



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 1,
 - C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 5,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 3, а y — увеличить на 3. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 9xy$.
3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x - \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$.
- б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arccos \frac{x}{4} + \arccos \frac{y}{9} < 2\pi?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 3,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = \frac{16}{5}$, $BP = 2$, $AC = 4$.
6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x - 2 \cos \alpha)(y - 2 \sin \alpha) \geq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 9. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Найдите угол наклона бокового ребра пирамиды к плоскости её основания.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = \overline{aaaa} = 1111 \cdot a = 11 \cdot 101 \cdot a, \text{ где } 11 \text{ и } 101 - \text{простые}$$

$$B = \overline{bcd}, \text{ где } b \text{ или } c \text{ или } d = 1$$

$$C = \overline{xy}, \text{ где } x \text{ или } y = 5, k \in \mathbb{N}$$

$$A \cdot B \cdot C = k^2 = 11 \cdot 101 \cdot a \cdot B \cdot C$$

$k^2 : 11, 101 \Rightarrow k^2 : 11^2, 101^2$, т.к. это простые и если квадрат: p , то и $k : p \Rightarrow k^2 : p^2$

заметьте, что $C \leq 101 \Rightarrow (C, 101) = 1$ так же a -цифра и не равна 0, т.к. $a \in \mathbb{N}$, а если 0, то $A = 0$

$\Rightarrow a = 1 \dots 9$, откуда только $B : 101$, также ..

$B \not\vdots 11$, т.к. иначе $B \geq 11 \cdot 101 = \text{НОК}(11, 101)$, но

$B \leq 111$ т.к. трехзначное. $a \not\vdots 11$, т.к.

$a \leq 10 \Rightarrow C : 11$, откуда $x = y$, и если

из $x \text{ или } y = 5 \Rightarrow C = 55$; $B : 101 \Rightarrow b = d, c = 0$

, но среди $b, c, d = 1 \Rightarrow d = b = 1 \Rightarrow B = 101$.

тогда $k^2 = A \cdot B \cdot C = 101 \cdot 11 \cdot a \cdot 101 \cdot 5 \cdot 11$

5 - простое $\Rightarrow k^2 : 5^2$ по приведенному выше, другие

кроме a , другие множители не могут быть кратными

им 5 т.к. уже известно $\Rightarrow a : 5$, но $a = 1 \dots 9 \Rightarrow a = 5 \Rightarrow$

$A = 5555, B = 101, C = 55$ - тройка Ответ: тройка.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x, y > 0 \quad k = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy} = \frac{1+x+y}{xy}$$

$$k = \frac{1}{x-3} + \frac{1}{y+3} + \frac{1}{(x-3)(y+3)} = \frac{x-3+y+3+1}{(x-3)(y+3)} = \frac{1+x+y}{(x-3)(y+3)}$$

$$k = k = \frac{1+x+y}{xy} = \frac{1+x+y}{(x-3)(y+3)} \Rightarrow \text{либо } 1+x+y=0 \text{ либо}$$

$$xy = (x-3)(y+3), \text{ но } 1+x+y=0 \text{ } \emptyset, \text{ т.к.}$$

$$xy = xy + 3x - 3y - 9$$

$$3x = 3y + 9$$

$$x = y + 3$$

$$x, y > 0 \Rightarrow 1+x+y > 1 \neq 0$$

$$xy = (x-3)(y+3)$$

$$M = x^3 - y^3 - 9xy = (x-y)(x^2 + y^2 + xy) - 9xy$$

$$\text{подставим } x = y + 3, \text{ тогда } (y+3-y)(x^2 + y^2 + xy) - 9xy$$

$$= 3(x^2 + y^2 + xy - 3xy) = 3(x-y)^2 =$$

$$= 3 \cdot 3^2 = 27 \quad \text{Ответ: } M = 27.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$d) \arccos \frac{x}{4} + \arccos \frac{y}{9} \leq 2\pi$$

$\arccos x$ - принимает x от -1 до 1 ; $-1 \leq x \leq 1$
и возвращает от 0 до π

$0 \leq \arccos x \leq \pi$, тогда $\arccos x \geq 0, \leq \pi$

$\Rightarrow \arccos \frac{x}{4} + \arccos \frac{y}{9} \leq 2\pi$ причем

если оба $\arccos \frac{x}{4} = \pi$ и $\arccos \frac{y}{9} = \pi$

иначе не подходят $\frac{x}{4} = \cos(\pi) = -1 = \frac{y}{9} \Rightarrow$

$y = -9$; $x = -4$ - 1 случай иначе если

$-1 \leq \frac{x}{4} \leq 1$ и $-1 \leq \frac{y}{9} \leq 1$ - подходят - посчитаем

общее кол-во $-9 \leq y \leq 9$ $-4 \leq x \leq 4$

19.9 - x не зависит от y . и 1 не подходит.

