



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 1

- [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
 - A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 2,
 - C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
- [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 1, а y — увеличить на 1. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 3xy$.
- [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$.
б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству
$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}?$$
- [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 2,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
- [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = \frac{15}{2}$, $BP = 5$, $AC = 9$.
- [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств
$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 25. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

- [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади боковой поверхности пирамиды к площади её нижнего основания.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

A состоит из четырех одинаковых цифр \Rightarrow

$$\Rightarrow A = 1111 \cdot a, \text{ где } a \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}.$$

Значит, $A \cdot B \cdot C : 1111$. ~~разложение~~^Р на простые числа 1111 такое: $11 \cdot 101$. Значит,

$$ABC : 11 \Rightarrow ABC : 11^2, ABC : 101 \Rightarrow ABC : 101^2, \text{ т.к.}$$

ABC — полный квадрат. Тогда $ABC : \text{НОК}(101^2; 11^2) =$
 $= (101 \cdot 11)^2$. $A : 101 \cdot 11$, но $\frac{A}{101 \cdot 11} = a$, и a не делится ни на 11, ни на 101 $\Rightarrow BC : (101 \cdot 11)$.

C — двузначное $\Rightarrow C \nmid 101 \Rightarrow C : 101$, т.к. 101 — простое. Тогда $B = 101 \cdot b$, где $b \in \mathbb{N}$,

и B — трехзначное $\Rightarrow b \in \{1, 2, 3, \dots, 9\} \Rightarrow$

$$\Rightarrow B \in \{\cancel{101}, 202, \dots, 909\}. B \text{ содержит цифру } 2 \Rightarrow B = 202. ABC = (a \cdot 11 \cdot 101) \cdot (2 \cdot 101) \cdot C \Rightarrow$$

$\Rightarrow 22 \cdot a \cdot C$ — полный квадрат $\Rightarrow a \cdot C : 11$, но $a \in \{1, 2, \dots, 9\} \Rightarrow C : 11$. $C = 11 \cdot c$, c — двузначное \Rightarrow

$$\Rightarrow C \in \{11, \dots, 99\}, C \text{ содержит цифру } 3 \Rightarrow$$

$\Rightarrow C = 33 \Rightarrow a \cdot 11 \cdot 101 \cdot 2 \cdot 101 \cdot 3 \cdot 11$ — полный квадрат, среди $\{1, \dots, 9\}$ для a подходит только 6 \Rightarrow

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \cancel{\text{Уравнение}} \quad & \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)} \\ \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x-1} \right) + \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{y+1} \right) + 2 \left(\frac{1}{xy} - \frac{1}{(x-1)(y+1)} \right) &= 0 \\ \cancel{\frac{-1}{x(x-1)}} + \frac{1}{y(y+1)} + 2 \frac{x+y-1}{xy(x-1)(y+1)} &= 0 \quad / \cdot xy(x-1)(y+1) \\ \cancel{x+y-1} - y(y+1) + x(x-1) + 2x - 2y - 2 &= 0 \end{aligned}$$

$$x^2 + x - y^2 - 3y - 2 = 0$$

$$(x+0,5)^2 - (y+1,5)^2 = 0$$

$$(x+0,5)^2 = (y+1,5)^2$$

$$|x+0,5| = |y+1,5|$$

$$\cancel{\text{Задача}} \quad x+0,5 > 0, y+1,5 > 0$$

$$x+0,5 = y+1,5$$

$$y = x-1$$

$$\begin{aligned} M &= x^3 - y^3 - 3xy = x^3 - (x-1)^3 - 3x(x-1) = x^3 - x^3 + 3x^2 - \\ &- 3x \cancel{(x-1)} + 1 - 3x^2 + 3x = 7 \end{aligned}$$

