



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



- ✓ 1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что: ✓
- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 2,
 - C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
- ✓ 2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 1, а y — увеличить на 1. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 3xy$. ✓
- ✓ 3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$.
- б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}?$$

- ✓ 4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася высчитали, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 2,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось? ✓
- ✓ 5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = \frac{15}{2}$, $BP = 5$, $AC = 9$. ✓
- ✓ 6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2}\sin \alpha)(y - 3\sqrt{2}\cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 25. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

- ✓ 7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади боковой поверхности пирамиды к площади её нижнего основания.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
4 из 12

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$A = _ _ _ : 1111 \rightarrow : 11$ и $: 101$: A_0 - (некая цифра), т.к. имеет вид $\overset{x}{x}\overset{x}{x}\overset{x}{x}$
 $B = _ _ _ : 101 \rightarrow$ имеет вид $\overset{x}{x}0\overset{x}{x}$, тогда очевидно, что $\boxed{x=2}$
 $C = _ _ _ : 101 \rightarrow B : 101$ „ноль“
 $B \neq 11$, т.к. $B \neq 11$: $B : 101$ и $B \neq 1111$, т.к. $B \leq 999 \rightarrow$ т.к. $A \cdot B \cdot C = k^2 \rightarrow$
 $\rightarrow C : 11 \rightarrow$ имеет вид $\overset{y}{y}\overset{y}{y} \rightarrow C = 33$
 $B = 202 = 2 \cdot 101 : 2 \rightarrow A : 3$ 101 - простое
 $C = 33 = 3 \cdot 11 : 3 \rightarrow A : 2$ 11 - простое
 $A : (2 \cdot 3 \cdot 101 \cdot 11) \rightarrow A : 6666$ - единственный вариант: $A = 6666$
Итого: $A = 6666$; $B = 202$; $C = 33$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
3 из 12

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)} \quad \begin{matrix} x, y > 0 \\ x \neq 1 \end{matrix}$$

$$\frac{1}{xy} (y+x+2) = \frac{1}{(x-1)(y+1)} (y+1+x-1+2) \quad \text{Можно сократить, т.к.}$$

$$\frac{1}{xy} = \frac{1}{(x-1)(y+1)} \quad (\text{с учётом области определения } x+y+2 > 2)$$

$$xy = (x-1)(y+1) \quad xy = xy - y + x - 1 \rightarrow$$

$$\rightarrow x - y - 1 = 0 \rightarrow x = y + 1 \quad \text{очевидно}$$

ПРОВЕРКА:

$$\frac{1}{y} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{y(y+1)} \stackrel{-1}{=} \frac{1}{y+1} + \frac{1}{y} + \frac{2}{y(y+1)} \stackrel{+1}{=} \frac{1}{y+1} + \frac{1}{y} + \frac{2}{y(y+1)} - \text{тождество}$$

$$(y+1)^3 = x^3$$

$$\begin{matrix} y > 0 \\ x = y+1 > 1 \end{matrix}$$

$$M = (y+1)^3 - y^3 - 3y(y+1) =$$

$$= \underline{y^3} + \underline{3y^2} + \underline{3y} + 1 - \underline{y^3} - \underline{3y^2} - \underline{3y} = \underline{\underline{\underline{1}}} \leftarrow \text{единс-}$$

твенный ответ! (при $x \in (1; +\infty)$)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
6 из 12

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(\sin \pi x + \sin \pi y) \cdot \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cdot \cos \pi x \quad (a)$$

$$\cos^2 \pi x + \cos \pi x \cdot \cos \pi y - \sin^2 \pi x - \sin \pi y \cdot \sin \pi x = 0$$

$$\cos 2\pi x + \cos(\pi x + \pi y) = 0$$

$$-\cos(2\pi x + \pi) = \cos(\pi x + \pi y)$$

$$\cos(2\pi x + \pi) = \cos(\pi x + \pi y)$$

$$\begin{cases} 2\pi x + \pi = \pi x + \pi y + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ 2\pi x + \pi = -\pi x - \pi y + 2\pi l, l \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \pi x = 2\pi n - \pi + \pi y & n, l \in \mathbb{Z} \\ 3\pi x = 2\pi l - \pi - \pi y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y + 2n - 1 \\ 3x = -y + 2l - 1 & n, l \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y + 2n - 1 \\ x = -\frac{y}{3} + \frac{2l - 1}{3} \end{cases}$$

