11}}{3} + x^2 - x^2 = 0$$

$$D = \frac{11}{9}x^2 - 7x^2 + 100 = 100 - \frac{25}{9}x^2$$

$$DE = \frac{-\frac{25}{9}x^2 + \sqrt{100 - \frac{25}{9}x^2}}{2}$$

$$9\sqrt{\frac{11}{3}}$$

$$FC = (DE + EF) \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{6} \left(\frac{-\frac{25}{9}x^2 + \sqrt{100 - \frac{25}{9}x^2}}{2} + \frac{\sqrt{11}}{6}x \right)$$

$$\text{Вспомогательная функция } f(x) = \sqrt{100 - \frac{25}{9}x^2} - \frac{25}{9}x^2 + \frac{10}{3}x\sqrt{11} = 10 - \frac{25}{9}x^2 + \frac{10}{3}x\sqrt{11}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4

Сначала рассмотрим случай с открытием пяти каналов:
Всего всего каналов 11. Способы выбрать 5 из них - C_{11}^5 .
 $C_{11}^5 = \frac{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{5!}$. Из этих способов вычитаем - C_{11-3}^2
(т.к. 3 канала и нужно выбрать все каналы). $C_{11-3}^2 = \frac{(11-3) \cdot (11-4)}{2!}$

Тогда вероятность выиграть $\frac{(11-3) \cdot (11-4)}{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7} = \frac{6 \cdot 8}{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}$

Теперь мы открываем шесть каналов. Способы - C_{11}^6 , ~~из которых~~

C_{11-3}^3 , вероятность:
 $\frac{C_{11-3}^3}{C_{11}^6} = \frac{\frac{(11-3) \cdot (11-4) \cdot (11-5)}{3!}}{\frac{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{6!}} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}$

Тогда вероятность выиграть увеличилась в $\frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{\frac{6 \cdot 8}{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}} = 2$ раза

Ответ: в 2 раза



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5

Взять произвольные значения из ряда $b_1; b_2 = b_1 + d; b_3 = b_1 + 2d; \dots; b_4 = b_1 + (4-1)d$
 Средний и третий члены: $b_5 + b_6 = 2b_1 + 9d \Rightarrow b_5 + b_6 = b_3 + b_8$
 Второй и восьмой члены: $b_7 + b_8 = 2b_1 + 9d$
 Найдем корни:

$$x^2 - (a^2 - a)x + 9 - 5 = 0$$

$$D_1 = a^4 - 2a^3 + a^2 - 4a + 2 \geq 0$$

$$x_1 = \frac{a^2 - a + \sqrt{D_1}}{2} \quad \left. \begin{array}{l} x_2 = \frac{a^2 - a - \sqrt{D_1}}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow x_1 + x_2 = a^2 - a \quad (D_1 \geq 0)$$

$$y^2 - (a^3 - a^2)y + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$$

$$D_2 = (a^3 - a^2)^2 - 16(2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4) \geq 0$$

$$y_3 = \frac{a^3 - a^2 + \sqrt{D_2}}{2} \quad \left. \begin{array}{l} y_4 = \frac{a^3 - a^2 - \sqrt{D_2}}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow y_3 + y_4 = \frac{a^3 - a^2}{2} \quad (D_2 \geq 0)$$

$$a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{4}$$

$$4a^2 - 4a = a^3 - a^2$$

$$a(a^2 - 5a + 4) = 0$$

$$a(a - 4)(a - 1) = 0$$

$$\begin{cases} a = 0 \\ a = 4 \\ a = 1 \end{cases}$$

Подставим значения в D_1 и D_2 чтобы проверить
 условия на от:

$$a = 0;$$

$$D_1 = 2 \geq 0$$

$$D_2 = 64 \geq 0 \quad \text{верно}$$

$$a = 1$$

$$D_1 = 16 \geq 0$$

$$D_2 = 16 \geq 0 \quad \text{верно}$$

$$a = 4$$

$$D_1 = 148 \geq 0$$

$$D_2 = 48^2 - 16(512 + 32 - 4096 - 4) \geq 0 \quad \text{верно}$$

$$a = 0: \quad x_1 = \sqrt{5} \quad x_2 = -\sqrt{5}; \quad y_3 = 1 \quad y_4 = -1 \quad \text{или } \sqrt{5} \leq -1 < 1 < \sqrt{5} \quad \text{не подходит}$$

$$a = 1: \quad x_1 = 2 \quad x_2 = -2 \quad x_3 = \frac{1}{4} \quad x_4 = -\frac{1}{4} \quad -2 \leq -\frac{1}{4} \leq \frac{1}{4} \leq 2; \quad \text{не подходит}$$

$$a = 4: \quad x_1 = 6 + \sqrt{35}; \quad x_2 = 6 - \sqrt{35}; \quad y_3 = 6 + \sqrt{3565}; \quad y_4 = 6 - \sqrt{3565}; \quad x_4 < x_2 < x_1 < x_3, \quad \text{подходит}$$

Ответ: $a = 4$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}| + |x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}| \leq 3$$

Вспомогательные $y = 45\sqrt{3} - 6\sqrt{3}x$ и $y = 11 \cdot 6\sqrt{3} - 45\sqrt{3}$. - они пересекутся в точке $(7, 5; 0)$ образуя минимизирующую. Решением будет одна из прямых $y = 45\sqrt{3} - 6\sqrt{3}x$ и $y = 11 \cdot 6\sqrt{3} - 45\sqrt{3}$

$$\underbrace{|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}|}_{\geq 0} + \underbrace{|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}|}_{\leq 0} = x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} + x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} = 2x - 15 \leq 3$$

$$y \leq 9\sqrt{3}$$

Вспомогательные одна из прямых:

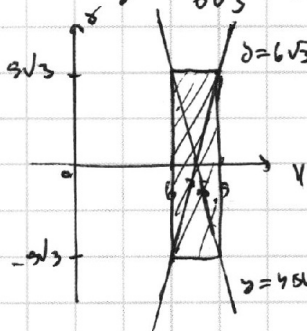
$$-x + \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} + x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} = -\frac{y}{3\sqrt{3}} \leq 3 \quad y \geq -9\sqrt{3}$$

Вспомогательные первая и вторая прямые:

$$x + \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} + x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} = 2x - 15 \leq 3 \quad x \leq 9$$

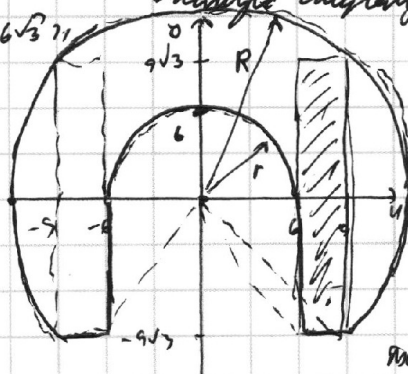
Вспомогательные третья и первая:

$$-x + \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} - x + \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} = -2x + 15 \leq 3 \quad x \geq 6$$



Вспомогательная ГМТ - треугольник

Теперь повернуть его на 180° (и тем самым вынести наружу, но не нарушить условия задачи)



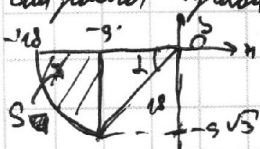
Радиус меньшей окружности - $6\sqrt{3}$
 Диаметр: $R = \sqrt{6^2 + (6\sqrt{3})^2} = 18$

Площадь части круга от O_1 :

$$S_1 = \frac{\pi R^2}{2} - \frac{\pi r^2}{2} = \frac{\pi}{2} (18^2 - (6\sqrt{3})^2) = 144\pi$$

Площадь сегмента круга от O_2 :

