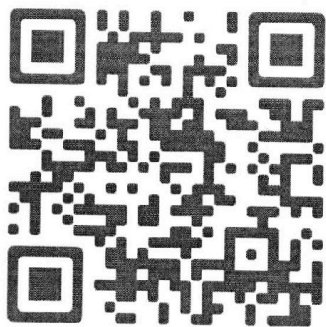




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



№ [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:

- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
- B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 6,
- C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
- произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.

№ [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 2, а y — увеличить на 2. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 6xy$.

№ [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$.

б) Сколько пар целых чисел $(x; y)$ удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi?$$

№ [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 6 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = 25$, $BP = 5$, $AC = 35$.

№ [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 5\sqrt{2} \cos \alpha)(y + 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 169. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади верхнего основания пирамиды к площади её боковой поверхности.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = 1111 \cdot a, a \in [1; 9] \cap \mathbb{Z}$$

$$1111 = 101 \cdot 11, 101 - \text{простое}, 11 - \text{простое} \Rightarrow A \cdot B \cdot C : 101^2 \text{ и } A \cdot B \cdot C : 11^2$$

т.к. 101 простое:

т.к. $C < 100$, $B : 101$, в B будет присутствовать 6
нольков если $B = 606$.

т.к. $606 / 11$, $C : 11$, в C будет присутствовать 3
нолька если $C = 33$.

$$\text{тогда } A \cdot B \cdot C = 33 \cdot 606 \cdot 1111 \cdot a = (101 \cdot 3 \cdot 11)^2 \cdot 2a$$

$$(101 \cdot 3 \cdot 11)^2 \cdot 2a \text{ квадрат} \Leftrightarrow 2a \text{ квадрат} \quad 2a = 4^{\frac{2}{2}} \Rightarrow a = 2$$

$$2a = 9^{\frac{2}{2}} \Rightarrow a \notin \mathbb{Z}$$

$$2a = 16^{\frac{2}{2}} \Rightarrow a = 8$$

$$\text{при } 2a \geq 25, a \notin [1; 9]$$

ответ: $(2222, 606, 33), (8888, 606, 33)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$k = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{2y}$$

$$k = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y+2} + \frac{5}{(x-2)(y+2)}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{2y} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y+2} + \frac{5}{(x-2)(y+2)}$$

$$\frac{x+y+5}{xy} = \frac{x+y+5}{(x-2)(y+2)}$$

~~так~~ $x > 0, y > 0 \Rightarrow x+y+5 > 0$
~~xy~~

$$xy = (x-2)(y+2), x \neq 2$$

$$xy = xy - 2y + 2x - 4$$

$$x - y = 2, x \neq 2 \Leftrightarrow y \neq 0 \text{ (уже выкалывали)}$$

$$M = x^3 - y^3 - 6xy = \underset{\text{K}}{(x-y)(x^2 + xy + y^2)} - 6xy = 2x^2 - 4xy + y^2 =$$

$$= 2(x-y)^2 = 2 \cdot 4 = 8$$

пример: $x = 5, y = 3$.

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{3} = \frac{1}{5} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$$

$$M = 125 - 27 - 90 = 8$$

Ответ: 8



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a) (\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$\sin \pi y \cdot \sin \pi x + \cos \pi y \cdot \cos \pi x = \cos^2 \pi x - \sin^2 \pi x$$

$$\cos(\pi(y-x)) = \cos(2\pi x)$$

$$\begin{cases} \pi(y-x) = 2\pi x + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ \pi(y-x) = -2\pi x + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3x + 2k, k \in \mathbb{Z} \\ y = -x + 2n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\text{d) } \arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} \leq \pi$$

$$\arcsin \varphi \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow \text{если } \arcsin \varphi + \arcsin \psi = \pi, \text{ то } \begin{cases} \arcsin \varphi = \frac{\pi}{2} \\ \arcsin \psi = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$\text{Итого } \arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} \leq \pi$$

$$\text{d) } \arcsin \frac{x}{6} \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow \arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} \leq \pi, \text{ применим}$$

$$\text{равенство достигается, когда } \begin{cases} \arcsin \frac{x}{6} = \frac{\pi}{2} \\ \arcsin \frac{y}{2} = \frac{\pi}{2}, \text{ т.е.} \end{cases}$$

$$\text{при } x = 6, y = 2$$

значит остается только проверить, что $\frac{x}{6} \in [-1; 1]$

и $\frac{y}{2} \in [-1; 1]$ и убедиться $x = 6, y = 2$.

