



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
 - A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 2,
 - C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 1, а y — увеличить на 1. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 3xy$.
3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$.
б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 2,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = \frac{15}{2}$, $BP = 5$, $AC = 9$.
6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 25. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади боковой поверхности пирамиды к площади её нижнего основания.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

A - четырехзначное из одинаковых цифр $\Rightarrow$

$A : 1111$. $1111 = 101 \cdot 11$, и 101 и 11 - простые. $\Rightarrow$

$A : 101$ и $A : 11$. $ABC = x^2$, где $x \in \mathbb{N}$.

Значит $BC : 101$ и $BC : 11$, иначе $ABC : 101^2$ или

$ABC : 11^2 \Rightarrow AB$, но $ABC : 11$ и $ABC : 101 \Rightarrow ABC$ не

квадрат, $C < 100 \Rightarrow C : 101$, т.к. $C \in \mathbb{N}$. Значит

$B : 101$. Трехзначные числа кратные 101 это

только $101, 202, 303, 404, 505, 606, 707, 808, 909$. И только

202 содержит $2 \Rightarrow B = 202$. $202 : 11 \Rightarrow C : 11$.

Двузначные числа $: 11$ это только $11, 22, 33, 44, 55,$

$66, 77, 88, 99$ и только 33 содержит $3 \Rightarrow C = 33$.

Пусть $A = 1111 \cdot k$, где $k \in \mathbb{N}$ и $k \in [1; 9]$, тогда

$1111 k \cdot 202 \cdot 33 = x^2 \Rightarrow 1111^2 \cdot k \cdot 2 \cdot 3 = x^2$, значит

$k \cdot 2 \cdot 3 = \left(\frac{x}{1111}\right)^2$ - т.е. $k \cdot 2 \cdot 3$ - тоже квадрат,

значит $k : 2$ и $k : 3 \Rightarrow k : 6$, а числа $\in [1; 9]$

$: 6$ всего 1 и это $6 \Rightarrow A = 6666$.

Ответ: $6666 ; 202 ; 33$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$k = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{x+y+2}{xy}. \text{ Если уменьшить } x \text{ на } 1, \text{ а } y \text{ увеличить на } 1, \text{ то } k \text{ будет } \frac{x+1+y+1+2}{(x-1)(y+1)} =$$

$$= \frac{x+y+2}{(x-1)(y+1)}. \text{ То есть } \frac{x+y+2}{xy} = \frac{x+y+2}{(x-1)(y+1)} \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{xy} = \frac{1}{(x-1)(y+1)}, \text{ (т.к. } x > 0; y > 0 \Rightarrow x+y+2 > 0 \text{)}$$

$$xy = (x-1)(y+1) \Leftrightarrow xy = y^2 + xy - y - 1 \Leftrightarrow x = y + 1.$$

$$M = x^3 - y^3 - 3xy = (x-y)(x^2 + xy + y^2) - 3xy. \text{ Подставим}$$

$$x = y + 1. \quad M = 1(y^2 + 2y + 1 + y^2 + y + y^2) - 3(y+1)y =$$
$$= 3y^2 + 3y + 1 - 3y^2 - 3y = 1$$

Ответ: 1



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} 2(\sin(\pi x) + \sin \pi y) \sin \pi x &= (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x \\ 2 \sin\left(\frac{\pi x + \pi y}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi x - \pi y}{2}\right) \sin \pi x &= 2 \cos\left(\frac{\pi x + \pi y}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi x - \pi y}{2}\right) \cos \pi x \end{aligned}$$

$$\cos\left(\frac{\pi x - \pi y}{2}\right) = 0$$

$$2 \sin\left(\frac{\pi x + \pi y}{2}\right) \sin \pi x = 2 \cos \pi x \cos\left(\frac{\pi x + \pi y}{2}\right)$$

$$\frac{\pi x - \pi y}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$-\left(\cos\left(\frac{3}{2}\pi x + \frac{\pi y}{2}\right) - \cos\left(\frac{\pi x}{2} - \frac{\pi y}{2}\right)\right) = \cos\left(\frac{3}{2}\pi x + \frac{\pi y}{2}\right) + \cos\left(\frac{\pi x}{2} - \frac{\pi y}{2}\right)$$

$$\frac{x - y}{2} = \frac{1}{2} + k$$

$$2 \cos\left(\frac{3}{2}\pi x + \frac{\pi y}{2}\right) = 0$$

$$x - y = 1 + 2k$$

$$\frac{3}{2}\pi x + \frac{\pi y}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$x - y = 1 + 2k$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = x - 1 - 2k \\ 3x + y = 1 + 2n \end{cases}$$

