



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



- † 1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 2,
 - C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
- † 2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 1, а y — увеличить на 1. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 3xy$.
- † 3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$.
- б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}?$$

- † 4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 2,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

- ✓ 5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = \frac{15}{2}$, $BP = 5$, $AC = 9$.

- † 6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 25. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади боковой поверхности пирамиды к площади её нижнего основания.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

51

$$A = 1111 \cdot x, \text{ где } x \in [1; 9], x \in \mathbb{N} (\text{цифра}).$$

$$B = _ _ 2 \text{ или } _ _ \text{ или } 2 _ _$$

$$C = 3 _ \text{ или } _ 3.$$

$$A \cdot B \cdot C = N^2, \text{ где } N - \text{некоторое натур. число.}$$

$$A \cdot B \cdot C = 1111x \cdot B \cdot C$$

Рассмотрим число 1111 и подбьем его делители.

$$1111 = 11 \cdot 101$$

простое простое

3-х 2-х 2-х 2-х

$$\text{Но тогда } N^2 = 11 \cdot 101 \cdot x \cdot \underbrace{B}_{\substack{6 \\ 202}} \cdot \underbrace{C}_{\substack{33}} \cdot \underbrace{C}_{\substack{33}}$$

такими образом у нас должны быть еще 11 и 101, как делители B или C, но тогда

$B: 101 \Rightarrow$ подходит только 202, т.к. 2 входит в B, а $C: 11 \Rightarrow C = 33$, т.к. 3 входит в C.

Такими образом $x = 2 \cdot 3 = 6$ - чтобы дополнить произведение до полного квадрата.

$$\text{Из этого } A = 1111 \cdot 6 = 6666$$

$$B = 202 = 101 \cdot 2$$

$$C = 33 = 11 \cdot 3.$$

$$A \cdot B \cdot C = 1111 \cdot 6 \cdot 101 \cdot 2 \cdot 11 \cdot 3 = 101^2 \cdot 11^2 \cdot 6^2 = (101 \cdot 11 \cdot 6)^2$$

- а это нам и надо было добиться

Из этого: нам ~~надо~~ подходит только $A, B, C: (6666; 202; 33)$.

Ответ: $(6666; 202; 33)$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 2

Запишем полуз. выражение, согласно условию задачи: (x, y - положительные).

$$\begin{cases} K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} \quad | \cdot xy \\ K = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)} \quad | \cdot (x-1)(y+1) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} xyK = x+y+2 \\ (x-1)(y+1)K = y+1+x-1+2 \end{cases} \text{сокр.}$$

получаем: $\begin{cases} xyK = x+y+2 \\ (x-1)(y+1)K = x+y+2 \end{cases}$ - порежим:

$$\frac{xy}{(x-1)(y+1)} = 1 \Rightarrow xy = (x-1)(y+1) \Rightarrow \cancel{xy} = \cancel{xy} + x - y - 1 \Rightarrow \underline{\underline{x = y + 1}}$$

$$M = x^3 - y^3 - 3xy = (y+1)^3 - y^3 - 3(y+1)y = y^3 + 3y^2 + 3y + 1 - y^3 - 3y^2 - 3y = 1$$

Из этого $M = 1$.

Ответ: 1





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

ω3

$$(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x.$$

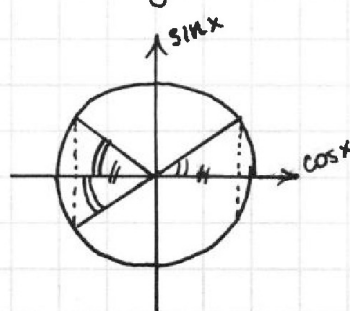
$$\sin^2 \pi x + \sin \pi y \sin \pi x = \cos^2 \pi x + \cos \pi y \cos \pi x.$$

$$\cos^2 \pi x - \sin^2 \pi x = -(\cos \pi x \cos \pi y - \sin \pi x \sin \pi y).$$