От радиуса окружности и сегмента: $S_2 = S_3$, Диаметр треугольника $3 \cdot 5\sqrt{3} = 15\sqrt{3}$,
 $\sin \alpha = \frac{9}{18} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$
 $S_{\text{сегм}} = \pi R^2 \cdot \frac{\alpha}{360} - \frac{1}{2} \cdot 18 \cdot 18 \cdot \frac{1}{2} = \frac{\pi}{2} \cdot 18 \cdot 18 \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot 18 \cdot 18 \cdot \frac{1}{2} = 144\pi - 162$
 $S_2 + S_3 = (S_1 + 2 \cdot S_{\text{сегм}}) \cdot 2 = 54\pi - 11\sqrt{3} + 54\pi = 108\pi - 22\sqrt{3}$



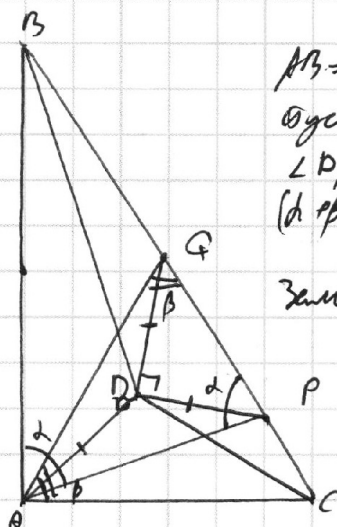


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$AB = BP$ и $AC = CQ \Rightarrow \triangle ABP$ и $\triangle ACQ$ — $\mu \text{ и } \nu$
 Пусть $\angle BAP = \angle BPA = \alpha$; $\angle CAQ = \angle CQA = \beta$
 $\angle PAQ = \alpha + \beta - 90^\circ$. В $\triangle PQR$: $\angle PQR + \angle QRP + \angle RPQ = 180^\circ$
 $(\alpha + \beta - 90^\circ) + 2\alpha + \beta = 180^\circ \Rightarrow \alpha + \beta = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ \Rightarrow \angle PAQ = 45^\circ$

Заменим, т.к. в $\triangle PAQ$: $\angle PAQ = \frac{\angle PQR}{2}$ и $PD = DQ \Rightarrow$
 D — центр опис. окр. $\triangle APQ$, тогда $AD = DP = DQ$

Итак как $\angle PAQ = 45^\circ$ и $DP = DQ$ и условие:
 $\angle PDQ = 45^\circ$ и $\mu \text{ и } \nu \Rightarrow \angle PDQ = \angle DQP = 45^\circ$

$\angle DPA = \angle DAP = \alpha - 45^\circ$; $\angle DQA = \angle DAQ = \beta - 45^\circ$ $\angle CPD = \angle CQD = 135^\circ$

~~В $\triangle ADP$ и $\triangle ADQ$: $\angle DAP = \beta - (135^\circ - 45^\circ) = 45^\circ$
 $\angle ADP = 180^\circ - (\alpha - 45^\circ) - 45^\circ = 180^\circ - \alpha + 45^\circ = 135^\circ$
 $\angle ADQ = 135^\circ$; $\angle C$~~

~~В $\triangle ADP$ и $\triangle ADQ$: $AD = DQ = DP$~~

Итак как $AD = DQ = DP$: D — центр опис. окр. $\triangle APQ$ и $\triangle AQR$.

~~Итак как $\triangle ABP$ и $\triangle ACQ$ — $\mu \text{ и } \nu$, то $AB = BP$ и $AC = CQ$, следовательно, AB и AC — биссектрисы~~

Пусть CM и BN — медианы, биссектрисы и высоты и основания $\mu \text{ и } \nu$ $\triangle ACQ$ и $\triangle ABP$ соответственно, тогда CM и BN — сев. $\perp$ к AQ и $AP \Rightarrow$
 $DECM$ и $DEBN \Rightarrow CD$ и BD — дуг. ув. $\angle C$ и $\angle B$.