То есть подойдут все такие пары $(x; y)$, что

$y = x - 1 - 2k$ для любого x — любое действительное, а y

$$\begin{cases} x - 1 - 2k \\ 3x + 1 + 2n \end{cases}, \text{ где } k \in \mathbb{Z} \text{ и } n \in \mathbb{Z}.$$

Ответ: $(x; x - 1 - 2k); (x; 1 + 2n - 3x)$, где x — любое действительное, $k \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{Z}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
4 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b) \arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} = \frac{3\pi}{2}$$

$$\begin{cases} \arcsin \frac{x}{5} \leq \frac{\pi}{2} \\ \arccos \frac{y}{4} \leq \pi \end{cases}$$

~~$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} \leq \frac{3\pi}{2}$$~~

~~равенство при $\arcsin \frac{x}{5} = \frac{\pi}{2}$ и $\arccos \frac{y}{4} = \pi$.~~

~~То есть при $\begin{cases} \frac{x}{5} = 1 \\ \frac{y}{4} = -1 \end{cases}$~~

$$\text{Значит } \arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} \leq \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = 2\pi, \text{ то есть}$$

$$\text{имеем равенство при } \begin{cases} \arcsin \frac{x}{5} = \frac{\pi}{2} \\ \arccos \frac{y}{4} = \pi \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x}{5} = 1 \\ \frac{y}{4} = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = -4 \end{cases}$$

То есть такая пара (x, y) не подходит а остальные подходят.

$$\begin{cases} \frac{x}{5} \in [-1; 1] \\ \frac{y}{4} \in [-1; 1] \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \in [-5; 5] \\ y \in [-4; 4] \end{cases}$$

Решение уравнения из пункта а)

$$\begin{cases} x - y = 1 + 2k \\ 3x + y = 1 + 2n \end{cases}$$

$$\text{то есть } \begin{cases} x - y = \text{нечетное} \Leftrightarrow x \text{ и } y \text{ разной четности} \\ 3x + y = \text{нечетно} \end{cases}$$

то есть при x и $y \in \mathbb{Z}$ и x и y

разной четности (x, y) решение. Посчитаем

$\{x \text{ и } y \text{ разной четности, а значит } x \text{ и } y \text{ разной четности}\}$

кол-во решений: $6 \cdot 5 + 5 \cdot 4 - 1 = 49$, т.к. $6 \cdot 5$ это x нечетное $\in [-5; 5]$, а y - четное $[-4; 4]$. $5 \cdot 4$ это наоборот.

-1, т.к. $(5; -4)$ не решение $\Rightarrow$ Ответ: 49.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
5 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Посчитаем вероятность для x людей и n билетов что им обоим достанется. Это будет $\frac{C_{n-2}^{x-2}}{C_n^x}$, так как C_{n-2}^{x-2} - кол-во способов

раздать оставшиеся $n-2$ билета $x-2$ людям (и 2 билета нашим двум). А C_n^x это кол-во способов всего раздать n билетов x людям. $\frac{C_{n-2}^{x-2}}{C_n^x} =$

$$= \frac{(x-2) \cdot (x-3) \cdot \dots \cdot (x-n+1)}{(n-2)!} = \frac{n(n-1)}{x \cdot (x-1)} \cdot \text{То есть вначале}$$

вероятность билета $\frac{4 \cdot 3}{x \cdot (x-1)} = \frac{12}{x \cdot (x-1)}$. Пусть вообще раздают m билетов $\Rightarrow$ вероятность будет $\frac{m(m-1)}{x \cdot (x-1)}$.