$$\cos(2\pi x) = -\cos(\pi x + \pi y).$$

Из картинки можно увидеть
выбор, что:

$$\left[\begin{array}{l} 2\pi x = \pi + \pi x + \pi y + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ 2\pi x = \pi - \pi x - \pi y + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}. \end{array} \right. \begin{array}{l} : \pi \\ : \pi. \end{array}$$



$$\left[\begin{array}{l} 2x = 1 + x + y + 2k, k \in \mathbb{Z}. \\ 2x = 1 - x - y + 2k, k \in \mathbb{Z} \end{array} \right. \left[\begin{array}{l} x = 1 + y + 2k, k \in \mathbb{Z}. \\ 3x = 1 - y + 2k, k \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$$

пусть $y = t$, где t - некоторое действит. число, $t \in \mathbb{R}$

$$\left[\begin{array}{l} x = 1 + t + 2k, k \in \mathbb{Z}. \\ x = \frac{1}{3} - \frac{t}{3} + \frac{2}{3}k, k \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$$

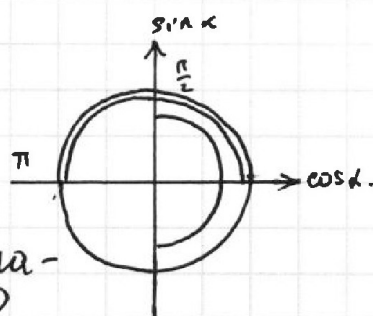
Тогда нам удовлетворяют пары $(x; y)$ такие, что.

$$(1 + t + 2k; t), t \in \mathbb{R}, k \in \mathbb{Z} \text{ и } \left(\frac{1}{3} - \frac{t}{3} + \frac{2}{3}k; t\right), t \in \mathbb{R}; k \in \mathbb{Z}$$

Ответ на пункт а.

$$b) \arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}$$

Заметим, что это выполняется для любых $(x; y)$, кроме $x = 5; y = 4$.
В этом случае между левым и правым частями будет равенство, но такие $(x; y)$ должны удовлетворять ОДЗ для арс-функций, т.е. $(x \in [-5; 5]; y \in [-4; 4])$ $(5; 4)$ уже отбросим $\Rightarrow x \in [-5; 5)$ и $y \in [-4; 4]$ или $x \in [-5; 5]$ и $y \in [-4; 4)$. (Отбрасываем или $x = 5$, или $y = 4$ одновременно - одновременно).





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Но мы знаем (из пункта а), что $y = t$, тогда т.к. по условию y — целое, попробуем перебрать $y = -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4$ в какое из условий попад. ответов из пункта а.

1: $(1+t+2k; t), y=t, k \in \mathbb{Z}$

$t = -4: -3+2k \Rightarrow$ подход. $x = -5; -3; -1; 1; 3; 5$. (6).

$t = -3: -2+2k \Rightarrow$ подход. $x = -4; -2; 0; 2; 4$ (5)

$t = -2: -1+2k \Rightarrow$ подход $x = -5; -3; -1; 1; 3; 5$ (6).

$t = -1: 2k \rightarrow$ подход $\neq$ (5)

$t = 0: 1+2k \rightarrow$ подход $\neq$ (6)

$t = 1: 2+2k \rightarrow$ подход (5)

$t = 2: 3+2k \rightarrow$ подход (6)

$t = 3: 4+2k \rightarrow$ подход (5)

$t = 4: 5+2k \rightarrow$ подход. (6). $-1 = \underline{(5)}$

т.к. (5; 4) не подход.

1: $(\frac{1}{3} - \frac{t}{3} + \frac{2}{3}k; t), t=y, k \in \mathbb{Z}$

$t = -4: \frac{5}{3} + \frac{2}{3}k, \text{ т.к. } k \in \mathbb{Z} \Rightarrow$ подход $x = -5; -3; -1; 1; 3; 5$ (6)

$t = -3: \frac{4}{3} + \frac{2}{3}k, \text{ подход } x = -4; -2; 0; 2; 4$ (5)

$t = -2: x = -5; -3; -1; 1; 3; 5$ (6).

