



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 4

Х 1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:

- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
- B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 7,
- C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 1,
- произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.

Х 2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 4, а y — увеличить на 4. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 12xy$.

? Х 3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi y - \sin \pi x) \sin \pi y = (\cos \pi y + \cos \pi x) \cos \pi y$.

б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arccos \frac{x}{7} - \arcsin \frac{y}{4} > -\frac{\pi}{2}?$$

Х 4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 11 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

? Х 5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = 16$, $BP = 8$, $AC = 22$.

? Х 6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 4 \sin \alpha)(y - 4 \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 36. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Найдите угол наклона боковой грани пирамиды к плоскости её основания.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Если A — четырехзначное число, сдм. из одинаковых цифр, Это значит, что $A = 1111k$, где $1 \leq k \leq 9$. Число $A \cdot B \cdot C$ было четырехзначным, $A \cdot B \cdot C = 11 \cdot 101 \cdot k \cdot B \cdot C$, $B \cdot C$ должно быть равно $1111 \text{ или } l^2$, где $l \in \mathbb{Z}$ (k не может быть равно 11 или 101, тк это дви-знач. кв.). Поскольку C — двузначное число, то оно не может делиться на 101, следов., $C \neq 11$, а если $C \neq 11$, то $C=1$. Значит, $B:101$, а т.к. 7 есть в B , то $B=707$.
Числ, $B \cdot C = 7777 = 1111 \cdot l^2$, $l^2 = 7$, некое баж.
Значит, $A \cdot B \cdot C = 1111 \cdot k \cdot 7777 = 1111^2 \cdot 7k$,
 $7k$ дви-знач. квадратом только при $k=7$, или $1 \leq k \leq 9$. Значит $A=7777$.
Ответ: $A=7777$; $B=707$; $C=11$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy} = \frac{1}{x-4} + \frac{1}{y+4} + \frac{3}{(x-4)(y+4)} \quad 1 \text{ способ:}$$

$$\frac{y+x+3}{xy} = \frac{x-4+y+4+3}{(x-4)(y+4)} = \frac{y+x+3}{(x-4)(y+4)} \quad xy = (x-4)(y+4)$$

$$xy = xy + 4x - 4y - 16$$

$$4x - 4y - 16 = 0 \quad x - y = 4, \quad x = y + 4$$

$$M = (y+4)^3 - y^3 - 12y/y(y+4) = 4((y+4)^2 + y^2 + (y+4)y) - 12y^2 - 48y =$$

$$= 4(y^2 + 8y + 16 + y^2 + y^2 + 4y) - 12y^2 - 48y = 4(3y^2 + 12y + 16) - 12y^2 - 48y = 64$$

~~Ответ: M = 64~~ Ответ: M = 64

2 способ:

$$x = -y - 3$$

$$M = (-y-3)^3 - y^3 + 12y/y(y+3) = -(y+3)^3 + y^3 + 12y/y(y+3) = -(2y^3 + 27y + 81y^2 + 27) \quad \text{если } y - \text{параметр, то } x - \text{функция. В первом случае, значит, можно}$$

решили быль, значит, $M = 64$

Ответ: M = 64



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Теперь рассмотрим случай, когда $3x-y$ не является целым.

Зададим, что если x -цел., y -дробь, то $3x-y$ является дробью, а если x -дробь, y -цел., то $3x-y$ тоже является дробью.

Значит, всего пар целых $(x; y)$, удовл. данному неравенству, будет 67.

Ответ: а) чтобы числа x и y , удалить. Хотя бы из которых

один:

1) $x+y$ - целое число

2) $\frac{3x-y}{3}$ - целое число.

$\frac{3x-y}{3}$

б) 67 пар.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2) (\sin ny - \sin nx) \sin ny = (\cos ny + \cos nx) \cos ny$$

$$\sin^2 ny - \sin nx \sin ny - \cos^2 ny - \cos nx \cos ny = 0$$

$$-\cos 2\pi y - \cos(\pi x - \pi y) = 0$$

$$\cos 2\pi y + \cos(\pi x - \pi y) = 0$$

$$2 \cos \frac{3\pi y - \pi x}{2} \cos \frac{\pi y + \pi x}{2} = 0$$

$$\left[\frac{3\pi y - \pi x}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \right] . \quad \left[3y - x = \frac{1}{2} + 2k, k \in \mathbb{Z} \right]$$

$$\frac{\pi y + \pi x}{2} = \frac{\pi}{2} + n\pi, \text{ l6z} \quad \left\{ \begin{array}{l} y+x=1+2n, \text{ l6z} \end{array} \right.$$