Заметим, что поскольку, $x, y, n, k \in \mathbb{Z}$ ~~узнаем~~

$y = 3x + 2k$ ~~и~~ задаём по все мн-во x, y , что и ~~и~~ $y = -x + 2n$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Вероятность, что Вера и Нелли оба попадут
на концерт, если раздают A билетов N участникам
равна $\frac{C_{N-2}^{A-2}}{C_N^A} = \frac{A(A-1)}{N(N-1)}$

x -билетов в конце месяца

$$\frac{f(N, 4)}{f(N, x)} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{4 \cdot 3}{x(x-1)} = \frac{1}{6}$$

$$72 = x(x-1)$$

ком. Вера и Нелли

$$\begin{cases} x = 9 \\ x = -8 \end{cases}, x \in \mathbb{N}$$

Ответ: 9

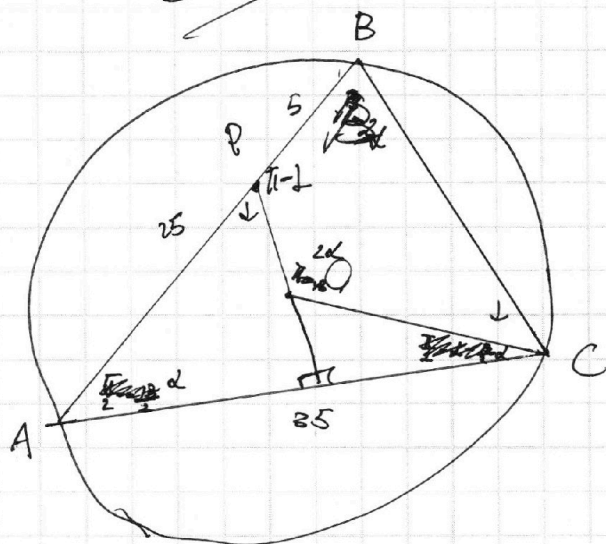
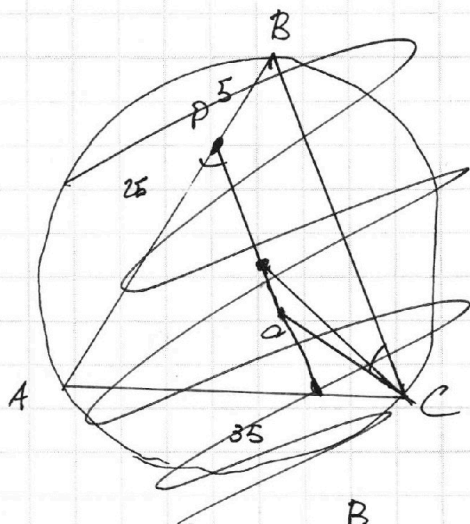


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть $\angle ABC = \beta$

$\angle BCO = \alpha$

тогда $\angle BPO = \pi - \alpha \Rightarrow \angle APO = \alpha$

$\angle COB = \pi - \beta \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle BAC = \frac{\pi - \beta}{2}$

м.к. $BO = OC$, $\angle PBO =$

$= \beta - \alpha$

м.л. $BO = AO$ $\angle PBO =$

$\angle PAO = \beta - \alpha$

2)

тогда $\angle POA = \pi - \beta \Rightarrow$

$\Rightarrow PO \perp AC$ (биссектриса $\angle AOC$)

$\Rightarrow PO \perp AC$ ($AO = OC$)

тогда

тогда $\frac{\pi}{2} - \frac{\beta}{2} = \alpha \Rightarrow \beta = \pi - 2\alpha \Rightarrow \angle DAC = \alpha \Rightarrow$

$\angle ABC = \pi - 2\alpha$

$\Rightarrow \angle BAC = \angle BCA = \alpha = \angle BCO \Rightarrow O$ лежит на $AC \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle ABC = \frac{\pi}{2} \Rightarrow A$

$\angle BAC = \angle BCA \Rightarrow AB = BC = 30 \Rightarrow S_{ABC} = \frac{AB \cdot BC}{2} = 450$