Ответ: 1.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a) \cos^2 \pi x + \cos \pi x \cdot \cos \pi y = \sin^2 \pi x + \sin \pi x \cdot \sin \pi y$$

$$(\cos^2 \pi x - \sin^2 \pi x) + (\cos \pi x \cdot \cos \pi y - \sin \pi x \cdot \sin \pi y) = 0$$

$$\cos(2\pi x) + \cos(\pi x + \pi y) = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} 2\pi x + \pi x + \pi y + \pi + 2\pi k = 0, k \in \mathbb{Z} \\ 2\pi x - \pi x - \pi y + \pi + 2\pi k = 0, k \in \mathbb{Z} \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{l} 3x + y + \pi + 2k = 0, k \in \mathbb{Z} \\ x - y + \pi + 2k = 0, k \in \mathbb{Z} \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{l} y = -3x - \pi - 2k, k \in \mathbb{Z} \\ y = x + \pi + 2k, k \in \mathbb{Z} \end{array} \right]$$

у зависит от x, x может быть любым.

Ответ: $(x, -3x - \pi - 2k)$, где $x \in \mathbb{R}$, $k \in \mathbb{Z}$, $(x, x + \pi + 2k)$, где $x \in \mathbb{R}$, $k \in \mathbb{Z}$.

$$\delta) \left\{ \begin{array}{l} 3x + y + \pi + 2k = 0, y = -3x - \pi - 2k, k \in \mathbb{Z} \\ \cancel{y = x + \pi + 2k}, k \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} x, y \in \mathbb{Z} \\ \cancel{y = x + \pi + 2k}, k \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$$

?

$$\left\{ \begin{array}{l} x, y \in \mathbb{Z} \\ y = -3x - \pi - 2k, k \in \mathbb{Z} \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x, y \in \mathbb{Z} \\ x \text{ и } y \text{ разной чётности} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x, y \in \mathbb{Z} \\ y = x + \pi + 2k, k \in \mathbb{Z} \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x, y \in \mathbb{Z} \\ x \text{ и } y \text{ разной чётности} \end{array} \right.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Значит, нужно найти кол-во таких пар (x, y) , что $x, y \in \mathbb{Z}$, $x \neq y$ разной чётности, и $\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}$.
 $\arcsin \frac{x}{5}$ и $\arccos \frac{y}{4}$ определены $\Rightarrow x \in [-5; 5]$, $y \in [-4; 4]$.

* Заметим, что $\arcsin \frac{x}{5} \leq \frac{\pi}{2}$, $\arccos \frac{y}{4} \leq \pi \Rightarrow$
 \Rightarrow если $\frac{x}{5} \neq 1$ или $\frac{y}{4} \neq -1$, то $\begin{cases} \arcsin \frac{x}{5} < \frac{\pi}{2} \\ \arccos \frac{y}{4} < \pi \end{cases} \Rightarrow$
 $\dots \Rightarrow \arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{\pi}{2} + \pi = \frac{3\pi}{2}$
 $\dots \Rightarrow \arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{\pi}{2} + \pi = \frac{3\pi}{2}$, однако если $\frac{x}{5} = 1$ и $\frac{y}{4} = -1$, то $\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} = \frac{\pi}{2} + \pi = \frac{3}{2}\pi$.

$\begin{cases} \frac{x}{5} = 1 \\ \frac{y}{4} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow (x, y) = (5, -4)$, это пара двух

человеческих чисел разной чётности, $x \in [-5; 5]$, $y \in [-4; 4]$.

Таким, подходящие пары — это ^{все} пары (x, y) ,

где $x, y \in \mathbb{Z}$, $x \neq y$ разной ч., и $x \in [-5; 5]$, $y \in [-4; 4]$,

* Крайне пары $(5; -4)$. Есть 5 чётных и 6 не-чётных вариантов x , 5 чётных и 4 нечётных вариантов $y \Rightarrow$ можно составить $5 \cdot 4 + 5 \cdot 6 = 50$ пар,

исключаем пару $(5; -4)$, в итоге 49 пар. Ответ: 49.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть есть x билетов и y учеников, среди них Петя и Вова, тогда вероятность того, что они вместе ~~пойти~~ ^{отношению} на концерт ~~равна~~ ^{как в} $\binom{x}{y}$ способов раздать билеты так, чтобы П. и В. их получили, к количеству способов просто раздать билеты. Значит ~~几率~~ $\binom{x}{y}$, т.к. нужно из y учеников выбрать x и дать ~~им~~ им билеты. Чтобы раздать билеты так, чтобы П. и В. их получили, отдали ~~всех~~ им по билету сразу, а остальные $x-2$ билета раздадут оставшимся $y-2$ ученикам, получаемся $\binom{x-2}{y-2}$ способов. Таким образом, вероятность успеха П. и В. равна $\frac{\binom{x-2}{y-2}}{\binom{x}{y}} =$

$$= \frac{\frac{(y-2)!}{((x-2)!(y-x)!}}}{\frac{y!}{(x!(y-x)!}}} = \frac{x(x-1)}{y(y-1)}.$$