Upak, y Mac nagsagam bee ~~zawa~~ ^{zawa} I u y mame, ~~zawa~~ zawa
yogement y + x palm Herpestes zawa, mbo 3 y - x palm Herpestes
zawa.

$$\text{d) } \arccos \frac{x}{7} - \arcsin \frac{4}{7} > -\frac{\pi}{2} \quad \left(\begin{array}{l} |x| \leq 7 \\ |y| \leq 4 \end{array} \right)$$

$$\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{2}{7} - \arcsin \frac{4}{5} > -\frac{\pi}{2}$$

$$\arcsin \frac{x}{7} + \arcsin \frac{y}{4} < \pi$$

Pazsérren végzett körül
y gyer kereped ~~széles~~ zárt:

Еще X-тер. звено, но γ-режим, или, каскадом.

(neck. $-\frac{\pi}{2} \leq \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$, m. $\arcsin \frac{x}{8} + \arcsin \frac{t}{4} < \pi$ rum undax gogen).

$x = y$, ge w.m. $x = 7, y = 4$).

Биринчи, ал тоңдер. Түншіке практик. $[-7; 7]$: иккегем

$$\frac{7+7+4}{7} \left(\frac{7-1}{2} + 1 \right) \cdot 2 = 8, \text{ Mergə zəmənəd 7 növədən 8 mənzərəsi mövcud}.$$

Но синтаксис как-то не стоит. Жаль же это - $[-Y; Y]$: на самом деле

$$\left\{ \frac{4}{2} \cdot 2 + 1 = 5, \text{ moga kvar. räkna bryggen } 4+4-1-5=4 \right.$$

Jörge kan-bo nap förem 8.5 + 7.4 - 1 = 67.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. Жужи m -чл. кл-са учеников в классе, k -чл-са билетов, тогда возможных исходов $\binom{k}{m}$, а благоприятных $\binom{k-2}{m-2}$.

(~~кто-то, кроме Лены и Васи~~ к-ло способ распред. $k-2$ билетов на $m-2$ человек). Тогда,

$$\text{вероятность события } P = \frac{\binom{k-2}{m-2}}{\binom{k}{m}} = \frac{(m-2)!}{(k-2)!(m-2-k+2)!} = \frac{m!}{k!(m-k)!}$$

$$= \frac{(m-2)! \cdot k! \cdot (m-k)!}{(k-2)!(m-k)! \cdot m!} = \frac{k(k-1)}{m(m-1)}$$

Учеников было 4 билета, след. вероятность попасть на концерт ~~наст. мес~~ месяце была $\frac{12}{m(m-1)}$. Её концу месяца вероятность

увеличилась в 11 раз, следовательно, вероятность стала равна $\frac{132}{m(m-1)}$

$$k^2 - k - 132 = 0$$

$$\Delta = 1 + 528 = 23^2$$

$$k_1 = \frac{1+23}{2} = 12 \quad \cancel{12 \text{ для некой вероятности. Значит, если к}}$$

$$k_2 = \frac{1-23}{2} = -11 < 0$$

то есть, при 12 билетах можно быть

какой месяце было вероятность 12 билетов.

Ответ: 12 билетов

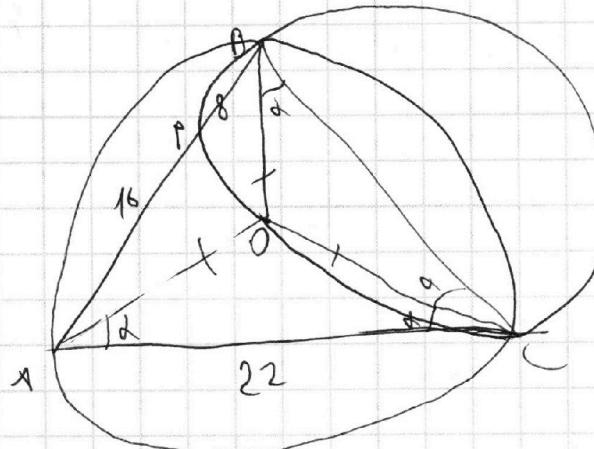


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано:

$$O - \text{ц. окр. } W_1$$

$$W_2 \cap AB = P$$

$$AP = 16$$

$$BP = 8$$

$$AC = 22$$

$$S_{\triangle ABC} = ?$$

Решение:

Из условия $\angle OBC = \alpha$, следовательно по теореме о касательной и секущей $\angle OCB = \angle OCA = \angle OAD = \alpha$, $AB = OB = OC = r$

$$\Delta AOC \sim \Delta BOC \Rightarrow AC = BC = 22.$$

~~$$\cos \angle BAC = \frac{24^2 + 22^2 - 22^2}{2 \cdot 24 \cdot 22} = \frac{4}{11}$$~~