17.1 $17.1 - 1 = 170$ $2 \arccos \frac{x}{4} = \pi$ $x = 4$, $y = 9$

Ответ: 170 целых пер.

$$a) \sin^2 \pi x = \sin \pi y \cdot \sin \pi x = \cos^2 \pi x + \cos \pi y \cos \pi x$$

$$\sin^2 \pi x - \cos^2 \pi x = \cos \pi x \cdot \cos \pi y + \sin \pi x \cdot \sin \pi y$$

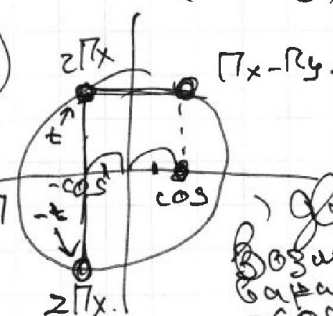
$$-\cos 2\pi x = \cos(\pi x - \pi y)$$

$$-\cos(2\pi x) = \cos(\pi x - \pi y)$$

$$\text{либо } 2\pi x + (\pi x - \pi y) = \pi$$

$$\text{либо } -2\pi x + (\pi x - \pi y) = \pi$$

$$\begin{cases} 3x - y = 1 \\ -\pi x - \pi y = \pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - y = 1 \\ -x - y = 1 \end{cases}$$



оба
возможных
варианта
-cos





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos(\pi x - \pi y) = -\cos(\pi - \pi x + \pi y)$$

$$\Rightarrow \cos(\pi - \pi x + \pi y) = \cos(2\pi x)$$

$$\left[\begin{array}{l} \pi - \pi x + \pi y - 2\pi x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ \pi - \pi x + \pi y + 2\pi x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} -3x + y = 2k - 1 \\ x + y = 2k - 1 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y = 3x + 2k - 1 \\ y = -x - 1 + 2k \end{array} \right. \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\left[\begin{array}{l} -3x + y = 2k - 1 \\ x + y = 2k - 1 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y = 3x + 2k - 1 \\ y = -x - 1 + 2k \end{array} \right. \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{aligned} x + y &= 2k - 1 \\ x + y &= 1 \end{aligned}$$

при добавлении $\pm 2k$

у или x , то ~~sin~~

$$\begin{aligned} \sin \pi x \pm 2\pi &= \sin \pi x \\ \cos \pi x \pm 2\pi &= \cos \pi x \end{aligned}$$

Ответ: есть решения для любого x и y

$$\left[\begin{array}{l} y = 3x - 1 + 2k \\ y = -x - 1 + 2k \end{array} \right. \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\left[\begin{array}{l} x = \frac{y - 2k + 1}{3} \\ x = -y - 1 + 2k \end{array} \right. \quad k \in \mathbb{Z}$$

обязательна

$$\left[\begin{array}{l} 3x + y = 2k - 1 \\ x + y = 2k - 1 \end{array} \right. \quad k \in \mathbb{Z}$$

не избыточна.

$\Rightarrow$ для любого x

~~x~~ решения

будут

$$\left[\begin{array}{l} y = 3x + 2k - 1 \\ y = -x - 1 + 2k \end{array} \right. \quad k \in \mathbb{Z}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Из вопросов кол-во билетов $\leq$ кол-во одиннадцатиклассников

x - кол-во одиннадцатиклассников

тогда вероятность выиграть что будут выбраны оба это кол-во случаев, где они выбраны, делить на общее число случаев.

$$\frac{C_{x-2}^2}{C_x^4} = \frac{(x-2)!}{(2!)(x-4)!} \cdot \frac{x!}{4!(x-4)!} = \frac{4!}{2!(x)(x-1)} = \frac{12}{x(x-1)} = a_1$$