$\angle BAC = \angle BCA \Rightarrow AB = BC = 30 \Rightarrow 30\sqrt{2} = 35 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ а объем равен



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

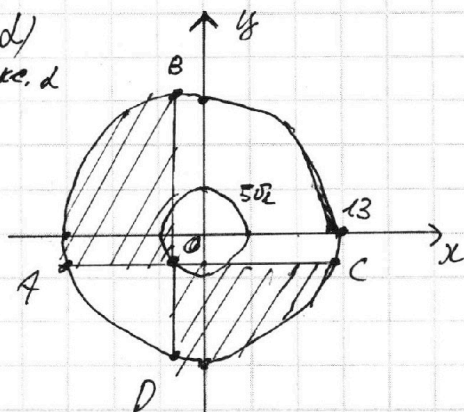
$$\begin{cases} (x+5\sqrt{2}\cos\alpha)(y+5\sqrt{2}\sin\alpha) \leq 0 & (1) \\ x^2+y^2 \leq 169 & (2) \end{cases}$$

(2) задаём ~~много~~ окружность с радиусом 13 с центром в $(0;0)$

(1): ~~при~~ при фиксе α задаём области, ограниченные прямыми $x = -5\sqrt{2}\cos\alpha$
 $y = -5\sqrt{2}\sin\alpha$. При α изменяется

α изменяемая точка, в которой прямые пересекаются, эта точка ^{всегда} лежит на окр-ни $x^2+y^2 = (5\sqrt{2})^2$

$\Phi(\alpha)$
при фиксе α



$O(0,0)$ - начало координат
прямые пересекаются
прямая имеет ~~фикс~~ координаты (x_0, y_0) . Тогда ~~прямая~~
прямые ~~прямые~~ пересекаются
прямых и окр-ни (2)
будут $A(\sqrt{169-y_0^2}; y_0)$
 $B(x_0; \sqrt{169-x_0^2})$
 $C(\sqrt{169-y_0^2}; y_0)$
 $D(x_0; -\sqrt{169-x_0^2})$

~~тогда~~ ~~тогда~~ ~~тогда~~ $CD = \sqrt{169-y_0^2-x_0^2}$

тогда $CD^2 = 169 - y_0^2 + x_0^2 + 2\sqrt{169-y_0^2} \cdot x_0 + y_0^2 + 169 - x_0^2 - 2\sqrt{169-x_0^2} \cdot y_0$
 $CD^2 = 169 + 169 - 2\sqrt{169-x_0^2} \cdot y_0 + \sqrt{169-y_0^2} \cdot 2x_0$

по т. косинусов $OC^2 + OD^2 - CD^2 = 2OC \cdot OD \cos \angle COD$

$\cos \angle COD = \frac{2\sqrt{169-x_0^2} \cdot y_0 - 2\sqrt{169-y_0^2} \cdot x_0}{2 \cdot 169}$

аналогично $\angle AOB = \arccos \frac{\sqrt{169-x_0^2} \cdot y_0 + \sqrt{169-y_0^2} \cdot x_0}{169}$

тогда требуется найти $\arccos(a) + \arccos(-a)$, где



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin d = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}, \text{ т.е. при } d = \pm \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } M_{\max} = 48 + 13\pi; d = \pm \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что $\arccos a = \pi - \arccos(-a)$, т.к. $\cos(\varphi) = \cos(\pi - \varphi)$
и $\arccos a \in [0, \pi]$,
 $\arccos(-a) \in [0, \pi]$

~~поэтому~~ ~~и~~ ~~равна~~ $AC + BD + \pi = 13$

т.е. Значит длина дуг AB и CD постоянна

тогда остаётся максимизировать ~~сумму~~ ~~длину~~ $AC + BD$.