~~$$\alpha = \angle A + \angle B = 24 \Rightarrow \text{по теореме косинусов}$$~~

$$= \frac{24}{44} = \frac{6}{11} \Rightarrow \sin \angle BAC = \frac{\sqrt{85}}{11}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 22 \cdot \frac{\sqrt{85}}{11} = 24\sqrt{85}$$

~~$$AB = 24 \Rightarrow \text{по теореме}$$~~

$$\cos \angle BAC = \frac{24^2 + 22^2 - 22^2}{2 \cdot 24 \cdot 22} =$$

Ответ: $24\sqrt{85}$

I-

I-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

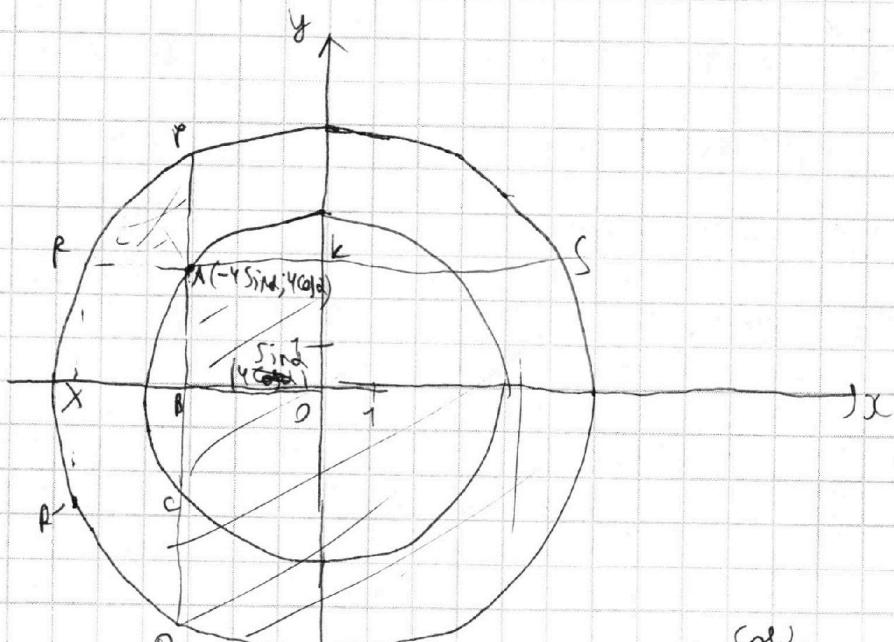
СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} (x+4\sin\alpha)(y-4\cos\alpha) \leq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 36 \end{cases}$$

Д. Первое уравнение
задает область
Второе уравнение системы
задает круг радиусом 6, т.e.

Первое уравнение системы задает 2 области, заданными
условиями $\begin{cases} x \leq -4\sin\alpha \\ y \geq 4\cos\alpha \end{cases}$ и $\begin{cases} x \geq -4\sin\alpha \\ y \leq 4\cos\alpha \end{cases}$



Задача. $AO=OC=r$, $\angle BOA=\alpha$, $\angle BOC=\beta$, $\angle BSC=\gamma$, $\angle BCK=\delta$, а

$$BQ = \sqrt{36 - 16\sin^2\alpha}, \quad BP = \sqrt{36 - 16\sin^2\beta}, \quad RK = \sqrt{36 - 16\sin^2\gamma}, \quad KS = \sqrt{36 - 16\sin^2\delta}, \quad RS = \sqrt{36 - 16\sin^2\delta}$$

$$Получаем PQ+RS = 2(\sqrt{36 - 16\sin^2\alpha} + \sqrt{36 - 16\sin^2\beta} + \sqrt{36 - 16\sin^2\gamma} + \sqrt{36 - 16\sin^2\delta})$$

Мы видим, что $PQ+RS = 2(AB+BC+AC)$. Т.к. $AB=BC=AC$, то $PQ+RS = 4AB$.

$$Зададим, что XR=xR'=AB=BC=AC, \quad \text{а} \quad PK=XO$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

тогда $R \rightarrow R'$ прилож. баланси орт., и $R'Q = 6$, значит,
 $\Delta R'PQ = \sqrt{R'Q^2}$, $\Delta R'P + \Delta Q'S = \sqrt{R'S^2} = \pi R = 6\pi$.