Пусть в конце месяца раздадем a билетов, а одноклассников классиков всего b . Тогда $\frac{a(a-1)}{b(b-1)} = 2,5 \cdot \frac{3^4}{b(b-1)} \Rightarrow a(a-1) = 30, a \in \mathbb{N} \Rightarrow a = 6$

Ответ: 6.



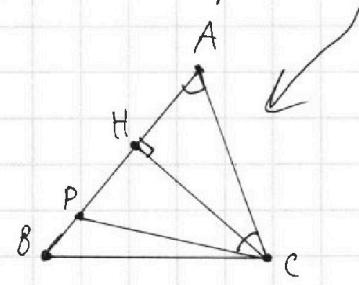
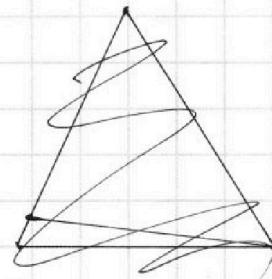
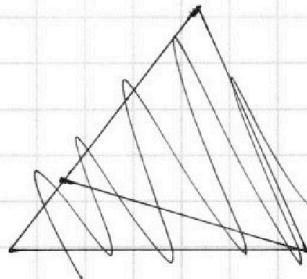
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Во-первых, $\angle BPC = \angle BOC = 2\angle BAC$. $\angle BPC$ – внешний для $\triangle APC$ $\Rightarrow \angle ACP + \angle CAP = \angle BPC = 2\angle CAP \Rightarrow \angle ACP = \angle CAP \Rightarrow P$ – такая точка на AB , что $\angle ACP = \angle BAC$. Теперь сделаем чертёж.



$\angle A = \angle ACP \Rightarrow AP = PC = 7,5$.

Пусть CH – высота в $\triangle APC$ (и в $\triangle ABC$ тоже).

$$\begin{aligned}
 &\text{Пусть } PH = x, HC = y, \text{ тогда } x^2 + y^2 = \\
 &= PH^2 + HC^2 = PC^2 = 7,5^2. \quad (7,5 - x)^2 + y^2 = HA^2 + HC^2 = AC^2 = \\
 &= g^2 \Rightarrow 7,5^2 = x^2 + y^2; \quad 7,5^2 + x^2 + y^2 + 7,5x = g^2 \Rightarrow 2 \cdot 7,5^2 + \\
 &+ 7,5x = g^2 \Rightarrow x = \frac{172,5 - 81}{7,5} = 2,7 \Rightarrow y = \sqrt{7,5^2 - x^2} = \\
 &= \sqrt{56,25 - 4,41} = \sqrt{51,84} = 7,2 \Rightarrow S_{ABC} = HC \cdot AB \cdot \frac{1}{2} = \\
 &= \frac{y \cdot (AP + PB)}{2} = \frac{7,2 \cdot 12,5}{2} = 90
 \end{aligned}$$

Ответ: 90.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

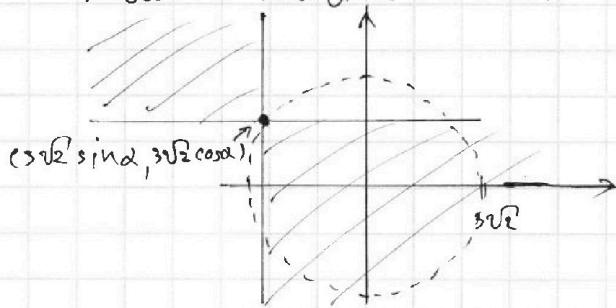
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Замечаем, что $(3\sqrt{2} \sin \alpha; 3\sqrt{2} \cos \alpha)$ — это точка, лежащая на окружности с центром в $(0; 0)$ и радиусом $3\sqrt{2}$. Тогда первое неравенство равносильно