$t = -1: x = -4; -2; 0; 2; 4$ (5)

$t = 0: (6)$

$t = 1: (5)$

$t = 2: (6)$

$t = 3: (5)$

$t = 4: (6) - 1 = \underline{(5)}.$

Но такие варианты уже были $\Rightarrow$ можно рассмотреть верхнюю проверку, так как условие, найд. подход. решение $(x; y)$:

Всего их: $\underline{6+5+6+5+6+5+6+5+5} = 11 \cdot 4 + 5 = 49.$

Ответ: а) см. выше; б) 49.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

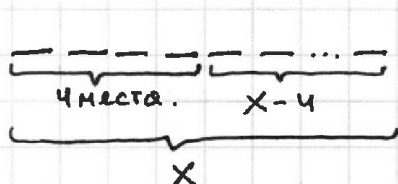
У4

4 билета

x - ординарных билетов.

вероятность $\uparrow 2,5$ раза.

найти y - дополн. билеты



1) В начале:

$$\frac{4}{x} \cdot \frac{3}{x-1}$$

2) В конце:

$$\frac{4+y}{x} \cdot \frac{3+y}{x-1}$$

Из условия следует:

$$\frac{\frac{4+y}{x} \cdot \frac{3+y}{x-1}}{\frac{4}{x} \cdot \frac{3}{x-1}} = 2,5 \Rightarrow \frac{(4+y)(3+y)}{4 \cdot 3} = 2,5.$$

$$12 + 7y + y^2 = 2,5 \cdot 4 \cdot 3.$$

$$12 + 7y + y^2 = 30.$$

$$y^2 + 7y - 18 = 0.$$

по обратной теореме Виетта: $\begin{cases} y_1 = -9 \\ y_2 = 2 \end{cases}$

(но кол-во год. билетов отриц. быть

не может $\Rightarrow y = -9$ или не подходит $\Rightarrow y = 2$

Ответ: $2+4=6$ билетов было выдано к концу месяца.

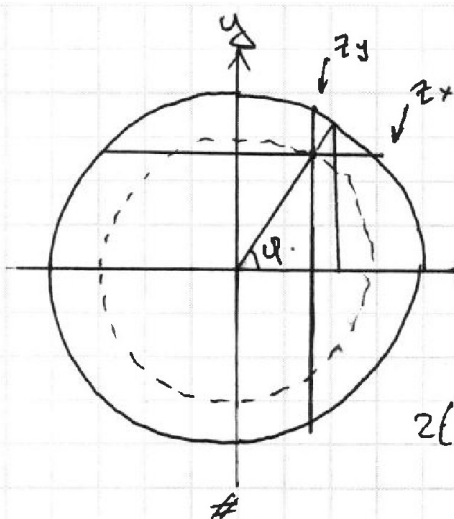


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$z_y = 2 \sqrt{5^2 - (3.52 \cos \varphi)^2}$$

$$z_x = 2 \sqrt{5^2 - (3.52 \sin \varphi)^2}$$

$$z_y + z_x = 2(\sqrt{25 - 18 \cos^2 \varphi} + \sqrt{25 - 18 \sin^2 \varphi})$$

Найдем $\max(z_y + z_x)$:

$$2(\sqrt{25 - 18 \cos^2 \varphi} + \sqrt{25 - 18 \sin^2 \varphi}) =$$

Заметим, что это выражение принимает наибольшее значение при $\varphi = 45^\circ + \frac{\pi}{2}k, k \in \mathbb{Z}$.