Ответ: а) $x \in \{y + 2n - 1; n \in \mathbb{Z}\} \cup \{-\frac{y}{3} + \frac{2l - 1}{3}; l \in \mathbb{Z}\}$

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{5} < \frac{3\pi}{2}$$

$$\arcsin \frac{x}{5} \rightarrow \frac{x}{5} \in [-1; 1]$$

$$x \in [-5; 5]$$

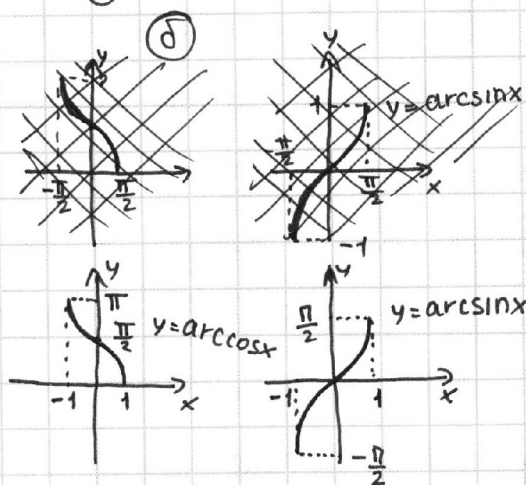
$$\arccos \frac{y}{5} \rightarrow y \in [-5; 5]$$

$$\textcircled{1} \begin{cases} -5 \leq y + 2n - 1 \leq 5 \\ -4 \leq y \leq 4 \end{cases}$$

$$-5 + 2n \leq y + 2n - 1 \leq 3 + 2n$$

$$\begin{cases} -5 \leq 3 + 2n & n \geq -4 \\ -5 + 2n \leq 5 & n \leq 5 \end{cases}$$

...





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

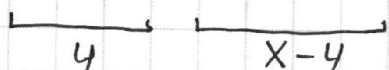
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
5 ИЗ 12

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Есть два возможных исхода для 1^{ой} персони: ПОПАЛ на кон. или НЕ ПОПАЛ.

$$P(A) = \frac{4}{x}$$



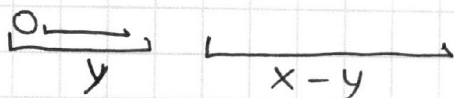
I

Пусть x - всего одинок.

$$P(\text{попали на концерт}) = \frac{4}{x} \cdot \frac{3}{x-1} \rightarrow P(\text{и 1 и 2 по})$$

← оставшихся после 1 билета
 $P(1 \text{ пойдёт})$ $P(2 \text{ пойдёт})$
 $\downarrow$
 y - кол-во свободных мест
если 1 пошёл на концерт в конце месяца

II



$$\frac{y}{x-1} \cdot \frac{y-1}{x-1} = 2,5 \cdot \frac{4}{x} \cdot \frac{3}{x-1}$$

$\frac{y}{x-1}$ $\frac{y-1}{x-1}$ $\frac{4}{x}$ $\frac{3}{x-1}$
 $P(1 \text{ пойдёт})$ $P(2 \text{ пойдёт})$ $P(1 \text{ пошёл})$

$$\text{Или же } y(y-1) = 30$$

$$\begin{cases} y = 6 \rightarrow \text{единственный ответ} \\ y < 0 \end{cases}$$