$$\left\{ \begin{array}{l} x - 3\sqrt{2} \sin \alpha \leq 0 \\ y - 3\sqrt{2} \cos \alpha \geq 0 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x \leq 3\sqrt{2} \sin \alpha \\ y \geq 3\sqrt{2} \cos \alpha \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x - 3\sqrt{2} \sin \alpha \geq 0 \\ y - 3\sqrt{2} \cos \alpha \leq 0 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x \geq 3\sqrt{2} \sin \alpha \\ y \leq 3\sqrt{2} \cos \alpha \end{array} \right.$$

Поэтому, если точка $(x; y)$ находится во второй или в четвёртой четверти относительно точки $(3\sqrt{2} \sin \alpha; 3\sqrt{2} \cos \alpha)$:



* При этом направлённый угол между $\overrightarrow{(0,1)}$ и $(3\sqrt{2}\sin \alpha; 3\sqrt{2}\cos \alpha)$ равен $90^\circ - \alpha \Rightarrow$ если мы выберем точку на C , то мы можем выбрать такое α , что координаты этой точки равны $(3\sqrt{2}\sin \alpha; 3\sqrt{2}\cos \alpha)$.



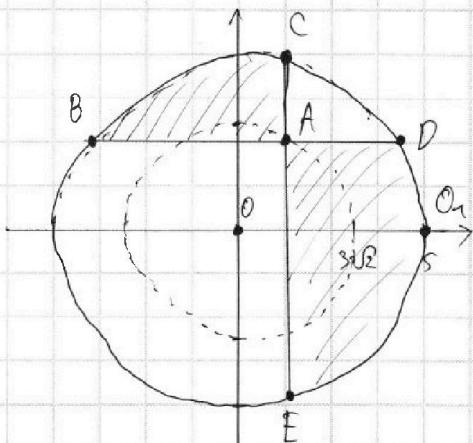
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Второе перво-во ограничиваем эти точки внутренностью кругом Ω с центром в $(0; 0)$ и радиусом 5. Покажем, что в перво-во точек, удовлетворяющих обеим перво-вам, включаят так:



Обозначим точки A, B, C, D, E для удобства. Периметр фигуры равен $BD + CE + \widehat{BC} + \widehat{DE}$. $\angle BAC = 30^\circ \Rightarrow$
 $\Rightarrow \widehat{BC} + \widehat{DE} = \text{половина длины окружности } \Omega$
 $= \pi \cdot 5\sqrt{3}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow A = 6666. \quad \text{Ответ: } (6666; 202; 33).$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = \overline{aaaa} = \frac{a(a-1)}{b(b-1)} \cdot \frac{\binom{a-2}{b-2}}{\binom{a}{b}} = \frac{a(a-1)}{b(b-1)} \cdot \frac{(a-2)!(b-2)!}{(a-2)!(b-2)!} = \frac{a(a-1)}{b(b-1)} \cdot 1 \cdot 1 = 1111$$

$$B = \overline{bcd} = \frac{a(a-1)}{b(b-1)} = \frac{12}{b(b-1)} \cdot 2 = \frac{30}{b(b-1)}$$

$$C = \overline{fg} = \frac{a(a-1)}{b(b-1)} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{b(b-1)}$$

$$d = 11 - 101 = 11 - 101$$

$$\emptyset = 202$$

$$d = 11 - 101 \cdot 101 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} = 11 - 101 \cdot 101 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