2 билета и $x-2$ остальных

а в конце тоже, но не для 4 билетов, а для $4+k$, где $k \in \mathbb{N}$

$$\frac{C_{x-2}^{2+k}}{C_x^{4+k}} = \frac{(x-2)!}{(2+k)!(x-4-k)!} \cdot \frac{x!}{(4+k)!(x-4-k)!} = \frac{(4+k)!}{(2+k)! \cdot x(x-1)} = \frac{(k+3)(k+4)}{x(x-1)} = a_2$$

$$a_1 \cdot 3,5 = a_2 \quad (\text{усл})$$

$$\frac{(k+3)(k+4)}{x(x-1)} = \frac{12}{x(x-1)} \cdot \frac{7}{2} = \frac{42}{x(x-1)} \Rightarrow (k+3)(k+4) = 42$$

$$k^2 + 7k + 12 - 42 = 0$$

$$k^2 + 7k - 30 = 0$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -7 \\ x_1 x_2 = -30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -10 \\ x_2 = 3 \end{cases} \text{ - не подходит, т.к. } k \in \mathbb{N} \Rightarrow k = 3$$

Ответ: 7 билетов.

$$\text{билетов в конце} = 4 + 3 = 7$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

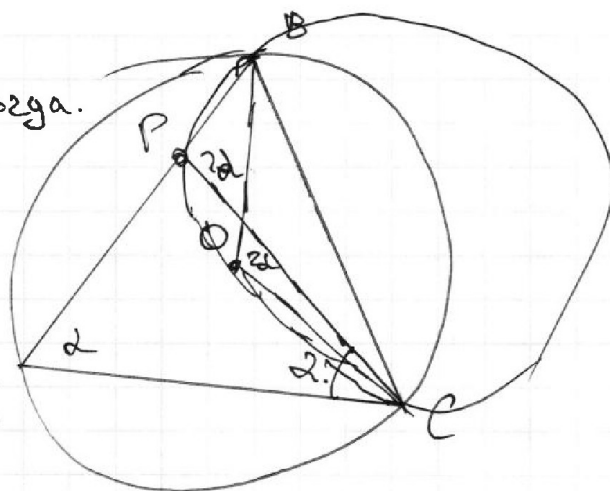
СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $\angle BAC = \alpha$, тогда.

Во-первых т.к. $\triangle ABC$ - остроугольный, то O - внутри $\triangle ABC$,

$\angle BOC = 2\alpha$ - центральный, вдвое больше $\angle BAC$ опирающийся на одну дугу BC .



$\triangle OCB$ - вписанный по условию $\Rightarrow \angle BOC = \angle BPC$

Впис углы опираются на одну дугу $\Rightarrow$ тогда $\angle APC = 180 - 2\alpha$ как смежный с $2\alpha \Rightarrow \angle ACP = \alpha = 180 - (180 - 2\alpha) - \alpha$

откуда $\triangle APC$ - равнобедренный $\Rightarrow AP = PC = \frac{16}{5}$

тогда $S_{APC} = \frac{\sin(180^\circ - 2\alpha)}{2} \cdot AP \cdot PC$

$\sin(180^\circ - 2\alpha) = \sin(2\alpha)$ ~~с учетом формулы~~ $\Rightarrow S_{APC} = \frac{\sin 2\alpha}{2} \cdot \left(\frac{16}{5}\right)^2$

также выразим S_{APC} через формулу Герона. ~~$S_{APC} = \frac{1}{2} \cdot AP \cdot PC \cdot \sin \angle APC$~~ $p = \frac{AP + PC + AC}{2} = \frac{26}{5}$

$$S_{APC} = \sqrt{p(p-AP)(p-PC)(p-AC)} = \sqrt{\frac{26}{5} \cdot \frac{10}{5} \cdot \frac{10}{5} \cdot \frac{6}{5}} = \frac{4}{5} \sqrt{13 \cdot 3} = \sin 2\alpha \cdot \frac{16^2}{50} \Leftrightarrow \sin 2\alpha = \frac{5\sqrt{39}}{32}$$

$$= \sin 2\alpha \cdot \frac{2 \cdot 2^2}{2 \cdot 2^2} = \sin 2\alpha \cdot 2^5 \quad \text{Ответ: } S_{ABC} = \frac{13\sqrt{39}}{10} \cdot \frac{13\sqrt{39}}{10}$$

$$\sin 2\alpha = \frac{5\sqrt{39}}{32} \quad \text{тогда можно посчитать}$$

$$S_{ABC} = S_{APC} + S_{BPC} = \frac{\sin 2\alpha}{2} \cdot \left(\frac{16}{5}\right)^2 + \frac{\sin 2\alpha}{2} \cdot \frac{16}{5} \cdot BP = \frac{\sin 2\alpha}{2} \left(\frac{32}{5} + \frac{256}{25} \right) = \frac{5\sqrt{39}}{84} \left(\frac{32}{5} + \frac{256}{25} \right) = \sqrt{39} \left(\frac{4}{5} + \frac{1}{2} \right)$$