Ответ: 6 билетов

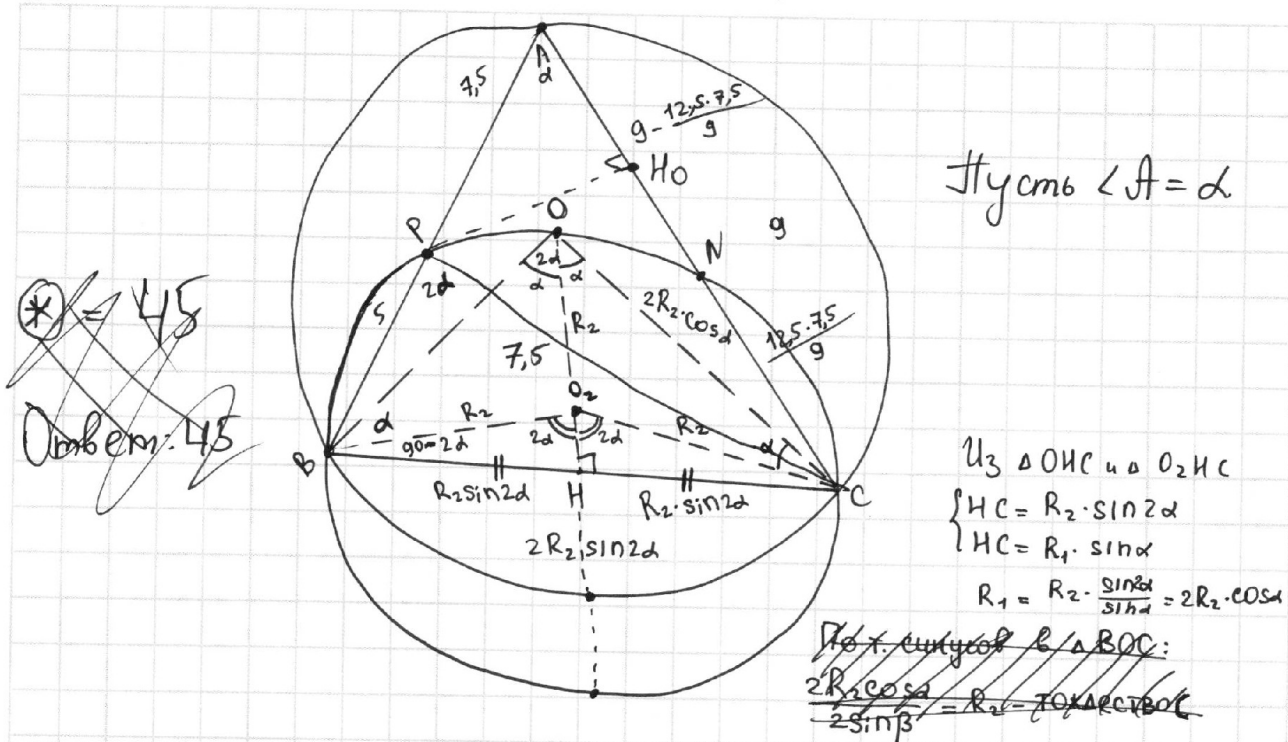


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 12

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

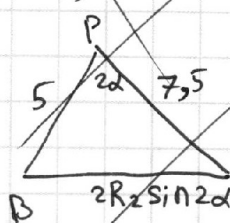


~~По т. косинусов: в $\triangle BAC$:~~
 ~~$12.5^2 + 9^2 - 2 \cdot 12.5 \cdot 9 \cdot \cos \alpha = 4R_2^2 \cdot \sin^2 2\alpha$~~
 ~~$S = \frac{1}{2} \cdot 12.5 \cdot 9 \cdot \sin \alpha$~~
 ~~$2R_2 \cdot \cos \alpha = \frac{12.5 \cdot 9 \cdot 2R_2 \sin 2\alpha}{45}$~~ ; ~~$8R_2 \sin \alpha \cos \alpha = 12.5 \cdot 9 \cdot 2R_2 \cdot \sin 2\alpha$~~ - тождество из

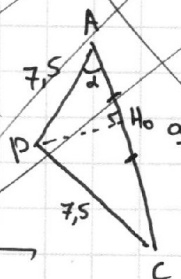
~~Доп. построение PC:~~

~~Росв - вписанный $\rightarrow \angle BPC = \angle BOC = 2\alpha$; $\angle BPC$ - внешний
 ный гв $\triangle APC \rightarrow \angle PCA = \alpha \rightarrow \triangle APC$ - равнобедренный.~~

~~$PC = 7.5$~~



~~Применяя~~



~~$\cos \alpha = \frac{AH_0}{AP} = \frac{4.5}{7.5} = \frac{3}{5}$~~
 ~~$\sin \alpha = \frac{4}{5}$~~

~~$2R_2 \cdot \sin 2\alpha = \sqrt{409} = \sqrt{5^2 + 7.5^2}$~~
 ~~$R_1 = 2R_2 \cdot \cos \alpha = \frac{2R_2 \cdot \sin 2\alpha}{2 \sin \alpha} = \frac{\sqrt{409}}{2 \cdot \frac{4}{5}} = \frac{5\sqrt{409}}{8}$~~

~~$BC = \sqrt{409}$~~

~~$S = \frac{abc}{4R} = \frac{\sqrt{409} \cdot 12.5 \cdot 9}{4 \cdot 5 \cdot \sqrt{409}} \cdot 8 =$~~