$$\max(z_y + z_x) = 2(\sqrt{25 - 18 \cdot \frac{1}{2}} + \sqrt{25 - 18 \cdot \frac{1}{2}}) =$$

$$= 2(4 + 4) = 16$$

$$\text{Сумма } p_{\text{гр}} = \frac{\Omega_{\text{окр}} R}{2} = \frac{2\pi R}{2} = \frac{2\pi \cdot 5}{2} = 5\pi - \text{const}$$

Из этого $p_{\text{max}} = M = 5\pi + 16$. — принимает такое значение при $\varphi = 45^\circ + \frac{\pi}{2}k, k \in \mathbb{Z}$.

$$\text{Но тогда } \lambda = \frac{\pi}{2} - \varphi = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2}k = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}d, \text{ где } d \in \mathbb{Z}.$$

Ответ: $M = 5\pi + 16$, принимает такое значение при $\lambda = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}d, \text{ где } d \in \mathbb{Z}$.

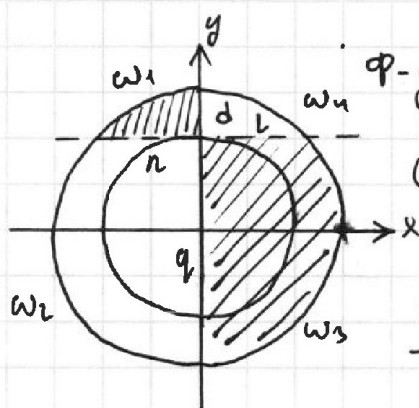


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Φ -защитная ховона.

$$\varphi = 90^\circ$$

$(\varphi = \frac{\pi}{2} k)$, где $k \in \mathbb{Z}$ - будут симметричны.

Отметим отрезки ограничивающих линий, как n, d, L, q - показано на рисунке.

но тогда эти n, d, L, q треугольники имеют катеты опирающиеся на дуги $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$, будем обозначать такие катеты, как $k(\omega_1), k(\omega_2)$ и т.д.

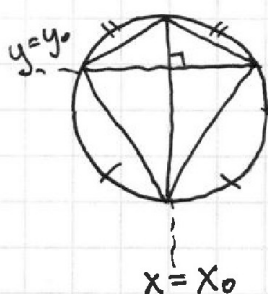
$$k^2(\omega_1) = n^2 + d^2$$

$$k^2(\omega_2) = n^2 + q^2$$

$$k^2(\omega_3) = q^2 + L^2$$

$$k^2(\omega_4) = d^2 + L^2$$

$$\text{но тогда } k(\omega_1)^2 + k(\omega_3)^2 = k(\omega_2)^2 + k(\omega_4)^2$$



$$k(\omega_1) + k(\omega_3) = k(\omega_2) + k(\omega_4),$$

случай, когда $\varphi = 90^\circ$.

Если ~~некоторое~~ сместим x_0 на некоторое Δx , то получим (рис 2), но

$$\text{тогда } k'(\omega_1) = k(\omega_1) - \Delta x$$

$$k'(\omega_2) = k(\omega_2) + \Delta x$$

$$k'(\omega_3) = k(\omega_3) - \Delta x$$

$$k'(\omega_4) = k(\omega_4) + \Delta x$$

$$\Rightarrow \text{снова сохраняется } k'(\omega_1) + k'(\omega_3) = k'(\omega_2) + k'(\omega_4)$$

, но если теперь будем сдвигать y_0 , то такие сдвиги на некоторое Δy , и тогда сохраняется равенство $k(\omega_1) + k(\omega_3) = k(\omega_2) + k(\omega_4)$ $\Rightarrow$ у нашей фигуры $\Phi(L)$ длина дуг всегда равна (сумма длин дуг) $= \frac{1}{2} S_{\text{окр.}}$.

А это означает, что длина периметра.