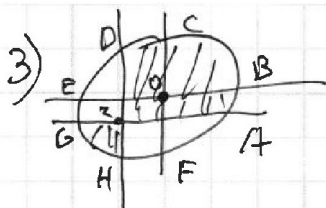


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

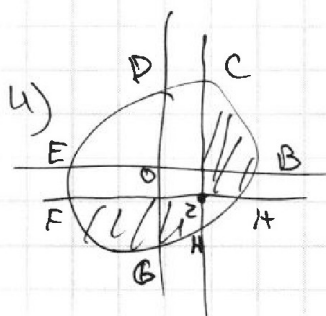
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$z = (2\cos\alpha; 2\sin\alpha)$ - в II четверти
переведем в O, тогда
добавят дуги: HE и BE
уйдут: AB и AC, но $HF = PC + k \cdot DH$ и GF
 $GE = AB + k \cdot AB$ и BE
также как в O



$z = (2\cos\alpha; 2\sin\alpha)$ - в II четверти
переведем z в O, тогда
добавят дуги EF и PC, уйдут
GH и AB, но $AB = EF + k \cdot AF$ и BE
 $PC = GH + k \cdot DB$ и HC
также как в O

Тогда дуги в сумме всегда $\pi R = 3\pi$

теперь в P входят только AC и BD

AC - посчитаем AC

$$y = 2\sin\alpha \Rightarrow x^2 + 4\sin^2\alpha = 9$$

$$x = \pm \sqrt{9 - 4\sin^2\alpha}$$

$$AC = 2\sqrt{9 - 4\sin^2\alpha}$$

$$\text{Аналогично } BD = 2\sqrt{9 - 4\cos^2\alpha}$$

$$AC + BD = \max = 2\sqrt{9 - 4\cos^2\alpha} + 2\sqrt{9 - 4\sin^2\alpha} \Rightarrow$$

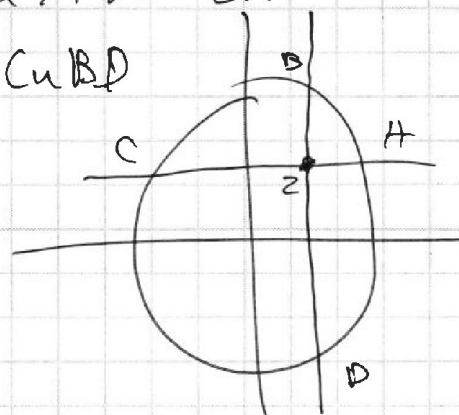
и наоборот максимум - максимум

$$(\sqrt{9 - 4\sin^2\alpha} + \sqrt{9 - 4\cos^2\alpha})^2 \Rightarrow \text{максимально } t^2 \text{ т.к. } t > 0.$$

$$t^2 = 18 - 4(\sin^2\alpha \cos^2\alpha) + 2\sqrt{(9 - 4\sin^2\alpha)(9 - 4\cos^2\alpha)}$$

$$t^2 = 14 + 2\sqrt{b} \quad \text{т.к. } 4\sin^2\alpha \cos^2\alpha \leq 1 \text{ и } b > 0 \Rightarrow \sqrt{b} = \max, \text{ при } b = \max$$

$$b = 81 - 36(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha) + 16\cos^2\alpha \sin^2\alpha = d$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b = 81 - 36 + 16d = \max \text{ при } d = \max$$

$$\cos^2 x \cdot \sin^2 x = \max$$

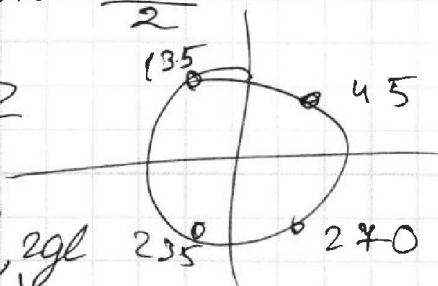
$$(1 - \sin^2 x) \sin^2 x \quad \sin^2 x = a.$$

$$-a^2 + a = \max \quad \text{— парабола ветви вниз}$$

$$\text{максимум в } a = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{2} \text{ — подходит}$$

$$\sin^2 x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2\pi n + \frac{\pi}{4} \\ x = 2\pi n + \frac{3\pi}{4} \\ x = 2\pi n + \frac{5\pi}{4} \\ x = 2\pi n + \frac{7\pi}{4} \end{cases} \quad n \in \mathbb{Z}$$