~~$\sin 2\alpha = 2 \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{5} = \frac{24}{25}$~~
 ~~$\cos 2\alpha = \frac{7}{25}$~~
 ~~$2 \cos^2 \alpha - 1 = \frac{2 \cdot (\frac{3}{5})^2 - 1}{1} = \frac{2 \cdot \frac{9}{25} - 1}{1} = \frac{18}{25} - 1 = -\frac{7}{25}$~~

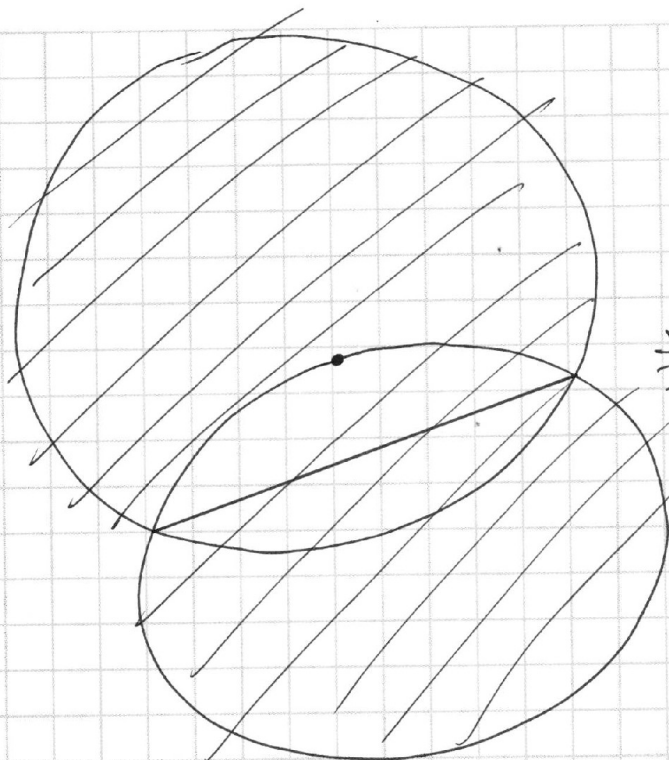


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 12

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



~~XXXXXX~~

Решение:

1) Доп. построение $PC \rightarrow BPC$ - вписанный $\rightarrow \angle BPC = 2\alpha \rightarrow$
т.к. $\angle BPC$ - внешний, то $\angle PCA = \alpha \rightarrow \triangle APC$ - равнобедренный
 $AP = PC = 7,5$.

2) Опустим высоту $\triangle PAC$ из т. P $\rightarrow \sin \alpha = \frac{4}{5}$, т.к. $\alpha < 90^\circ$ (уч).

$$\cos \alpha = \frac{AH_0}{AP} = \frac{4,5}{7,5} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$$

$$\sin 2\alpha = \frac{24}{25}$$

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = -\frac{7}{25}$$

По т. косинусов в $\triangle BPC$:

$$5^2 + 7,5^2 + 2 \cdot 7,5 \cdot 5 \cdot \frac{7}{25} = (2R_2 \cdot \frac{24}{25})^2 \cdot 4$$

$$100 + 225 + 300 \cdot \frac{7}{25} = (2R_2 \cdot \frac{24}{25})^2 \cdot 4$$

$$\frac{\sqrt{409}}{4} = 2R_2 \cdot \frac{24}{25}$$

$$R_2 = \frac{\sqrt{409} \cdot 25}{4 \cdot 24}$$

$$BC = 2R_2 \cdot \sin 2\alpha$$

$$R_1 = 2R_2 \cdot \cos \alpha = 2 \cdot \frac{\sqrt{409} \cdot 25}{4 \cdot 24} \cdot \frac{3}{5}$$

$$S_{ABC} = \frac{abc}{4R_1} = \frac{2R_2 \cdot \sin 2\alpha \cdot 12,5 \cdot 9}{4 \cdot 2R_2 \cdot \cos \alpha} = \frac{25 \cdot 9 \cdot \sin 2\alpha}{8 \cos \alpha} = \frac{50 \cdot 9 \cdot \sin \alpha}{8} = \frac{50 \cdot 9 \cdot 4}{8 \cdot 5} =$$