Нашей фигуры Φ зависит только от суммы длин ограничивающих прямых $y = y_0$ и $x = x_0$, входящих внутрь исходного круга.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

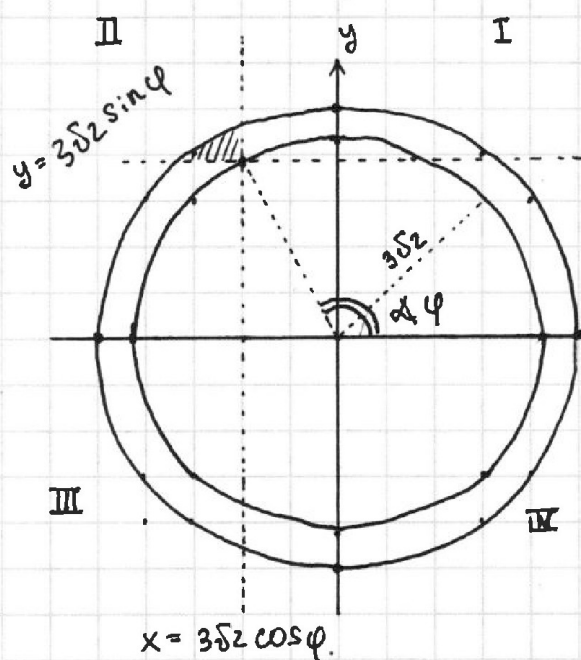
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

56

$\varphi(\lambda): \begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 25 \end{cases}$ - уравнение окружности с центром в точке $(0;0)$ и радиусом 5 (окружность заштрихована внутри т.к. $x^2 + y^2 \leq R^2 \rightarrow$ круг.)



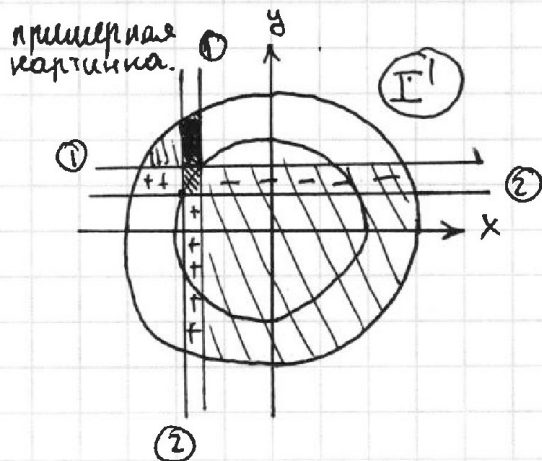
$$\lambda = \frac{\pi}{2} - \varphi.$$

$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin(\frac{\pi}{2} - \varphi))(y - 3\sqrt{2} \cos(\frac{\pi}{2} - \varphi)) \\ (x - 3\sqrt{2} \cos \varphi)(y - 3\sqrt{2} \sin \varphi) \end{cases}$$

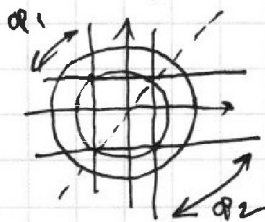
$(x - 3\sqrt{2} \cos \varphi)(y - 3\sqrt{2} \sin \varphi) \leq 0$
 $\Rightarrow x - 3\sqrt{2} \cos \varphi$ и $y - 3\sqrt{2} \sin \varphi$ должны иметь разные знаки или $x = 3\sqrt{2} \cos \varphi$, $y = 3\sqrt{2} \sin \varphi$ (прямые показаны на рисунке).

Обозначим области с I по IV относительно нашего построенного перекрестия прямых $y = 3\sqrt{2} \sin \varphi$ и $y = -x = 3\sqrt{2} \cos \varphi$, как

это показано на рисунке. (нам подходит II и IV четверть).