$\angle C + \angle B = 90^\circ \Rightarrow \frac{\angle C + \angle B}{2} = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$

$\frac{\angle C}{2} = \angle DCB$; $\frac{\angle B}{2} = \angle DBA$; $\angle DCB + \angle DBA = 45^\circ \Rightarrow \angle DBA = 25^\circ$

Ответ: 25°

$$y \geq 2.6\sqrt{3} - 4.5\sqrt{3}$$

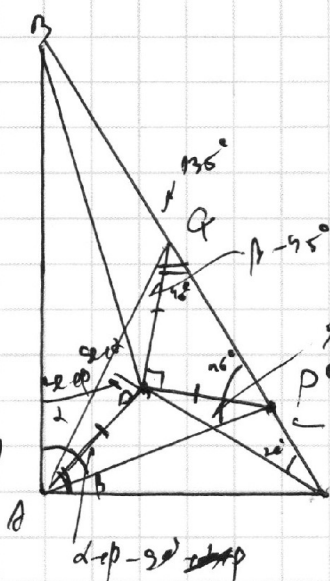
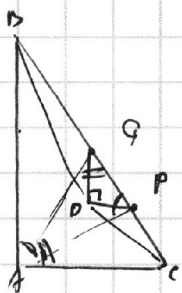


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\alpha + \beta - 90^\circ + \beta = 180^\circ$$

$$\alpha + \beta = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

$$(x^2 + 3x) + (3x + 1) = 4x^2$$

$$x^2 + 3x + 3x + 1 = 4x^2$$

$$2x^2 + 6x + 1 = 4x^2$$

$$x^2(x+3) = (x+1)^2(x+3)$$

$$x^2 + 3x = (x+1)^2 + 3(x+1)$$

$$x^2 + 3x = x^2 + 2x + 1 + 3x + 3$$

$$7x^2 + 3x + 3x^2$$

$$3(x^2 + x + 1) + 3x + 3x^2 + 6x + 9$$

$$90^\circ + \alpha + 135^\circ + \beta = 270^\circ$$

$$135^\circ + \angle C + (\beta - (\beta - 45^\circ)) + 90^\circ = 360^\circ$$

$$2\angle C = 90^\circ$$

$$180^\circ + \angle C + 90^\circ - 2\alpha = 360^\circ$$

$$2\alpha - \angle C = 90^\circ$$

$$2\beta - \angle B = 90^\circ$$

$$2\alpha + 2\beta = 180^\circ$$

$$2\alpha - \angle C - \angle B = 180^\circ$$

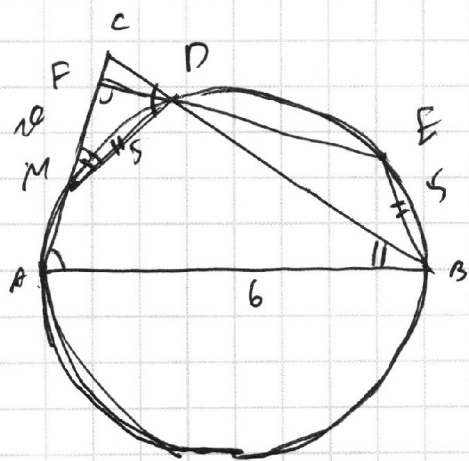
$$x^2 + 3x + 3x + 1 = 4x^2$$

$$\frac{x}{2} = \frac{3x + 2}{x^2 + 1}$$

$$x^2 + 3x^2 = 2^2 + 3x^2$$

$$x^2(x + 3) = 2^2(2 + 3) = 10^2(x + 3)$$

$$x^2 = 10^2$$



$$3 + x < \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 4x^2}}{2} \leq 3 + 2$$

$$x^2 + 3x = -3x - x^2$$

$$\sqrt{x^2 + 3x + 2^2 + 6x + 9} = \sqrt{x^2 + 3x + 2^2}$$