тогда посчитаем M , где $\sin^2 x = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos^2 x = \frac{1}{2}$

$$M = 3\pi + 2\sqrt{9 - 4\sin^2 x} + 2\sqrt{9 - 4\cos^2 x} =$$

$$= 3\pi + 4\sqrt{4} \quad \text{достигается при}$$

$$\begin{cases} x = 2\pi n + \frac{\pi}{4} \\ x = \end{cases}$$

$$\text{ответ: } M = 3\pi + 4\sqrt{4} \quad \text{при}$$

$$\begin{cases} x = 2\pi n + \frac{\pi}{4} \\ x = 2\pi n + \frac{3\pi}{4} \\ x = 2\pi n + \frac{5\pi}{4} \\ x = 2\pi n + \frac{7\pi}{4} \end{cases} \quad n \in \mathbb{Z}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 9 - \text{круг радиусом 3} \\ (x - 2\cos\alpha)(y - 2\sin\alpha) \geq 0 \end{cases}$$

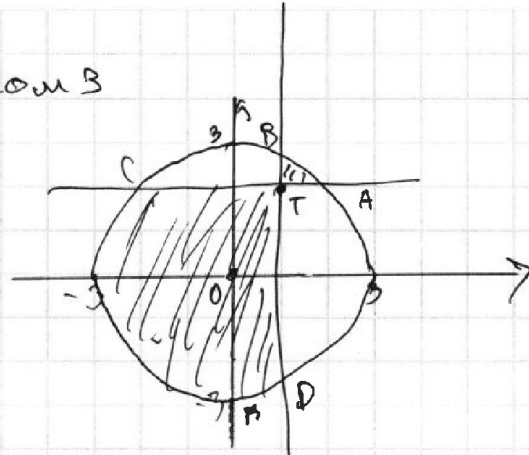
$$(x - 2\cos\alpha)(y - 2\sin\alpha) \geq 0$$

$$\begin{cases} x = 2\cos\alpha & y - \text{любой} \\ y = 2\sin\alpha & x - \text{любой} \end{cases}$$

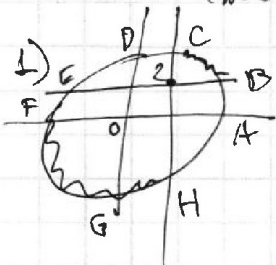
$$\begin{cases} x > 2\cos\alpha \\ y > 2\sin\alpha \\ x < 2\cos\alpha \\ y < 2\sin\alpha \end{cases}$$

~~Р = AB~~

Р зависит от двух дуг AB и CD, и от AC + BD



Докажем, что $AB = CD$ - всегда одинак.



$Z = (2\cos\alpha; 2\sin\alpha)$ - в I четверти

Если мы перенесем Z в O, то тогда

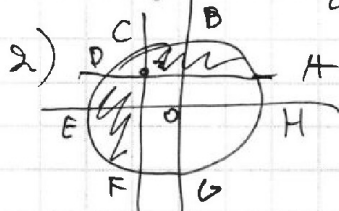
градусная мера дуг не изменится дуга

вдуга CD, AB, удуга EF и GH, и O

$BE \parallel AF \Rightarrow$ градусная мера дуг AB и EF - равны, аналогично

$GH = CD$, длина дуги = $PR \Rightarrow$ и длина не изменилась.

$\Rightarrow$ дуги все же = как для O - $\Pi \Rightarrow$ длины = ΠR



$Z = (2\cos\alpha; 2\sin\alpha)$ - во II четверти.