Заметим, что $\varphi(\lambda)$, будет симметрична, относительно оси биссектрисы I' четверти, т.е. фигуры $\varphi_1(\lambda_1)$ и $\varphi_2(\lambda_2)$ будут иметь ориноковый периметр.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)} \quad | \cdot xy.$$

$$y+x+2 = \frac{xy}{x-1} + \frac{xy}{y+1} + \frac{2xy}{(x-1)(y+1)} \quad | \cdot (x-1)(y+1).$$

$$\begin{array}{r} .81 \\ 324 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 225 \\ +324 \\ \hline 549 \end{array}$$

$$AB \cdot AC$$

$$549 - 2 \cdot 3 \cdot 15 = 549 - 270.$$

$$\cos \varphi = x, \quad \sin \varphi = \sqrt{1-x^2}$$

$$\begin{array}{r} .30 \\ 270 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} .549 \\ -270 \\ \hline 279 \end{array}$$

$$(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x.$$

$$2 \sin \frac{\pi}{2}(x+y) \cos \frac{\pi}{2}(x-y) \sin \pi x = 2 \cos \frac{\pi}{2}(x+y) \cos \frac{\pi}{2}(x-y) \cos \pi x$$

$$\sin \frac{\pi}{2}(x+y) \sin \pi x = \cos \frac{\pi}{2}(x+y) \cos \pi x.$$

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}(x+y)\right) \operatorname{tg} \pi x = 1.$$

$$\sin^2 \pi x + \sin \pi y \sin \pi x = \cos^2 \pi x + \cos \pi x \cos \pi y.$$

$$\cos 2\pi x = -\cos(\pi y + \pi x).$$

$$2\pi x = \pi y + \pi x + \pi k, \text{ где } k = 1 + 2n, n \in \mathbb{Z}$$

$$-3; 1; 3; 5; -3; -5.$$

$$x^2 x^2 x^0 = (x^2 x^2 x^0)(x^0 x).$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = k \cdot xy.$$

$$y+x+2 = kxy.$$

$$x-1+y+1+2 = k(x-1)(y+1).$$

$$A; B; C$$

$$A = 1111 \cdot x, x \in [1; 9], x \in \mathbb{N}$$

$$1111x \cdot BC.$$

$$\frac{(y-15)^2}{\left(2\frac{1}{2}-1\right)^2} = \frac{6^2}{\frac{1}{4}} = 36 \cdot 4 = 144.$$

$$\begin{array}{r} 1111 \\ -93 \\ \hline 181 \end{array} \quad \begin{array}{r} 31 \\ 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 1 \times 1, 1 \\ 2 \times 1, 2 \\ 3 \times 1, 2 : 2 \\ 4 \times 1, 1 \\ 5 \times 2, 1 : 1 \\ 6 \times 1, 2, 3 : 3 \\ 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1111 \\ -7 \\ \hline 41 \\ -35 \\ \hline 61 \\ -61 \\ \hline \dots \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1111 \\ -78 \\ \hline 331 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1111 \\ -67 \\ \hline 241 \\ -241 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ .39 \\ 3 \\ \hline 117 \\ .39 \\ 2 \\ \hline 78 \\ .39 \\ 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1111 \\ -78 \\ \hline 331 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Черновик.

$\varphi(a)$

$$A = \overline{XXXX}$$

$$B = \overline{2yz}, \overline{y2z}, \overline{yz2}$$

$$C = \overline{3n}, \overline{n3}$$

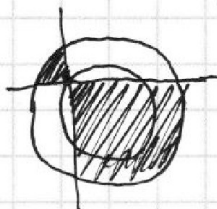
$$A \cdot B \cdot C = N^2, N - \text{натур. число.}$$

$$1111 \cdot 112 \cdot 13 = 1617616.$$

$$x = 3\sqrt{2} \sin \alpha.$$

$$y = 3\sqrt{2} \cos \alpha.$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \cdot 2,5 \\ \hline 10,0 \end{array}$$



X орг-в.

$$S = \frac{abc}{4R}.$$

48 илгов.