$$\frac{m(m-1)}{x \cdot (x-1)} = 2,5 \cdot \frac{12}{x \cdot (x-1)} \Leftrightarrow m \cdot (m-1) = 30 \Leftrightarrow m^2 - m - 30 = 0$$

$$\begin{cases} m = 6 \\ m = -5 \end{cases} \quad m > 0 \Rightarrow m = 6. \quad \text{Ответ: } 6.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
6 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$OA = OC \Rightarrow \angle OAC = \angle OCA.$$

$$OA = OB \Rightarrow \angle OAB = \angle OBA.$$

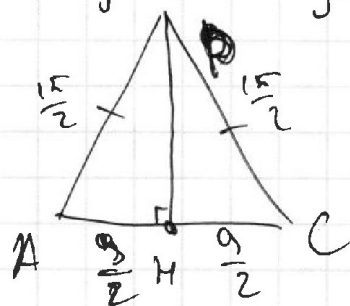
$OPBC$ - вписанный $\Rightarrow$

$$\angle OBP = \angle OCP.$$

$$\text{Значит } \angle PAC =$$

$$= \angle PCA, \text{ т.к. } \angle PAC = \angle PBO + \angle OAC = \angle PCO + \angle OCA = \angle PCA. \text{ Значит } PA = PC = \frac{15}{2}. AC = 9.$$

найдем синус $\angle PAC$.



Опустим высоту PH - она будет медианой, т.к. PAC - равнобедр.

$$\text{Значит } AH = HC = \frac{1}{2} AC = \frac{9}{2}.$$

из теоремы Пифагора для $\triangle PHC$. $AP^2 = PH^2 + HC^2 \Rightarrow$

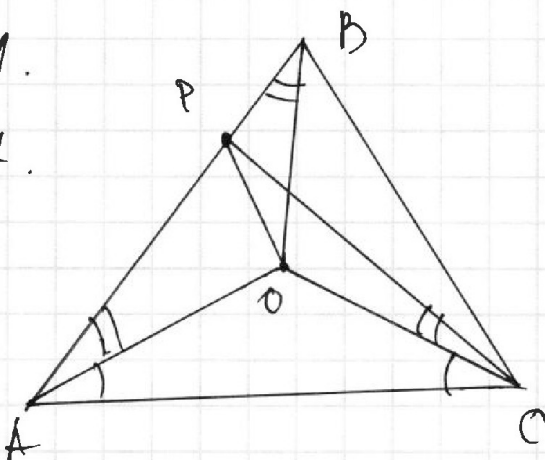
$$PH^2 = AP^2 - HC^2 = \left(\frac{15}{2}\right)^2 - \left(\frac{9}{2}\right)^2 = \frac{144}{4} = 36. \Rightarrow PH = 6.$$

$$\sin \angle PAC = \frac{6}{\frac{15}{2}} = \frac{4}{5}. \text{ Площадь } \triangle ABC =$$

$$= \frac{AB \cdot AC \cdot \sin \angle PAC}{2} = \frac{9 \cdot \left(\frac{15}{2} + 5\right) \cdot \frac{4}{5}}{2} = \frac{9 \cdot \frac{25}{2} \cdot \frac{4}{5}}{2} =$$

$$= 9 \cdot 5 = 45$$

Ответ: 45





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

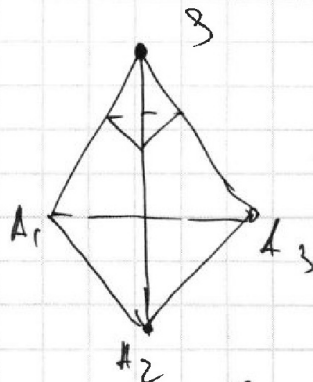
6
☐

7
☒

СТРАНИЦА
7 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть r_n, r_b, r_o -
радиусы вписанные в
нижнее, верхнее основание
и в боковой четырехугольник.