Число делим на 11

$$\sin^2 \pi x + \sin \pi x \sin \pi y = \cos^2 \pi x + \cos \pi x \cos \pi y$$

$$\sin^2 \pi x - \cos^2 \pi x - \sin \pi x \cos \pi y + \cos \pi x \sin \pi y = 0$$

$$\cos(2\pi x) + \cos(\pi(x+y)) = 0$$

$$2a \cdot C : 11$$

$$C : 11 \Rightarrow C = 33$$

$$a \cdot 11 \cdot 101 \cdot 101 \cdot 2 \cdot 11 \cdot 3$$

$$a = 6$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)}$$

$$x^3 - y^3 = (x-y)(x^2 + xy + y^2)$$

$$\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x} = \frac{x-(x-1)}{(x-1)x} = \frac{1}{(x-1)x}$$

$$\frac{1}{(x-1)x} - \frac{1}{(y+1)y} = \frac{2}{xy} - \frac{2}{xy+x-y-1} = 2 \frac{xy+x-y-1-xy}{(x-1)x(y+1)y} = 2 \frac{x-y-2}{(x-1)x(y+1)y}$$

$$(y+1)y - (x-1)x = 2x - 2y - 2$$

$$y^2 + 3y - x^2 - x + 2 = 0$$

$$(y+2,5)^2 - (x+0,5)^2 = 0$$

$$y + 2,5 = x + 0,5$$

$$y = x - 2$$

$$\left(\frac{\binom{20}{b-2}}{\binom{4}{b}} \right) = \frac{\binom{12}{b-2}!}{\binom{2 \cdot (b-4)!}{4! \cdot (b-4)!}} = \frac{12}{b(b-1)}$$

$$x \in \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$y \in \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$$

$$\frac{\binom{2}{b}}{\binom{4}{b}} = \frac{\binom{b}{2}!}{\binom{b}{4}!} = \frac{3 \cdot 4}{(b-3)(b-2)}$$

$$\frac{\binom{4}{b}}{\binom{2}{b}} = \frac{\binom{b}{4}!}{\binom{b}{2}!} = \frac{3 \cdot 4}{(b-3)(b-2)}$$

$$\frac{\binom{2}{b}}{\binom{4}{b}} = \frac{\binom{b}{2}!}{\binom{b}{4}!} = \frac{3 \cdot 4}{(b-3)(b-2)}$$

$$\frac{\binom{4}{b}}{\binom{2}{b}} = \frac{\binom{b}{4}!}{\binom{b}{2}!} = \frac{3 \cdot 4}{(b-3)(b-2)}$$

$$\frac{\binom{2}{b}}{\binom{4}{b}} = \frac{\binom{b}{2}!}{\binom{b}{4}!} = \frac{3 \cdot 4}{(b-3)(b-2)}$$

$$\frac{\binom{4}{b}}{\binom{2}{b}} = \frac{\binom{b}{4}!}{\binom{b}{2}!} = \frac{3 \cdot 4}{(b-3)(b-2)}$$

$$\frac{\binom{2}{b}}{\binom{4}{b}} = \frac{\binom{b}{2}!}{\binom{b}{4}!} = \frac{3 \cdot 4}{(b-3)(b-2)}$$

$$\frac{\binom{4}{b}}{\binom{2}{b}} = \frac{\binom{b}{4}!}{\binom{b}{2}!} = \frac{3 \cdot 4}{(b-3)(b-2)}$$

$$\frac{\binom{2}{b}}{\binom{4}{b}} = \frac{\binom{b}{2}!}{\binom{b}{4}!} = \frac{3 \cdot 4}{(b-3)(b-2)}$$

$$\frac{\binom{4}{b}}{\binom{2}{b}} = \frac{\binom{b}{4}!}{\binom{b}{2}!} = \frac{3 \cdot 4}{(b-3)(b-2)}$$

$$\frac{\binom{2}{b}}{\binom{4}{b}} = \frac{\binom{b}{2}!}{\binom{b}{4}!} = \frac{3 \cdot 4}{(b-3)(b-2)}$$

$$\frac{\binom{4}{b}}{\binom{2}{b}} = \frac{\binom{b}{4}!}{\binom{b}{2}!} = \frac{3 \cdot 4}{(b-3)(b-2)}$$