45

Ответ: 45

$$a = BC = 2R_2 \sin 2\alpha$$

$$b = 12,5$$

$$c = 9$$

$$R_1 = 2R_2 \cos \alpha$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

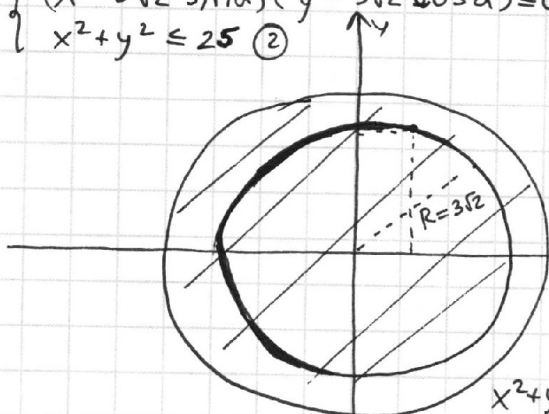
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
9 из 12

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0 & ① \\ x^2 + y^2 \leq 25 & ② \end{cases}$$



$$3\sqrt{2} \approx 5$$

Для решения берем точку из 1 четверти.

При выборе из другой четверти:

$\rho_{\text{дуг}} \Rightarrow$ не изменяется

А $\rho_{\text{отл}} - \rho_{\text{дуг}} \Rightarrow$ не изменяется

св, потому что мы берем $x^2 + y^2 = 25$ - окружность

$$R = 5$$

Модуль разностей абсцисс; ординат
Пусть $\alpha = 90^\circ - \beta$

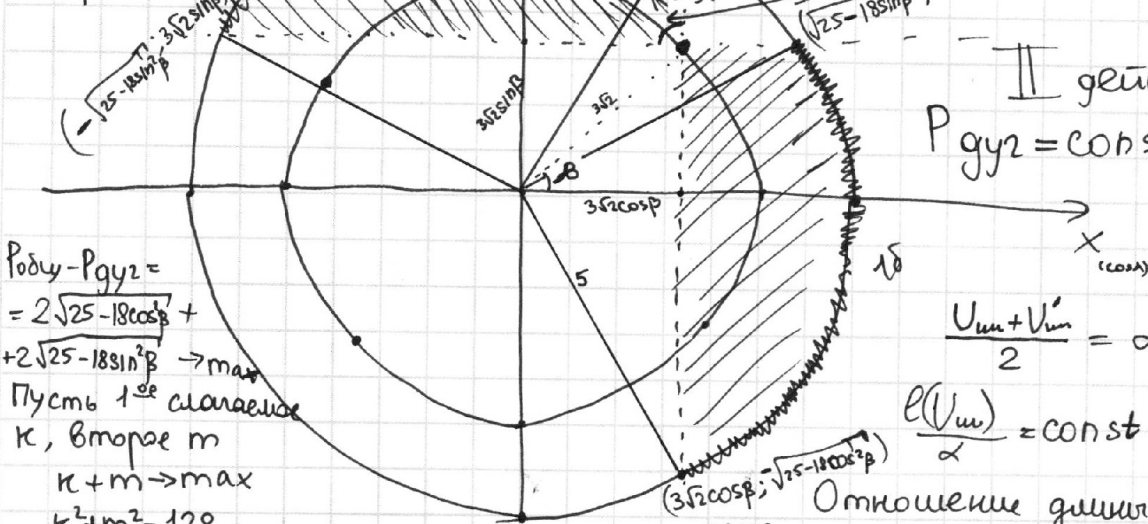
I действие

$$① \quad a \quad \begin{cases} x \leq 3\sqrt{2} \sin \alpha \\ y \geq 3\sqrt{2} \cos \alpha \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3\sqrt{2} \cdot \cos \beta \\ y \geq 3\sqrt{2} \sin \beta \end{cases}$$

$$b \quad \begin{cases} x > 3\sqrt{2} \sin \alpha \\ y < 3\sqrt{2} \cos \alpha \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3\sqrt{2} \cos \beta \\ y < 3\sqrt{2} \sin \beta \end{cases}$$