$$|AC| = 2\sqrt{169 - y_0^2}$$

$$|BD| = 2\sqrt{169 - x_0^2}$$

$$x_0^2 + y_0^2 = 25 \Rightarrow 2\sqrt{169 - y_0^2} + 2$$

$$|AC| + |BD| = 2(\sqrt{169 - y_0^2} + \sqrt{169 - x_0^2})$$

$$f(y_0) = 2\sqrt{169 - y_0^2}$$

$$x_0^2 + y_0^2 = (5\sqrt{2})^2 \Rightarrow y_0^2 = 50 - x_0^2$$

$$f(y_0) = 2\sqrt{169 - y_0^2} + \sqrt{113 + y_0^2}$$

$$(f(y_0))^2 = 489 + 2\sqrt{(169 - y_0^2)(113 + y_0^2)}$$

и максимум, когда $f(y_0)$ максимум,
когда $(f(y_0))^2$ максимум, т.е. когда максимум

$$(169 - y_0^2)(113 + y_0^2)$$

$$(169 - y_0^2)(113 + y_0^2) = 169 \cdot 113 + 50y_0^2 - y_0^4$$

это парабола от y_0^2 ветвями вниз $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ максимум при $y_0^2 = \frac{50}{2} = 25$.

$$\text{тогда } M_{\max} = (\sqrt{AB} + \sqrt{CD}) \cdot 13 + 2\sqrt{169 - 25} + 2\sqrt{169 + 25} =$$

$$= 13\pi + 4 \cdot 12 = 52 + 13\pi$$

это достигается при $y_0 = \pm 5$, т.е. при



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$\sin \pi y \cdot \sin \pi x + \cos \pi y \cos \pi x = \cos 2\pi x$$

$$\cos(\pi x - \pi y) = \cos 2\pi x$$

$$\begin{cases} \pi x - \pi y = 2\pi x + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ \pi x - \pi y = -2\pi x + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -y + 2k \\ 3x = \frac{y}{3} + 2k \end{cases}$$

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin(-\frac{x}{2} + k) \leq \pi$$

$$x \in \mathbb{R}$$

$$\arcsin \varphi \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \arcsin \frac{x}{6} + \arcsin(-\frac{x}{2} + k) \leq \pi$$

$$\begin{cases} \arcsin \frac{x}{6} = \frac{\pi}{2} \\ \arcsin(-\frac{x}{2} + k) = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x}{6} = 1 \\ -\frac{x}{2} + k = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ k = 4 \end{cases}$$

$$-1 \leq \frac{x}{6} \leq 1$$

$$-6 \leq x \leq 6$$

$$-1 + \frac{x}{2} \leq k \leq 1 + \frac{x}{2}$$

$$x:2 \Rightarrow \begin{cases} k = -1 + \frac{x}{2} \\ k = \frac{x}{2} \\ k = 1 + \frac{x}{2} \end{cases} \quad x/2 \Rightarrow \begin{cases} k = -1 + \frac{x+1}{2} \\ k = \frac{x+1}{2} \end{cases}$$

$$k=0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

$$2 \cdot 6 + 3 \cdot 6 + 3 = 33$$

$$33 - 1 = 32$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = 1111 \cdot a, a \in [1; 9] \cap \mathbb{Z}$$

$$C = 30 + c \text{ или } C = 10c + 3, c \in [1; 9] \cap \mathbb{Z}$$

$$1111 = 101 \cdot 11$$

$$\begin{array}{r} 101 \overline{) 1111} \\ \underline{70} \\ 31 \\ \underline{28} \\ 3 \end{array}$$

101-кратное

$$A: 101 \Rightarrow A \cdot B \cdot C: 101^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B: 101 \Rightarrow B = 606 \Rightarrow C: 11 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C = 33$$

$$33 \cdot 606 \cdot 1111 \cdot a = p^2$$

$$11^2 \cdot 3^2 \cdot 101^2 \cdot 2a = p^2$$

$$2a - \text{квадрат} \quad \begin{cases} a=2 \\ a=8 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & (2222; 606; 33) \\ & (8888; 606; 33) \end{aligned}$$

12

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{1}{(x-2)} + \frac{1}{(y+2)} + \frac{5}{(x-2)(y+2)}$$

$$\frac{x+y+5}{xy} = \frac{x+y+5}{(x-2)(y+2)}$$

$$(x+y \neq 5, x+y \neq 0, x+y+5 \neq 0) \Rightarrow xy = (x-2)(y+2)$$

$$xy = xy - 2y + 2x - 4$$

$$x - y = 1$$

$$x^3 - y^3 = (x-y)(x^2 + xy + y^2) = x^2 + xy + y^2$$

$$(x^2 + xy + y^2) \cdot (x^2 - 2xy + y^2 - 3xy) = 1 - 3xy = 1 - 3(y+1)y =$$

$$= -3y^2 - 3y + 1 \in (-\infty; 1)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