Тогда есть точка равноудаленная от всех рёбер
Она лежит на высоте из S на $A_1A_2A_3$
и её проекция на боковую сторону это
точка равноудаленная от рёбер этой стороны
из нескольких теорем геометрии. То есть
боковой четырехугольник описанный $\Rightarrow \Rightarrow$ его
площадь $r_o \cdot P = r_b \cdot (a_n + a_b)$, где a_n и a_b
стороны оснований. $S_{бок} = r_o \cdot (a_n + a_b)$
 $S_{осн} = r_n \cdot \Sigma a_n$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{x + 2r_0 - r_H}{R_2} = \frac{y}{r_0} = \frac{y + 2R_2}{x + 2r_0 - r_H}$$

$$\frac{y + 2R_2}{x + 2r_0} = \frac{y}{x}$$

$$\frac{y}{x} = \frac{R_2}{r_0}$$

$$\frac{y}{x} = \frac{R_2}{r_0}$$



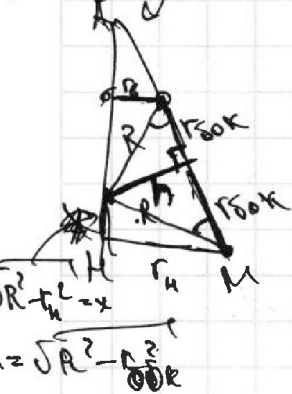
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2. две стороны



$$\frac{h}{r_H} =$$

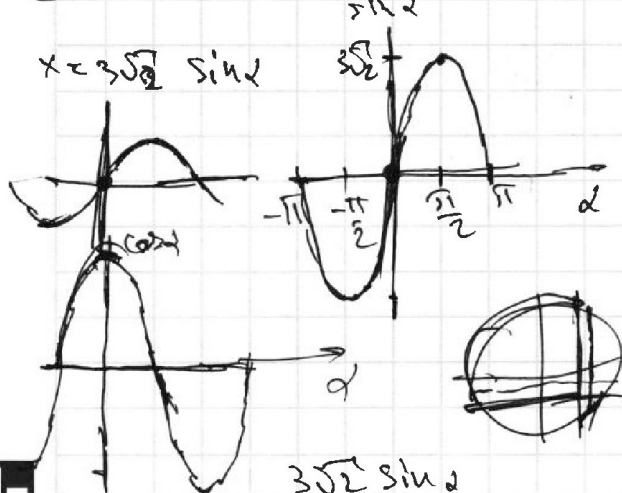
$$r_O(\sum \alpha_H + \sum \alpha_B) = S_{\text{доп}} = r_B \cdot \sum \alpha_H \left(\frac{k+1}{k} \right)$$

$$\frac{r_H \cdot \sum \alpha_H}{2} = S_H$$

$$\sum \alpha_H + \sum \alpha_B = \sum \alpha_H \cdot \left(1 + \frac{1}{k} \right) \quad \frac{1}{k} = \frac{r_B}{r_H}$$

$$\frac{r_B}{r_H} = ? \quad \frac{r_B}{r_H} = ?$$

$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) = 0 \\ x^2 + y^2 \leq 25 \end{cases}$$

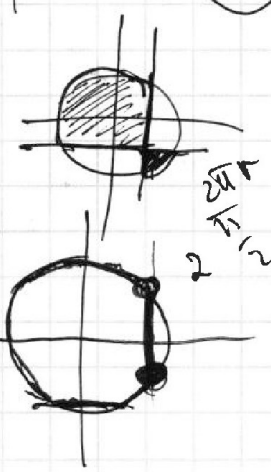
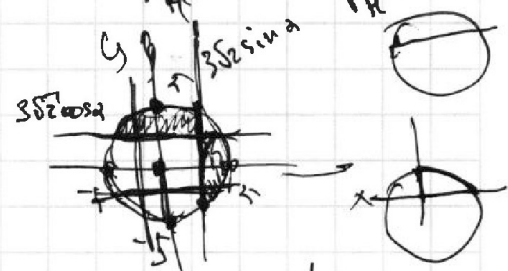
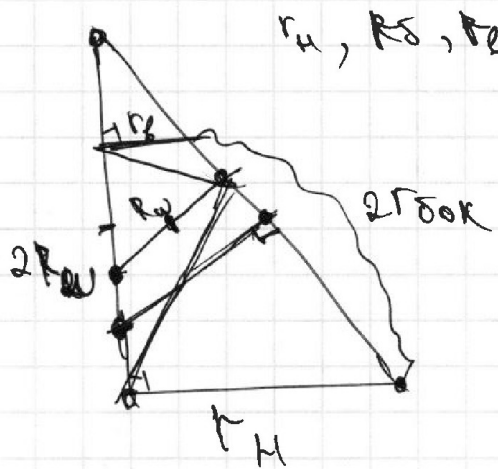