добавились при $\rightarrow O$: AH, FB

дуги: DE, CB, и O $AH = DE$ и $FB = CB$

$\Rightarrow$ также как в O

$AD \parallel EH$ $BG \parallel CF$

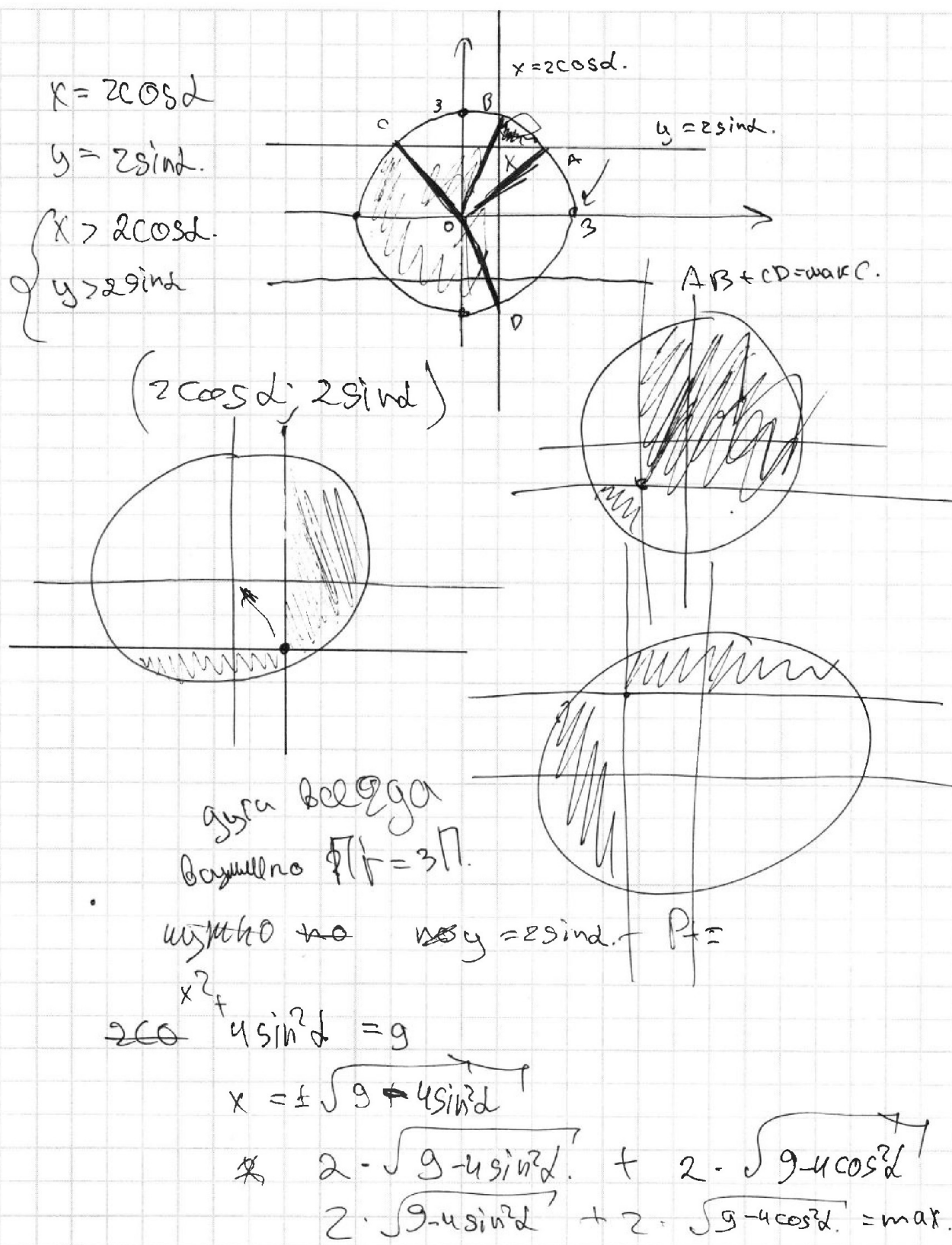


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 из ∞

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = \overline{aaaa} = \overline{1111} \cdot a \quad (1)$$

$$B = \overline{bcd} \quad b, c, d = 1 \text{ хорь что-то}$$

$$C = \overline{505x}$$

$$A \cdot B \cdot C = \text{квадрат} \cdot k^2$$

$$\begin{array}{r} 1111 \overline{) 7} \\ 41 \\ \hline 61 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1111 \overline{) 101} \\ 101 \\ \hline \end{array}$$

$$A : 1111 \Rightarrow k^2 : 1111^2$$

$$11 \cdot 101 - \text{простое.}$$

$$1 \dots 9.$$

$$5 \cdot 11 \cdot 101 \cdot 11 \cdot 101 \cdot a, \quad \text{квадрат} \Rightarrow a : 5 \Rightarrow a = 5.$$

$$c = 0, \quad b \text{ или } d = 1, \quad \text{но } b = d$$

$$B = 101$$

$$b = d = 1$$

$$x, y > 0 \quad K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy}$$

$$M = x^3 y^3 - 9xy$$

$$(x-y)(x^2 + y^2 + xy) - 9xy$$

$$x > 3, \quad \text{т.к.} \quad x \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{y} \rightarrow$$