Так Вспомним макс. значение функции $f(t) = 2(\sqrt{3t+16\cos^2\alpha} +$

$$+\sqrt{3t+16\cos^2\alpha}) = \cancel{\text{Максимум } t=16\cos^2\alpha}, \quad g(t) = \sqrt{3t+16\cos^2\alpha} - 2(\sqrt{20+16\cos^2\alpha} + \sqrt{36-16\cos^2\alpha})$$

Максимум $t=16\cos^2\alpha$, $g(t) = \sqrt{20+t} + \sqrt{36-t}$, тогда $g'(t) = \frac{1}{2\sqrt{20+t}} - \frac{1}{2\sqrt{36-t}} = 0$,

$\sqrt{20+t} = \sqrt{36-t}$, $t=8$, значит, f принял макс. значение при $\cos^2\alpha = \frac{1}{2}$,

$\cos\alpha = \frac{1}{2}$, и это будет равно $2(\sqrt{28} + \sqrt{28}) = 8\sqrt{28} = 8\sqrt{7}$, а

макс. периметр фигуры $P = 8\sqrt{7} + 6\pi$, и он достиг макс при $\cos^2\alpha = \frac{1}{2}$

т.е. при $\cos\alpha = 0$, $\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$.

Ответ: макс. $P = 8\sqrt{7} + 6\pi$, достигн. при $\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$(\sin \pi y - \sin \pi x) \sin \pi y = (\cos \pi y + \cos \pi x) \cos \pi y \quad \sin \pi y - \sin \pi x = 2 \sin \frac{\pi y - \pi x}{2} \cos \frac{\pi y + \pi x}{2}$$

$$2 \sin \frac{\pi y - \pi x}{2} \cos \frac{\pi y + \pi x}{2} \sin \pi y = 2 \cos \frac{\pi y + \pi x}{2} \cos \frac{\pi y - \pi x}{2} \cos \pi y$$

$$2 \cos \frac{\pi y + \pi x}{2} \left(\sin \frac{\pi y - \pi x}{2} \sin \pi y - \cos \frac{\pi y - \pi x}{2} \cos \pi y \right) = 0$$

$$2 \cos \frac{\pi y + \pi x}{2} \cos \frac{3\pi y - \pi x}{2} = 0$$

$$(x_0; 1+k-2l)$$

$$(x_0; \frac{1+k+2l}{3})$$

$$\cancel{x+y=0}$$

$$\begin{cases} y+x=1+k \\ 3y-2=1+k \end{cases} \quad \begin{cases} y=1+k-x \\ y=\frac{1+k+2l}{3} \end{cases}$$

$$-7 \leq x \leq 7$$

$$k+1-k-x \leq 4$$

$$x \neq 7$$

$$1+k-x \neq 4$$

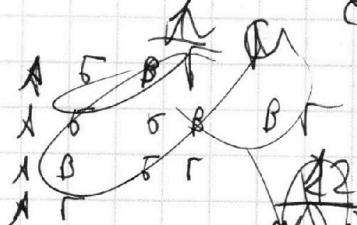
$$\arccos \frac{x}{4} - \arcsin \frac{y}{4} > -\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{y}{4} - \arccos \frac{x}{4} > -\frac{\pi}{2}$$

$$\arcsin \frac{x}{4} + \arcsin \frac{y}{4} < \pi$$

$$\arcsin \frac{x}{4} + \arcsin \frac{y}{4} < \pi$$

$$4 \quad 3$$



$$\frac{C^2}{C_m} \cdot \frac{11}{12} = \frac{C^2}{C_m}$$

$$\frac{1}{C^2} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{C_m}$$

$$\frac{C^2}{C_m} \cdot \frac{3}{m} = \frac{12}{m^2}$$

$$\frac{1}{C^2} \cdot \frac{4}{4} = \frac{1}{C_m}$$

$$\frac{C^2}{C_m} = \frac{(m-2)!}{2! \cdot (m-4)!} =$$

$$= \frac{(m-2)!}{2! \cdot (m-4)!} \cdot \frac{2! \cdot (m-2)!}{m!} =$$

$$\frac{C^2}{C_m} = \frac{(m-2)!}{2! \cdot (m-4)!} =$$

$$\frac{(m-2)!}{4! \cdot (m-4)!} =$$

$$\begin{aligned} &= \frac{(m-2)!^2}{m! \cdot (m-4)!} = \\ &= \frac{(m-3)(m-2)(m-2)!}{m!} = \frac{(m-3)(m-2)}{m(m-1)} \\ &= \frac{(m-2)!}{2! \cdot (m-4)!} \cdot \frac{(m-4)! \cdot 4!^2}{m!} = \frac{12}{(m-1)m} \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$A = 1111 \text{ км}$$

$$1 \cdot B \cdot C = 11 \cdot 101 \cdot B \text{ км} \cdot B \cdot C$$

$$707 \cdot 11 \cdot 11$$

$$B : 101$$

$$L \cdot B \cdot C = 11 \cdot 101 \cdot m^2$$

$$(7777 \\ 707 \\ 11)$$

$$C : 11$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy} = \frac{1}{x-y} + \frac{1}{y+x} + \frac{3}{(x-y)(y+x)}$$