$$3\sqrt{2} \sin \alpha \pm \sqrt{5 - 18 \sin^2 \alpha}$$

$$\begin{cases} y > 3\sqrt{2} \sin \alpha \\ y < 3\sqrt{2} \cos \alpha \\ x < 3\sqrt{2} \sin \alpha \\ y > 3\sqrt{2} \cos \alpha \\ x = 3\sqrt{2} \sin \alpha \\ y = 3\sqrt{2} \cos \alpha \end{cases}$$

$$\sin 2\alpha = 1$$

$$(3\sqrt{2} \sin \alpha)$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$r_{\text{ок}} \cdot p = r_{\text{ок}} (p_H + p_\theta)$$

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= a^2 + y_1^2 \\ x^2 + (ay)^2 &= y_2^2 \\ y_1^2 - a^2 &= -a^2 k^2 + y_2^2 \\ y_1^2 - y_2^2 &= a^2 (k^2 - 1) \\ (y_1 - y_2)(y_1 + y_2) &= a^2 (k^2 - 1) \\ y_1 - y_2 &= \frac{a^2 (k^2 - 1)}{y_1 + y_2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R^2 &= h^2 + r_{\text{ок}}^2 = R^2 \\ r_{\text{ок}}^2 + x^2 &= R^2 \\ x_1 y_1 &= x_2 y_2 \\ \frac{x_1}{y_2} &= \frac{x_2 y_1}{y_2^2} \\ \frac{x_1}{y_2} &= \frac{y_1}{x_1} \cdot \frac{x_1}{x_2} \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

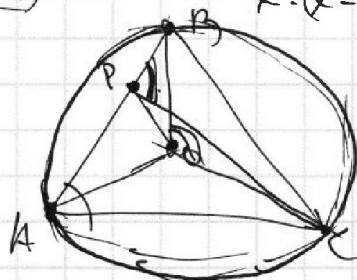
$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} \leq \frac{3\pi}{2}$
 $\arccos \frac{y}{4} = \pi$
 $\arcsin \frac{x}{5} = \frac{\pi}{2}$
 $\frac{y}{4} \in [-1; 1]$
 $\frac{x}{5} \in [-1; 1]$
 $y \in [-4; 4]$
 $x \in [-5; 5]$
 $\begin{cases} \frac{y}{4} = -1 \\ \frac{x}{5} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -4 \\ x = 5 \end{cases}$
 $\begin{cases} x - y = 1 + 2k \\ 3x + y = 1 + 2k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -4 \\ x = 5 \end{cases}$
 $x = \frac{1 + 2k + y}{3}$
 $5 \cdot 6 - 1 + 4 \cdot 5 = 49$

$\frac{C_{x-2}^2}{C_x^4} = \frac{(x-2) \cdot (x-3)}{2} \cdot \frac{3 \cdot 4}{x \cdot (x-1)}$

$\frac{C_{n-2}^4}{C_n^x} = \frac{(x-2) \cdot (x-1+1) \cdot (n-2)!}{x \cdot (x-1) \cdot (x-2) \cdot (x-3)} = \frac{n \cdot (n-1)}{x \cdot (x-1)}$