III действие

$$\frac{25 - 18 \cos^2 \beta}{3\sqrt{2} \cos \beta} - \frac{3\sqrt{2} \sin \beta}{1}$$



$$\begin{aligned} \rho_{\text{отл}} - \rho_{\text{дуг}} &= \\ &= 2\sqrt{25 - 18 \cos^2 \beta} + \\ &+ 2\sqrt{25 - 18 \sin^2 \beta} \rightarrow \max \end{aligned}$$

$$k + m \rightarrow \max$$

$$k^2 + m^2 = 128$$

$$\frac{k+m}{2} \leq \sqrt{\frac{k^2+m^2}{2}} \rightarrow \frac{k+m}{2} \leq 8 \quad k+m \leq 16$$

$$\max(k+m) = 16 \quad \text{при } k=m=8$$

$$\text{Пусть } \sin^2 \beta = \cos^2 \alpha \quad \cos^2 \alpha = \sin^2 \beta$$

$$\sum \ell(U_m) = \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot 5 = 5\pi$$

II действие
 $\rho_{\text{дуг}} = \text{const}, m, k$

$$\frac{U_m + U_m'}{2} = \alpha_{\text{кос}} = 90^\circ$$

$$\frac{\ell(U_m)}{\alpha} = \text{const}$$

Отношение длины дуги на α угл, стягивающий её, постоянн. т.к. дуга одной окружности, т.к.

$$\ell(U_m) = 2\pi R \cdot \frac{\alpha_{\text{центр. угол}}(^{\circ})}{360^{\circ}} \quad n \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $5\pi + 16$ при $\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

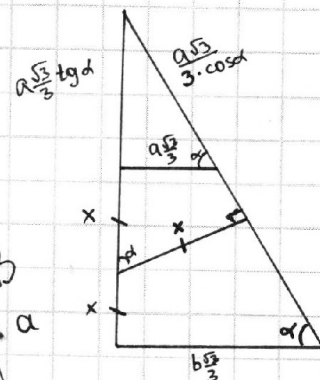
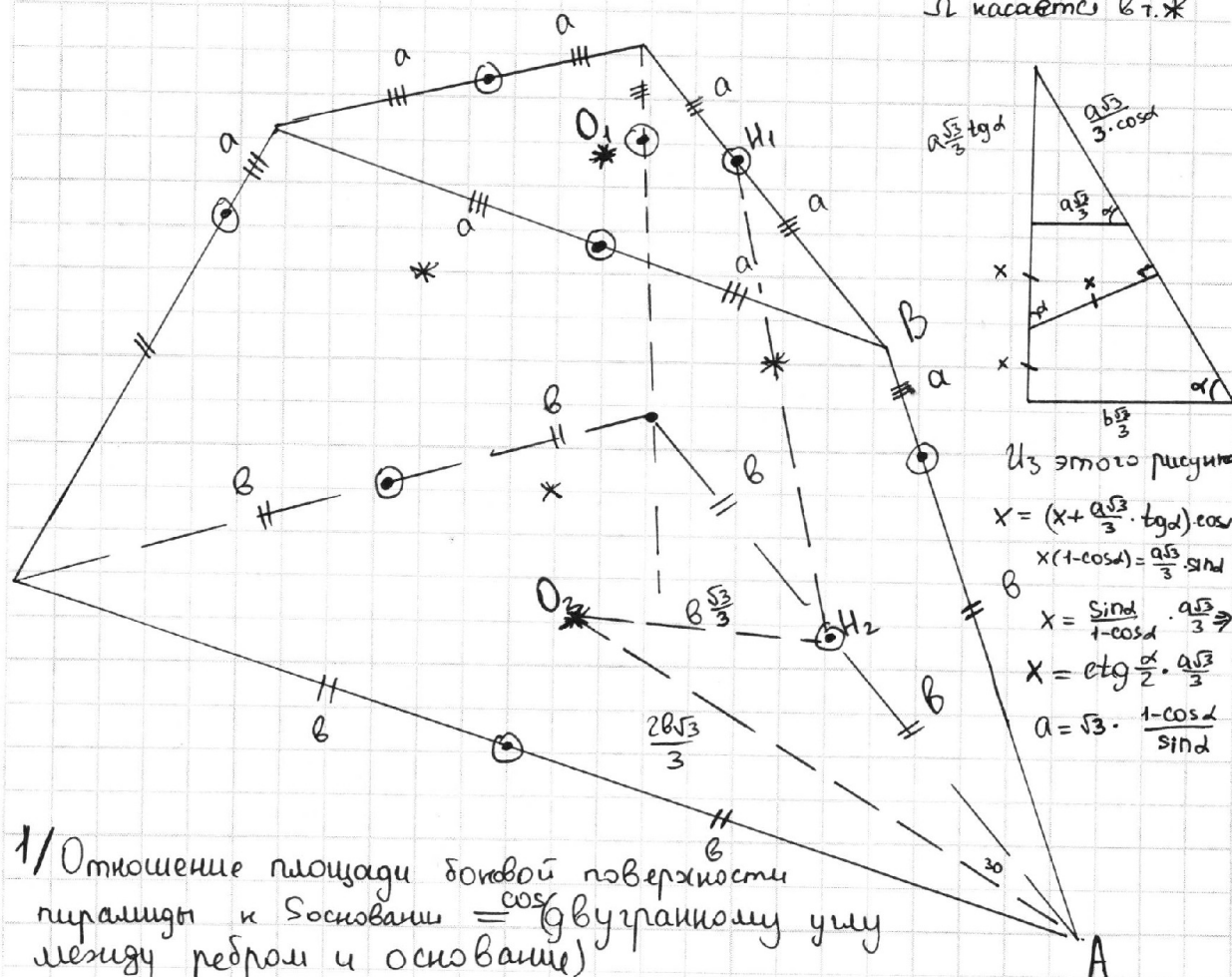
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА

7 из 12

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

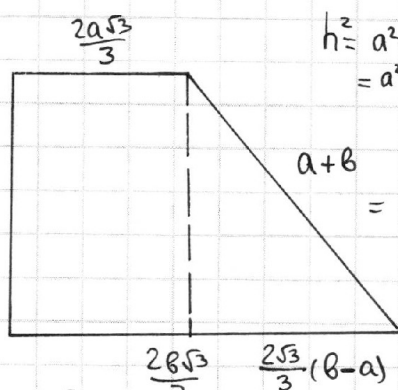
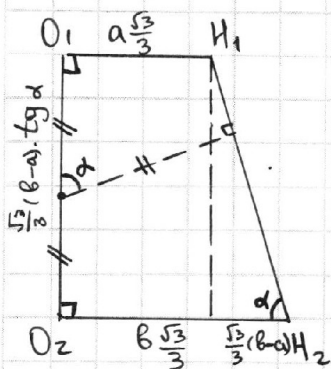
ω касается $B_1 \odot$
 Ω касается $B_1 *$



Из этого рисунка:

$$\begin{aligned} x &= (x + \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \tan \alpha) \cdot \cos \alpha \\ x(1 - \cos \alpha) &= \frac{a\sqrt{3}}{3} \sin \alpha \\ x &= \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} \\ x &= \cot \frac{\alpha}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} \\ a &= \sqrt{3} \cdot \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} \end{aligned}$$

1/ Отношение площади боковой поверхности пирамиды к основанию $= \cos \alpha$ (вуграничному углу между ребром и основанием)



$$\begin{aligned} h^2 &= a^2 + b^2 + 2ab - \frac{4}{3}(a^2 - 2ab + b^2) \\ &= a^2 + b^2 + 2ab - \frac{4}{3}a^2 + \frac{8ab}{3} - \frac{4}{3}b^2 \\ &= \frac{14ab}{3} - \frac{1}{3}(a^2 + b^2) \\ &= \frac{1}{3}(14ab - a^2 - b^2) \\ &= \frac{1}{3}(b-a)^2 \cdot \cot^2 \alpha \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b\sqrt{3} &= (\frac{a\sqrt{3}}{3} \tan \alpha + 2 \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \cot \frac{\alpha}{2}) \cdot \cot \alpha \\ b &= (a \tan \alpha + 2a \cot \frac{\alpha}{2}) \cot \alpha = a + 2a \cot \alpha \cdot \cot \frac{\alpha}{2} = a + 2a \cdot \frac{\cos \alpha}{1 - \cos \alpha} \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☒СТРАНИЦА
8 из 12