~~PB = 2R cos B~~
 $PB = 2R \sin(L-B)$

$$BC = 2R_1 \sin 2\alpha$$

$$BC = 2R \cos 2$$

$$AB = 2R \sin B$$

$$AC = 2R \sin(L+B)$$

$$XR \cos 2 = 2R_1 \sin 2\alpha$$

$$R = 2R_1 \sin 2$$

$$PB = R \frac{\sin(L-B)}{\sin 2}$$

~~$\sin(L+B) = \sin L \cos B + \sin B \cos L$~~

$$\frac{PB}{AB} = \frac{\sin L \cos B - \sin B \cos L}{2 \sin L \cos B} = \frac{\sin(L-B)}{\sin(L-B) + \sin(L+B)}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{2} - \frac{\sin B \cos L}{2 \sin L \cos B}$$

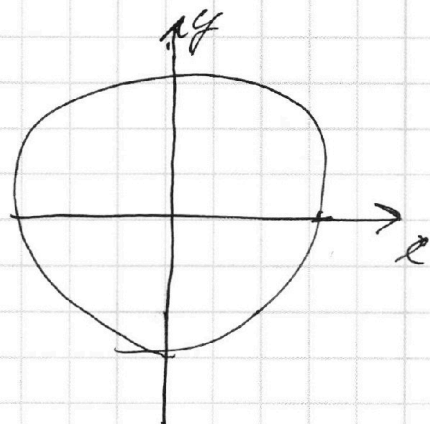
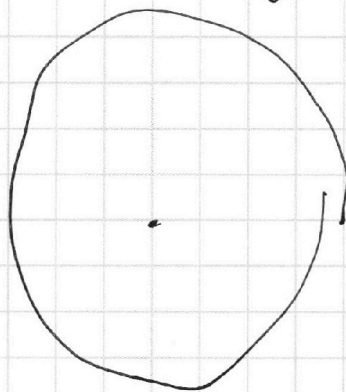
$$\frac{1}{3} = \frac{\sin B \cos L}{2 \sin L \cos B}$$