$\frac{n \cdot (n-1)}{12} = \frac{5}{2}$

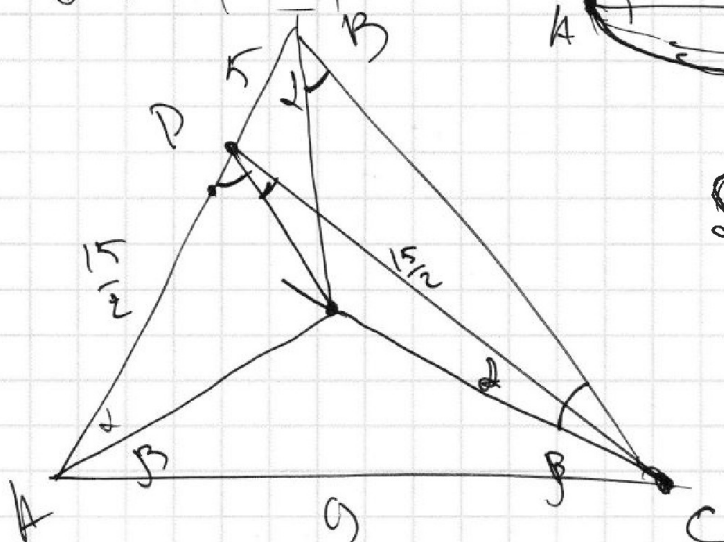
$(5 \cdot 6 \Rightarrow |n-6|)$



$AP = \frac{15}{2}$

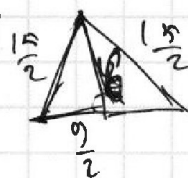
$AC = 9$

$BP = 5$



$S = \frac{15}{2} \cdot \frac{25}{2}$

$9 \cdot \frac{25 \cdot 5}{3 \cdot 4}$



$\frac{15}{2} = \frac{9}{\sin \alpha}$

$\frac{15^2}{4} = \frac{9^2}{4} + \frac{12^2}{4} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{4}{5}$

$\frac{ab \sin \alpha}{2} = \frac{9 \cdot 25 \cdot \frac{4}{5}}{2} = 90$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

a, b, c

$$abc = 4^2$$

$$a = 1111k$$

$$k \in (1; 9)$$

$$(11 \cdot 101)k + b \cdot c$$

$$bc : 11 \cdot 101$$

$$(c : 101) = 1$$

$$b : 101$$

$$b = 202$$

$$c : 11 = c = 33$$

$$a = 1111k, b = 2, c = 33$$

$$11^2 \cdot 101^2 \cdot k \cdot 2 \cdot 3 = 4^2$$

$$k = 6$$

$$6 \cdot 101 \cdot 11 = 202 \cdot 33$$

$$6k = 36$$

$$k = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)}$$

$$M = x^3 - y^3 - 3xy$$

$$k = \frac{x+y+2}{xy}$$

$$= \frac{x+y+2}{(x-1)(y+1)}$$

$$xy = (x-1)(y+1) = xy - y + x - 1$$

$$y+1 = x$$

$$(y+1)^3 - y^3 - 3y(y+1)$$

$$(x-y)(x^2 + xy + y^2) - 3xy = 1((y+1)^2 + (y+1)y + y^2) - 3(y+1)y = 3y^2 + 3y + 1 - 3y^2 - 3y = 1$$

$$a) (\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$2 \sin \frac{\pi(x+y)}{2} \cos \frac{\pi(x-y)}{2} \sin \pi x = 2 \cos \frac{\pi(x+y)}{2} \cos \frac{\pi(x-y)}{2} \cos \pi x$$

$$2 \sin \frac{\pi(x+y)}{2} \sin \pi x = 2 \cos \frac{\pi(x+y)}{2} \cos \pi x$$

$$= \cos \left(\frac{3}{2} \pi x + \frac{\pi y}{2} \right) = \cos \left(\frac{\pi x}{2} - \frac{\pi y}{2} \right) = \cos \left(\frac{3}{2} \pi x + \frac{\pi y}{2} \right) + \cos \left(\frac{\pi x}{2} - \frac{\pi y}{2} \right)$$

$$\cos \left(\frac{3}{2} \pi x + \frac{\pi y}{2} \right) = 0$$

$$\begin{cases} \frac{3}{2} \pi x + \frac{\pi y}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k \\ \frac{\pi(x-y)}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k \end{cases} \begin{cases} 3x + y = 1 + 2k \\ x - y = 1 + 2k \end{cases}$$