$$xy = (x-y)(y+x)$$

$$\frac{y+x+3}{xy} = \frac{y+y+x-y+3}{(x-y)(y+x)}$$

$$xy = xy + 4x - 4y - 16$$

$$x = y + 4$$

$$4 \Rightarrow x - y = 4$$

$$\begin{aligned} \cancel{\frac{1}{y+y} + \frac{1}{y} + \frac{3}{y(y+y)}} &= \cancel{\frac{1}{y} + \frac{1}{y+y}} & (y+y)^3 - y^3 - 12y(y+y) = \\ &= -4(y^2 + 2y + 16 + y^2 + 2y(y+y)) - 12y^2 - 48y = \\ &= 4((y+y)^2 + y^2 + y(y+y)) - 12y(y+y) = 4(y^2 + 8y + 16 + y^2 + y^2 + 4y) - 12y^2 - 48y = \\ &= 4(3y^2 + 12y + 16) - 12y^2 - 48y = 64 \end{aligned}$$

$$\log_2 + \log_8 = 2 \cos \frac{\pi}{2} \cos \frac{d-\theta}{2}$$

$$(\sin \pi y - \sin \pi x) \sin \pi y = (\cos \pi y + \cos \pi x) \cos \pi y$$

$$\sin^2 \pi y - \sin \pi x \sin \pi y - \cos^2 \pi y - \cos \pi x \cos \pi y = 0$$

$$-\cos 2\pi y - \cos(\pi x - \pi y) = 0$$

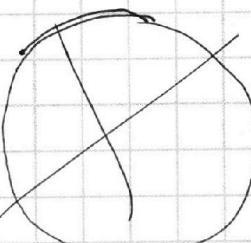
$$\cos 2\pi y + \cos(\pi y - \pi x) = 0$$

$$2 \cos \frac{3\pi y - \pi x}{2} \cos \frac{\pi y + \pi x}{2} = 0$$

$$y = 1 + k - xc$$

$$-\frac{1}{y-3} + \frac{1}{y} - \frac{3}{y(y+3)} = 0$$

$$\frac{1}{-y^2+7} +$$



$$\begin{cases} 3y - x = 1 + k, \\ y + x = 1 + k, \end{cases} \text{LG 2}$$

$$\begin{cases} \frac{\pi}{2}(3y - x) = \frac{\pi}{2}(1 + k), \\ \frac{\pi}{2}(y + x) = \frac{\pi}{2}(1 + k), \end{cases} \text{LG 2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} (x+4\sin\alpha)(y-4\cos\alpha) \leq 0 \\ x^2+y^2 \leq 36 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (\sin\pi y - \sin\pi x) \sin\pi y &= \\ &= (\cos\pi y + \cos\pi x) \cos\pi y \end{aligned}$$

$$\sin^2\pi y - \sin^2\pi x$$

$$\cos\pi y \cos\pi x + \cos(\pi x - \pi y) = 0$$

$$2\cos\frac{\pi y + \pi x}{2} \cos\frac{3\pi y - \pi x}{2} = 0$$

$$\begin{cases} y+x = 1+2k, k \in \mathbb{Z} \\ 3y-x = 1+2l, l \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{array}{cccc} 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 0.6 & 0.8 & & \end{array}$$

$$\arccos\frac{x}{7} - \arcsin\frac{y}{4} > -\frac{\pi}{2}$$

sin ~~cos~~

$$\Rightarrow \arccos\frac{x}{7} + \arcsin\frac{y}{4} < \pi$$

$$\begin{array}{ccccccc} -7 & -5 & -3 & -1 & 1 & 3 & 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} 7 & 4 & 2 & 0 & -2 & -4 & -7 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} 5 & 4 & 2 & 0 & -2 & -4 & -7 \end{array}$$

$$5 \cdot 6 + 4 = 34$$

$$34 + 7 \cdot 16 = 150$$

$$34 - 2 = 14$$

$$\begin{array}{ccccccc} 7 & 2 & 0 & -2 & -4 & -3 & -6 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} 5 & 4 & 2 & 0 & -2 & -4 & -7 \end{array}$$