$$x^2 + 25\sqrt{2} \sin 2 +$$

$$\frac{\cos B}{\sin(L+B)} = \frac{6}{7}$$

~~$x = -5\sqrt{2} \cos 2$~~
 $x = -5\sqrt{2} \cos 2$
 $y = -5\sqrt{2} \sin 2$

точка на
окружности
радиуса $5\sqrt{2}$



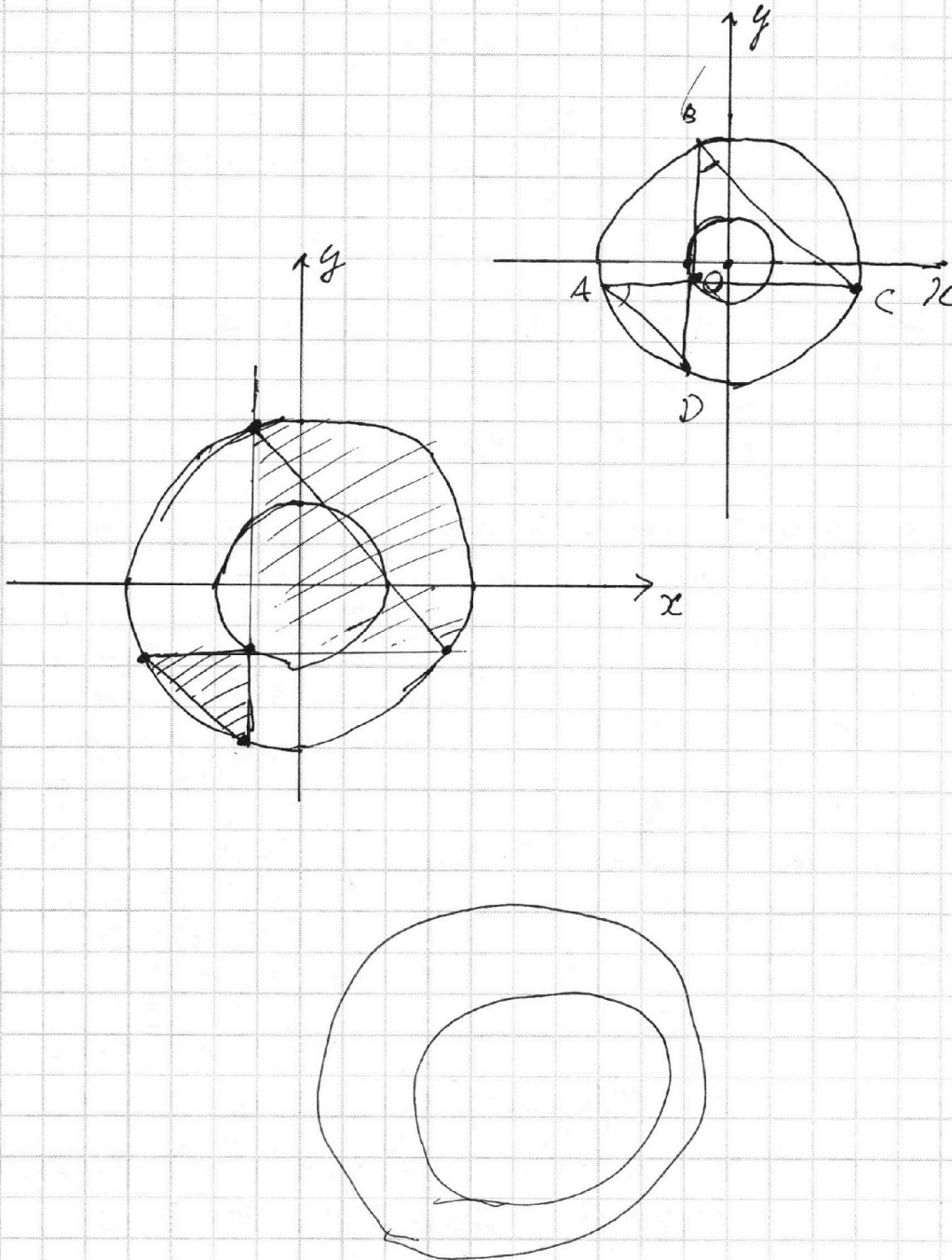


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



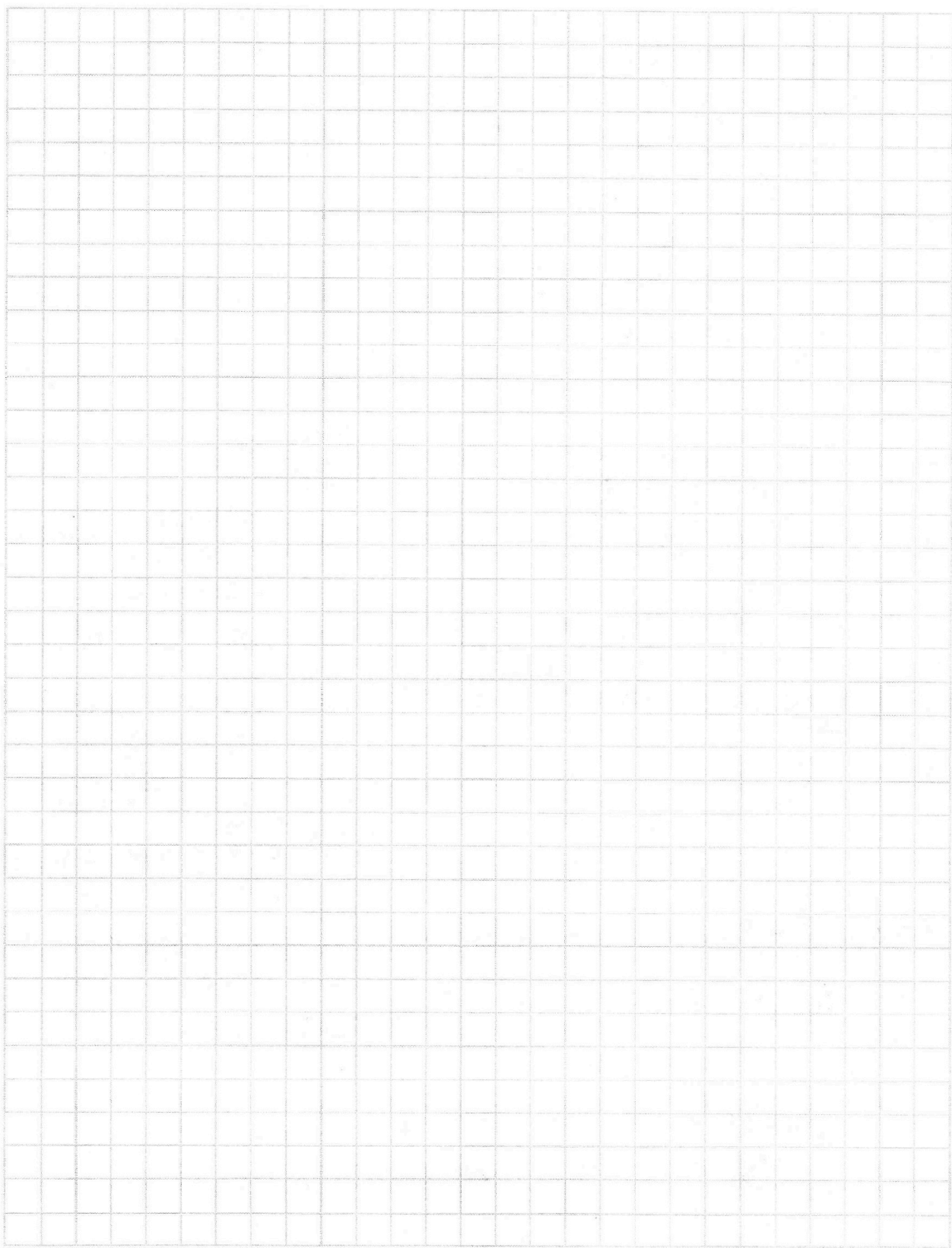


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

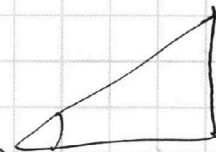