$$\frac{1}{xy} \rightarrow \infty$$

$$3x^2 + 3y^2 + 3xy - 9xy$$

$$3(x^2 + y^2 - 2xy)$$

$$\text{сумма уменьш. итго.} \quad 3(x-y)^2 \quad 3 \cdot 9 = 27$$

$$\frac{1}{x-3} + \frac{1}{y+3} + \frac{1}{(x-3)(y+3)} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy}$$

$$3x = 3y + 9.$$

$$x = y + 3$$

$$\frac{1+x-3+y+3}{(x-3)(y+3)}$$

$$\frac{1+x+y}{xy}$$

$$\frac{1+x+y}{(x-3)(y+3)} = \frac{1+x+y}{xy}$$

$$\text{е.} \quad (1+x+y=0 \text{ либо } xy = xy + 3x - 3y - 9$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$6 + 5 + 4 + 5 + 12 = 32 \Rightarrow 21$$

если всего x одинаковых пластинок, то

$$x > 4, \text{ т.е. иначе } x = 1$$

$$\frac{C_x^4}{C_{x-2}^2} - \text{внимая, а стала } \frac{C_x^{4+k}}{C_{x-2}^{2+k}}$$

$$\frac{2 \cdot x \cdot (x-1) \cdot (x-2) \cdot (x-3)}{24 \cdot (x-2)(x-3)}$$

$$\frac{12}{(x)(x-1)} \cdot \frac{4}{2} = \frac{(x-2)!}{(2+k)!(x-2-2-k)!} :$$

$$\frac{x!}{(4+k)!(x-4-k)!}$$

$$\frac{(k+3)(k+4)}{(x)(x-1)}$$

$$6 \cdot 7 = (k+3)(k+4)$$

но если

$$\frac{2}{7} = \frac{12}{(x)(x-1)}$$

$$(x)(x-1) = 42$$

$$x = 7$$

при $x =$

$$x \cdot x =$$

$$\frac{x^2}{x^4} = \frac{1}{x^2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{3}{2x^2} = \frac{x^{2+k}}{x^{4k}}$$

$$\frac{4}{2} x^2 = \frac{1}{x^2}$$

$$k^2 + 4k + 12 - 42 = 0$$

$$k^2 + 4k - 30 = 0 \text{ по т. Виета } -10 \text{ и } 3$$

$$S = \frac{\sqrt{13 \cdot 3}}{10} \left(\frac{256}{25} + \frac{32}{5} \right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА

__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

характера

$$\cos 2x = \frac{180-9}{171}$$

51 $\frac{x}{y} = -1$ $\frac{y}{9} = -1$ y от -9 до 9
 x от -9 до 9 .

а $\cos$ от 0 до π



не выполняется только когда π и $\pi \Rightarrow$

$$\frac{x}{y} = -1 \quad \frac{y}{9} = -1 \quad y = -9$$

Всегда $x \leq 4$ $1, 3,$

$$-9 \leq y \leq 9$$

$x \leq -4$
 1 случай

$$0 \quad 90 \quad 180 \quad 1.19$$

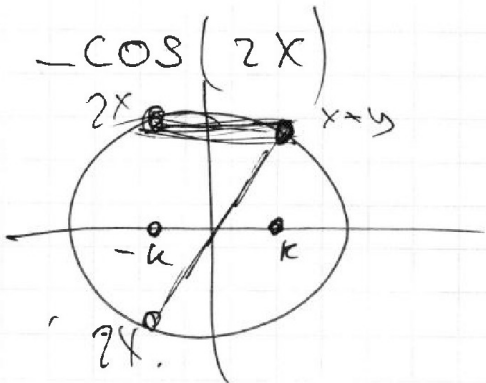
$$9.99 - 1 \quad 30.$$

3a

$$(\sin \pi x - \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$(\sin x - \sin y) \sin x = (\cos x + \cos y) \cos x$$

$$\sin^2 x - \cos^2 x = -\sin x \sin y + \cos x \cos y$$



$$\cos(x+y) \quad x+y=0$$

$$x \neq y + 2x = 0$$

$$x+y-2x=0$$

$$y-x=0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
2 ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

но это при условии что

$$18 - 4 + 2 \sqrt{(9 - 4 \sin^2 \alpha)(9 - 4 \cos^2 \alpha) \cos(\pi - \pi_x + \pi_y)}$$

$$81 - 36 \cos^2 \alpha - 36 \sin^2 \alpha + 16 \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha$$