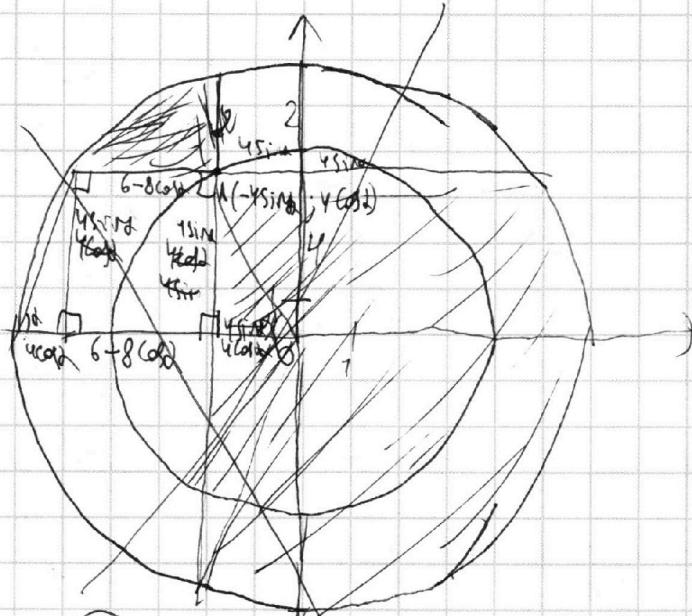
$$y = \cancel{x+1+2l}$$

$$\cancel{7} - 4 + 7.5$$

$$\begin{array}{ccccccc} 7 & 4 & 3 & 5 & 0 & -2 & -4 \end{array}$$

$$7.5 - 3 - 1 - 1 - 3 - 5 - 7$$

$$8 \cdot 5 + 7 \cdot 4 - 1 = 67$$



$$(1+2k-x_0)$$

$$3(1+2k-x_0) - 7k = 1+2l$$

$$3+6k-4x_0-1-2l=0$$

$$2+6k-4x_0-2l=0$$

$$\begin{array}{ccccccc} -6 & -4 & -3 & 0 & 2 & 4 & 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} 5 & 4 & 2 & 0 & -2 & -4 & -7 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} 5 & 4 & 2 & 0 & -2 & -4 & -7 \end{array}$$

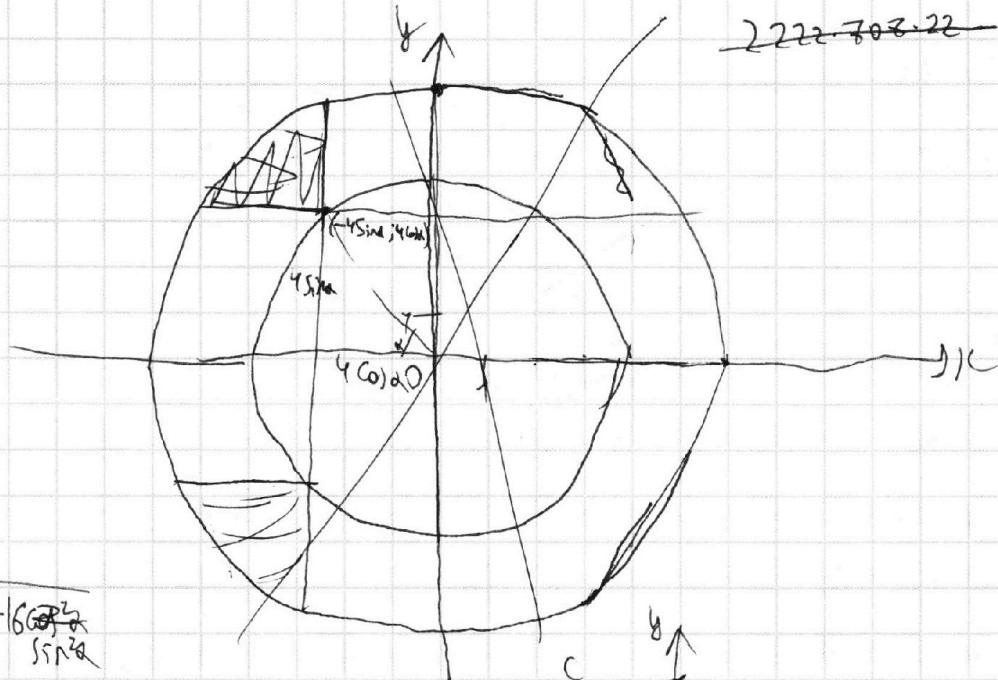


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{36-16\cos^2\alpha} \\ \sin\alpha$$