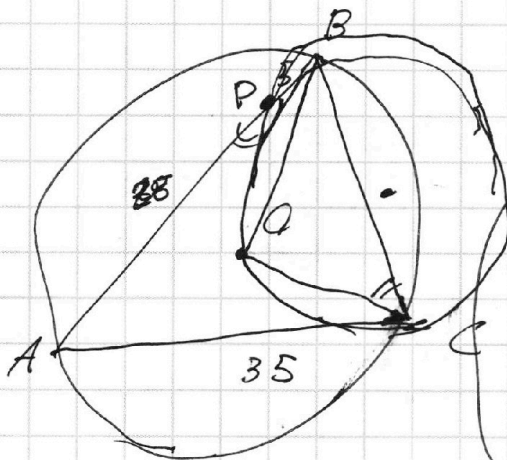
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$4C \cdot AB \cdot \sin \alpha$$

$$\frac{R}{\sin \alpha} = \frac{5}{\sin(\alpha - \beta)}$$

$$\frac{20}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{R}{\sin \alpha}$$

$$4 = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin(\alpha - \beta)}$$

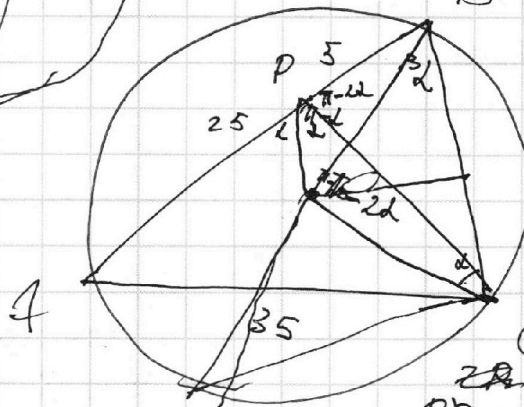
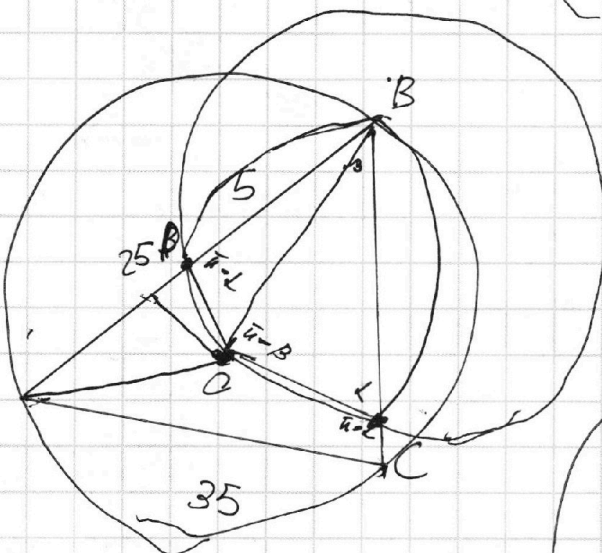
$$\frac{2R}{\sin \beta} = 35$$