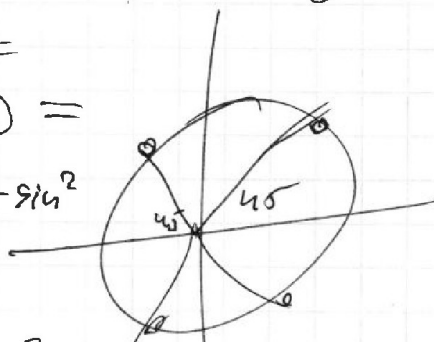
$$\cos^2 \alpha \sin^2 \alpha = \max.$$

$$(\sin^2 \alpha)(1 - \sin^2 \alpha)$$

$$-t^2 + t$$

$$\frac{-b}{2a}$$

$$\begin{aligned} \cos 2\alpha &= \\ \cos(\alpha + \alpha) &= \\ &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \end{aligned}$$



$$t = \frac{-1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$t = \frac{1}{2} = \sin^2 \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin^2 \pi_x - \cos^2 \pi_x =$$

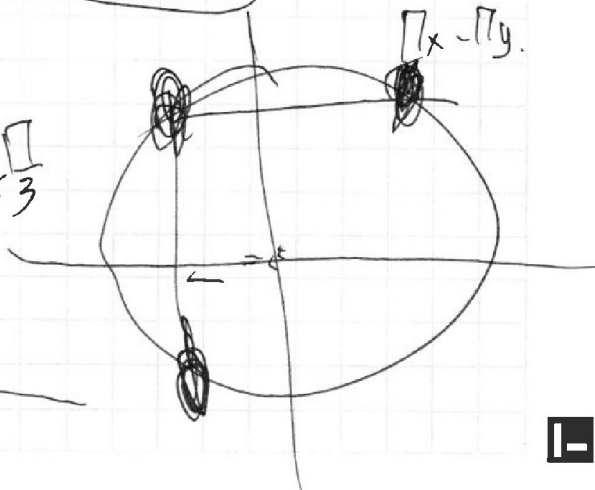
$$= \sin \pi_x \cdot \sin \pi_y + \cos \pi_x \cdot \cos \pi_y$$

$$\cos(\pi_x - \pi_y)$$

$$-\cos(2\pi_x)$$

где x от 0 до 1

y от -1 до 1





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☒ 1
 ☒ 2
 ☒ 3
 ☒ 4
 ☒ 5
 ☒ 6
 ☐ 7

СТРАНИЦА
2 из 2

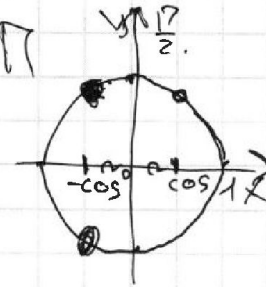
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$-\cos(2\pi x) = \cos(\pi x - \pi y)$$

$$\text{для } 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$$

$$0 \leq 2\pi x \leq 2\pi; 0 \leq \pi x - \pi y \leq 2\pi$$

тогда ~~два~~ случая



$$\begin{cases}
 2\pi x = \\
 2\pi x + \pi x - \pi y = \pi & \text{I и II четверти} \\
 2\pi x + \pi x - \pi y = 3\pi & \text{III и IV четверти} \\
 2\pi - 2\pi x + \pi x - \pi y = \pi \\
 2\pi - 2\pi x + \pi x - \pi y = 3\pi
 \end{cases}$$

$2\pi x$ и $2\pi - 2\pi x$ — отражения относительно оси x

$$\begin{cases}
 3x - y = 1 \\
 3x - y = 3 \\
 -x - y = -1 \\
 -x - y = 1
 \end{cases}
 \Leftrightarrow
 \begin{cases}
 y = 3x - 1 \\
 y = 3x - 3 \\
 y = 1 - x \\
 y = -x - 1
 \end{cases}$$

$$\begin{cases}
 0 \leq x \leq 2 \\
 0 \leq y \leq 2
 \end{cases}$$

$$\begin{cases}
 2\pi x - 2\pi + \pi x - \pi y = \pi \\
 2\pi x - 2\pi + \pi x - \pi y = 3\pi \\
 4\pi - 2\pi x + \pi x - \pi y = \pi \\
 4\pi - 2\pi x + \pi x - \pi y = 3\pi
 \end{cases}
 \Leftrightarrow
 \begin{cases}
 y = 3x - 3 \\
 y = 3x - 5 \\
 y = 3 - x \\
 y = -x - 3
 \end{cases}$$

$$\begin{cases}
 0 \leq y \leq 2 \\
 1 \leq x \leq 2
 \end{cases}$$