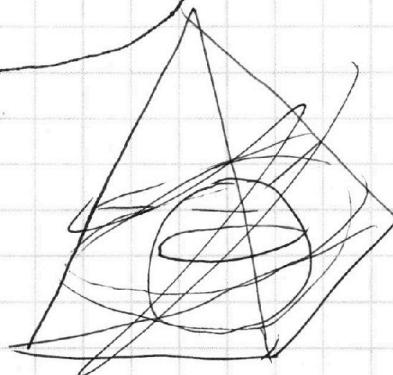
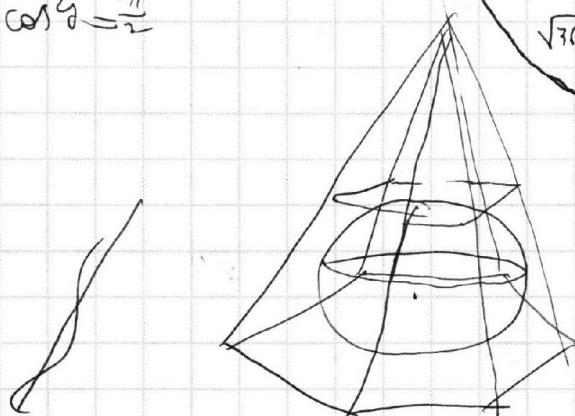
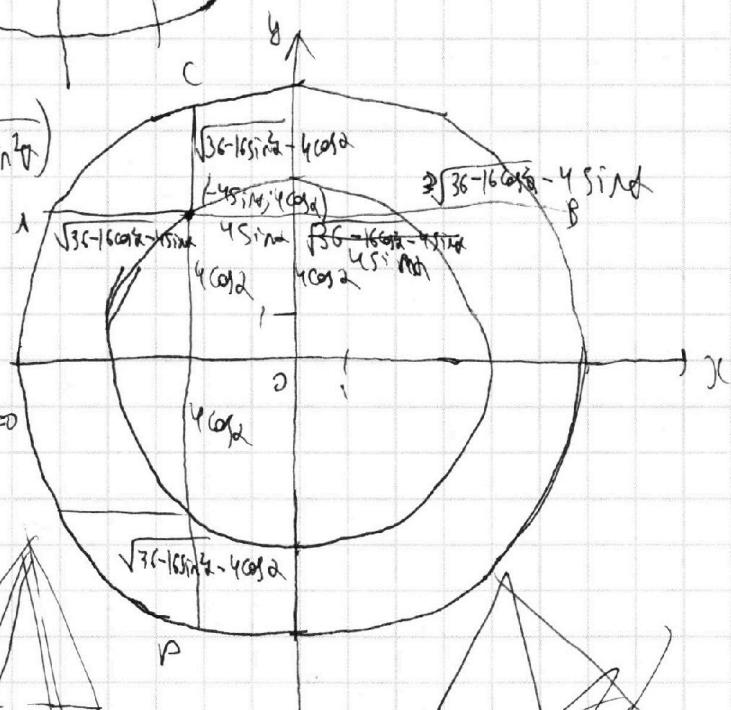
$$AB+CD=2\left(\sqrt{36-16\cos^2\alpha}+\sqrt{36-16\sin^2\alpha}\right)$$