$S_{\triangle ABE} = ?$

$$AP = \frac{15}{2}$$

$$BP = 5$$

$$AC = 9.$$

$$\frac{4}{x} \cdot \frac{3}{x-1}.$$

$$\begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array}$$

4 x-4.

$$\frac{4}{x} - \text{в илгов.}$$

$$\frac{4+y}{x} + \frac{4+y-1}{x-1}.$$

$$\frac{4+y}{x}$$

$$5-353$$



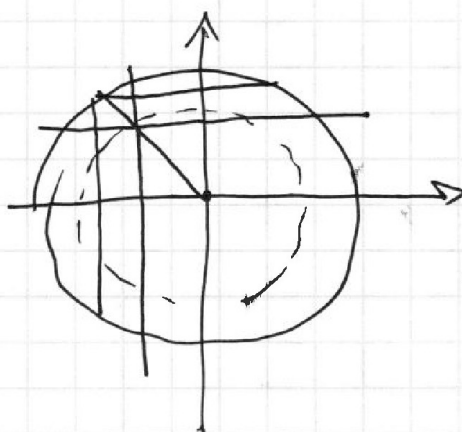
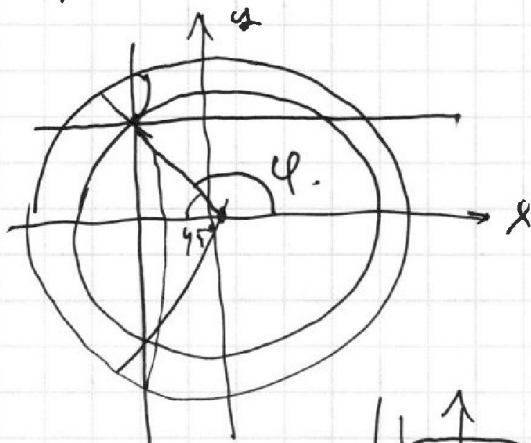
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

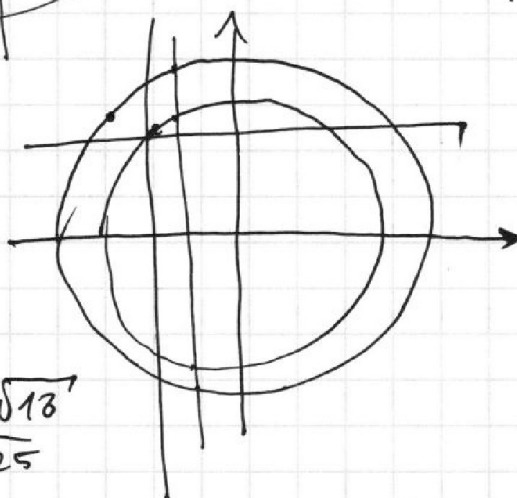
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

черновик.



101



~~cos φ~~
 $5 \cos \varphi$
 $5 \sin \varphi$
 $3\sqrt{2} \sin \varphi$
 $3\sqrt{2} \cos \varphi$

$$3\sqrt{2} = \sqrt{18}$$
$$5 = \sqrt{25}$$

$$18 \cdot \frac{1}{2} = 9$$

$$\left(2\sqrt{25-18\cos^2\varphi} + 2\sqrt{25-18\sin^2\varphi} \right)'$$

=

$$5 + \sqrt{25-18} = 5 + \sqrt{7}$$

$$\sqrt{25-9} + \sqrt{25-9} = 4 + 4 = 5 + 3$$

$$\begin{array}{r} 33 \\ 33 \\ \hline 99 \\ 99 \\ \hline 1089 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1111 \mid 13 \\ -101 \mid 7 \\ \hline 7 \mid 1 \\ -31 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 110 \\ 110 \\ \hline 110 \\ 11 \\ \hline 12100 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 50 \\ 50 \\ \hline 2500 \\ 20 \\ 20 \\ \hline 700 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 30 \\ 30 \\ \hline 300 \\ 35 \\ 35 \\ \hline 175 \\ 105 \\ \hline 1225 \end{array}$$