$$\frac{2R}{\sin \alpha}$$

$$BC = 2R \cos \alpha$$

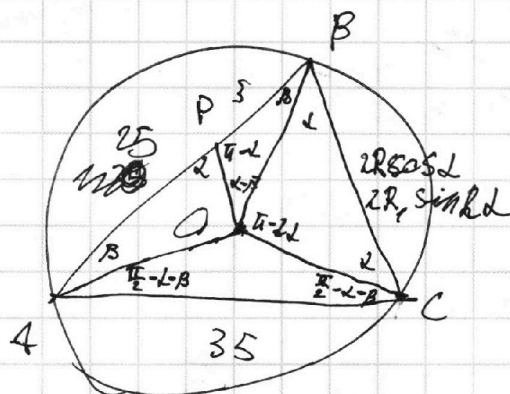
$$\sin \beta = \frac{2R}{35}$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \frac{2R}{35}$$



$$2\alpha + 2\beta + 2\gamma = \pi$$

$$PB = \frac{2R \sin(\alpha - \beta)}{BC}$$



$$\frac{\frac{2R}{35}}{\frac{\sin(\alpha - \beta)}{R}} = 4$$
$$\frac{2R}{35 \sin(\alpha - \beta)} = 4$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи** отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~С. К. 8~~

~~С. К. 8~~

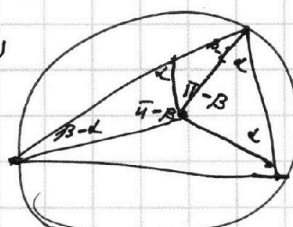
~~С. К. 8~~

~~С. К. 8~~

$$\frac{C_{N-2}^{A-2}}{C_N^A} = \frac{N!}{(A-2)!(N-A+2)!} \cdot \frac{A!}{N!} = \frac{A(A-1)(A-2)}{(N-A+1)(N-A+2)}$$

$$= \frac{(A-1)(A)}{(N-A+1)(N-A+2)} \cdot \frac{(B-1) \cdot B}{(N-B+1)(N-B+2)}$$

$$= \frac{(N-2)!}{(A-2)!(N-A)!} \cdot \frac{A!}{N!} = \frac{(A-1) \cdot A}{(N-1) \cdot N}$$



$$\begin{aligned} B - \alpha + \dots &= \frac{\pi}{2} - \frac{\beta}{2} \\ L + \frac{\pi}{2} - \frac{3\beta}{2} \\ &= \frac{\pi}{2} - \frac{\beta}{2} \\ &= \frac{\pi}{2} - \frac{\beta}{2} \\ &= \frac{\pi}{2} - \frac{\beta}{2} \end{aligned}$$

6. $A \cdot (A-1) = B \cdot (B-1)$

6. $A^2 - B^2$

1 $\rightarrow 0$

2 $\rightarrow 2$

3 $\rightarrow 6$

4 $\rightarrow 12$

5 $\rightarrow 20$

6 $\rightarrow 30$

7 $\rightarrow 42$

8 $\rightarrow 56$

9 $\rightarrow 72$

$B = x$

$A = y$

$x^2 - x - 6y(y-1) = 0$

$D = 1 + 24y(y-1)$

$D = 24y^2 - 24y + 1 = 24y^2 - 24y + 1$

$(2-1)(2+1) = 24y \cdot (y-1) \quad x =$

$2(2-1) = 6y(y-1)$

$6A(A-1) = B \cdot (B-1) = 6 \cdot 2 \cdot (2-1) = 4 \cdot (4-1)$

$6(A(A-1) - 2 \cdot (2-1)) = B(B-1 - 4 \cdot (4-1))$