$$\sqrt{36-16\cos^2\alpha}+\sqrt{20+16\cos^2\alpha} \\ \delta=16\cos^2\alpha$$

$$(16)\sqrt{36-\delta}+\sqrt{20+\delta}$$

$$f'(f)-f'(f)=\frac{-1}{2\sqrt{36-\delta}}+\frac{1}{2\sqrt{20+\delta}}=0$$

$$3^2-\delta=8 \\ \cos^2\alpha=\frac{1}{2}$$



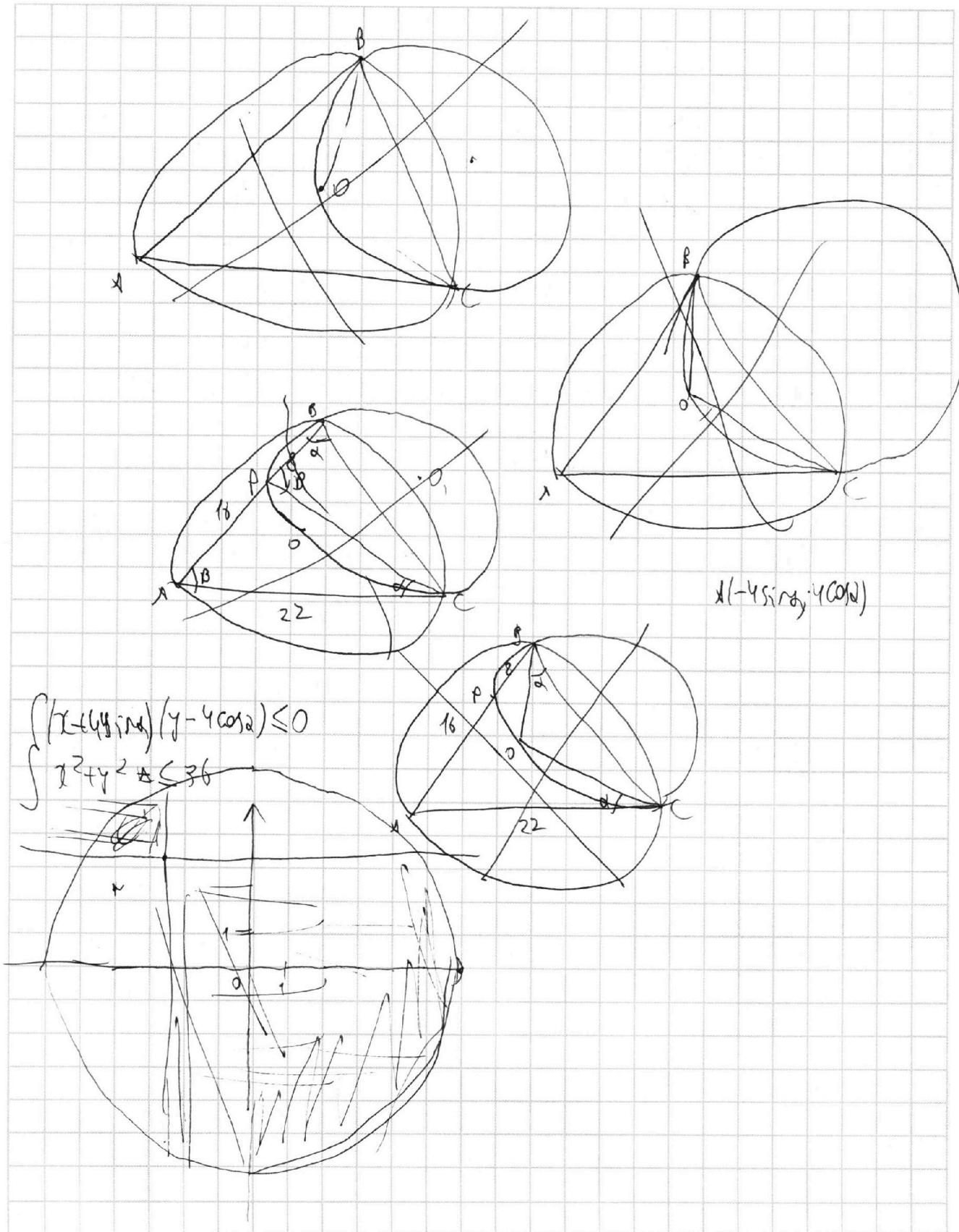


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



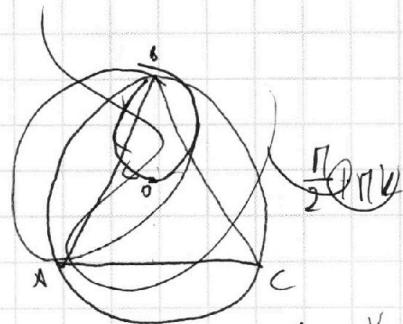
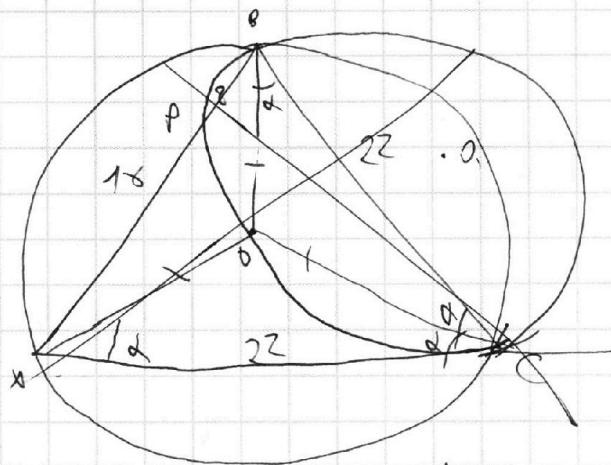


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$(\sin \pi y - \cos \pi x) \sin \pi y = (\cos \pi y + \cos \pi x) \cos \pi y$$

$$\sin^2 \pi y - \sin \pi x \sin \pi y - \cos^2 \pi y - \cos \pi x \cos \pi y = 0$$

$$\sin \cos 2\pi y + \cos(\pi \pi x \pi y) = 0$$

$$2 \cos \frac{3\pi \pi x}{2} \cos \frac{\pi \pi + \pi x}{2} = 0$$

$$\begin{cases} 3y + x = 1 + 2k, k \in \mathbb{Z} \\ y + x = 1 + 2l, l \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \frac{1+2k+x}{3}, k \in \mathbb{Z} \\ y = 1+2l-x, l \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