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$14ab - a^2 - b^2 = (a^2 + b^2 - 2ab) \operatorname{tg}^2 \alpha$$

$$14a \cdot a(1+2\frac{\cos \alpha}{1-\cos \alpha}) - a^2 - a^2 = a^2$$

$$b = a + 2a \cdot \frac{\cos \alpha}{1-\cos \alpha}$$

$$b = a(1+2\frac{\cos \alpha}{1-\cos \alpha})$$

$$b = a(1+2\frac{\cos \alpha}{1-\cos \alpha})$$

$$\frac{1-\cos \alpha}{1-\cos \alpha} + \frac{2\cos \alpha}{1-\cos \alpha} = \frac{1+\cos \alpha}{1-\cos \alpha}$$

$$14a^2\varphi - a^2 - a^2\varphi^2 = (a^2 + a^2\varphi^2 - 2a^2\varphi) \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha$$

$$14\varphi - 1 - \varphi^2 = \operatorname{tg}^2 \alpha + \varphi^2 \operatorname{tg}^2 \alpha - 2\varphi \operatorname{tg}^2 \alpha$$

$$\operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{14\varphi - 1 - \varphi^2}{1 + \varphi^2 - 2\varphi} =$$

$$= \frac{14 \cdot \frac{1+\cos \alpha}{1-\cos \alpha} - 1 - \frac{(1+\cos \alpha)^2}{(1-\cos \alpha)^2} \cdot (1-\cos \alpha)^2}{14 \cdot 2 \cdot \frac{1+\cos \alpha}{1-\cos \alpha} \left(\frac{1+\cos \alpha}{1-\cos \alpha} - 1 \right)^2 \cdot (1-\cos \alpha)^2} = \operatorname{tg}^2 \alpha$$

$$\cos \alpha = c \quad \sin \alpha = s$$

$$\frac{14(1+c)(1-c) - (1-c)^2 - (1+c)^2}{(1+c - 1+c)^2} = \operatorname{tg}^2 \alpha$$

$$\frac{14 \cdot s^2 - 1 + 2c - c^2 - 1 - 2c - c^2}{4} = \frac{s^2}{1}$$

$$14s^2 - 2c^2 - 2 = 4s^2$$

$$10s^2 - 2c^2 - 2 = 0$$

$$5s^2 - c^2 - 1 = 0$$

$$5s^2 - 1 + s^2 - 1 = 0$$

$$6s^2 = 2$$

$$s^2 = \frac{1}{3}$$

$$c^2 = 1 - s^2 = \frac{2}{3}$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{3}}$$

$$\frac{S_{\text{нов}}}{S_{\text{очн}}} = \frac{1}{c} = \sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$s = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\alpha = \arcsin \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{Ответ: } \sqrt{\frac{3}{2}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
12 ИЗ 12

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

25
48

625 + 324 - 30 \cdot 18 \cos \alpha

949 - 50 \cdot 18 \cos \alpha

949 - 50 \cdot 18

$$\cos(2\pi x + \pi) + \cos$$

$$\cos 2\pi x + \cos \pi x + \pi y =$$

$$= 2 \cdot \cos \frac{3\pi x + \pi y}{2} \cdot \cos \frac{\pi x - \pi y}{2} = 0$$

$$\frac{2 \sin 2\alpha \cdot 12,5 \cdot 9}{4 \cdot \cos \alpha} = \frac{2 \sin 12,5 \cdot 9}{4} = \frac{25 \cdot 9 \cdot 3}{4} = \frac{\pi x - \pi y}{2} = \frac{\pi + 2\pi h, n \in \mathbb{Z}}$$

$$\frac{3\pi x + \pi y}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi e$$

$$R \cdot (x+R) =$$

$$3\pi x + \pi y = \pi + 2\pi e$$



$$\cos^2 \pi x - \cos^2 \pi y = \cos^2 \pi x - \cos^2 \pi y = \cos^2 \pi x - \cos^2 \pi y$$

$$\cos^2 \pi x - \cos^2 \pi y = \cos^2 \pi x - \cos^2 \pi y$$

$$\cos^2 \pi x - \cos^2 \pi y = \cos^2 \pi x - \cos^2 \pi y$$

$$\cos(y+x) = \cos y \cdot \cos x - \sin y \cdot \sin x$$

$$180 - 2\alpha$$

$$\cos 2\pi x =$$

$$\sin^2 \pi x + \sin^2 \pi y = \cos^2 \pi x + \cos^2 \pi y = \cos^2 \pi x + \cos^2 \pi y$$

$$(S \sin^2 \pi x + S \sin^2 \pi y) = (S \cos^2 \pi x + S \cos^2 \pi y) = (S \cos^2 \pi x + S \cos^2 \pi y)$$

$$15(15+10) = X$$

$$\frac{5 \cdot 25}{36} = X$$

$$\frac{125}{12} = X$$



$$100 + 225 - 300 \cdot \frac{12}{15} = 100 + 225 - 240 = 85$$