$$y = -3x - 1 + 2k$$

$$y = x + 1 + 2k$$

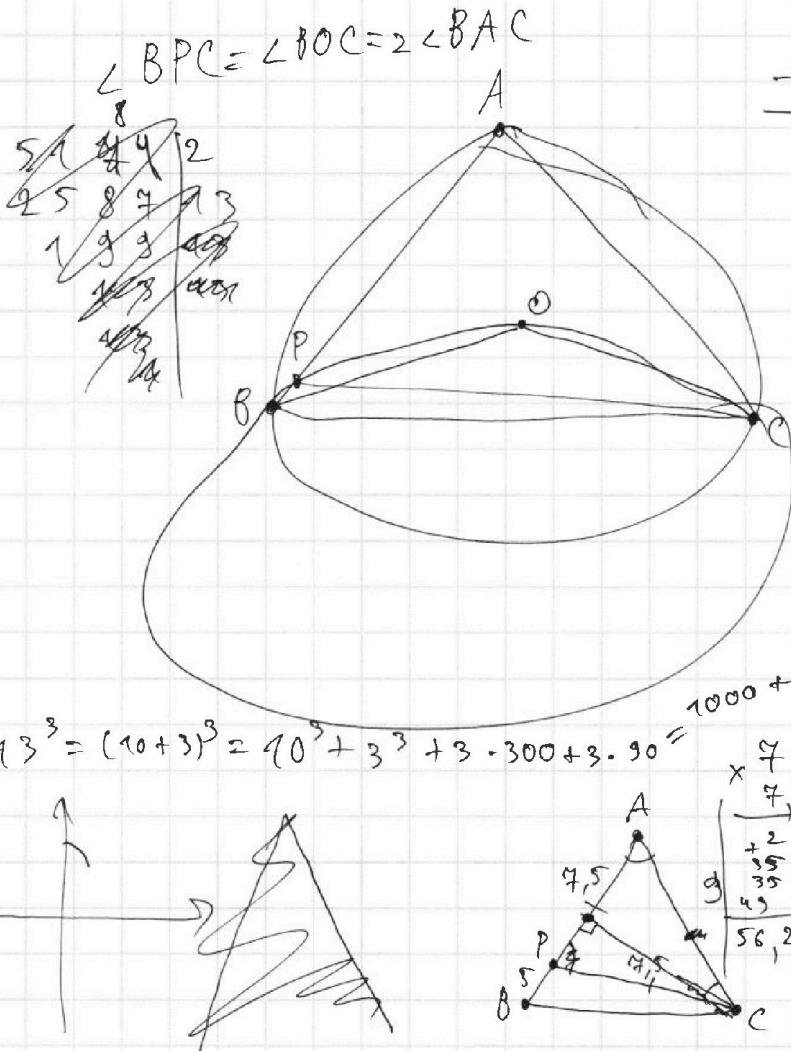
$$(x, -3x - 1 + 2k), (x, x + 1 + 2k)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



The diagram shows a triangular prism with vertices labeled A, B, and C. The front face is a right-angled triangle with legs of 7,5 and 4,1. The hypotenuse BC is labeled 9. The top face is also a right-angled triangle with legs of 7,5 and 4,1. The back face is a parallelogram with sides of 7,5 and 4,1. The height of the prism is 3,00. The total surface area is calculated as follows:

$$93^3 = (90+3)^3 = 90^3 + 3^3 + 3 \cdot 300 + 3 \cdot 90 = 1000 + 27 + 900 + 270 = 2197$$

Calculation of the area of the front face:

$$2 \cdot 7,5^2 = 112,85$$

Calculation of the area of the top face:

$$x^2 + y^2 = 7,5^2$$

$$(7,5 - x)^2 + y^2 = 8,8^2$$

$$7,5^2 - x^2 - y^2 = 0$$

$$\begin{array}{r}
 \cancel{1}^7 \cancel{2} \\
 \cancel{1} \cancel{2} \cancel{3} \cancel{4} \\
 + 725 \\
 \hline
 + 250 \\
 \hline
 900
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 &+ 7,5^2 - x^2 - y^2 = 0 \\
 &= 7,5^2 + x^2 + y^2 - 15x = 9^2 \\
 &= \underline{2 \cdot 7,5^2 - 9^2 = 15x} \\
 &\quad 97,5 - 81 = 75x \\
 &\quad 39,5 = 75x \\
 &\quad x = 2,1
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} \times 2,1 \\ 2,1 \\ \hline 1 \\ 2 \\ 2 \\ \hline 4 \\ \hline 4,41 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!