



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 1,
 - C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 5,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 3, а y — увеличить на 3. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 9xy$.
3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x - \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$.
- б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arccos \frac{x}{4} + \arccos \frac{y}{9} < 2\pi?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 3,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = \frac{16}{5}$, $BP = 2$, $AC = 4$.
6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x - 2 \cos \alpha)(y - 2 \sin \alpha) \geq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 9. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Найдите угол наклона бокового ребра пирамиды к плоскости её основания.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~ 1.

Пусть A это ~~число~~ ^{где a - какая-то цифра отличная от 0.} $\overline{aaaa}$, тогда $A = a \cdot 1111 = a \cdot 11 \cdot 101$.

Т.к. $A \cdot B \cdot C = n^2$, где $n \in \mathbb{N}$, то степень вхождения каждого делителя в произведение $A \cdot B \cdot C$ чётна, т.к. 101 - простое

число, то $B \cdot C$ делится на 101 . C - двузначное число $\Rightarrow 101 > C > 0$

Значит $C : 101 \Rightarrow B : 101$. ^{$B > 0$} Все трёхзначные числа, делящиеся на 101 : $101, 202, 303, 404, 505, 606, 707, 808, 909$. Среди них только одно число содержит 1. Это число 101 . Значит $B = 101$, Т.к.

$a = 11$, а в произведении $A \cdot B \cdot C$ 11 входит в чётной степени и 11 - простое число, то $B \cdot C : 11$, но $B = 101$, а $101 \not\vdots 11$, значит $C : 11$.

Двузначное число делящееся на 11 и содержащее 5 равно 55 .

Это число 55 . $\Rightarrow C = 55$. Подставим значения A, B, C в произведение $A \cdot B \cdot C$. $A \cdot B \cdot C = a \cdot 11 \cdot 101 \cdot 101 \cdot 5 \cdot 11 = n^2$. Чтобы произведение было квадратом 5 должно входить в это произведение в чётной степени, 5 - простое число. ^{Значит 11 и 101 взаимно просты с 5 .}

Значит на 5 может делиться только a , но a может принимать значения из $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Только одно значение делится на 5 . $\Rightarrow a = 5$. Значит $A = 5555, B = 101, C = 55$

Ответ: $(5555; 101; 55)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy}$ (1) ^{н2.} По условию сказано, что если x уменьшить на 3, а y — увеличить на 3, то значение выражения не изменится.

Значит $K = \frac{1}{x-3} + \frac{1}{y+3} + \frac{1}{(x-3)(y+3)}$ (2) Т.к. оба значения выражений (1) и (2) равны, то приравняем эти выражения. Получим:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy} = \frac{1}{x-3} + \frac{1}{y+3} + \frac{1}{(x-3)(y+3)} \Leftrightarrow \frac{y+x+1}{xy} = \frac{y+3+x-3+1}{(x-3)(y+3)} \quad (*)$$

$$\Leftrightarrow (y+x+1) \left(\frac{1}{xy} - \frac{1}{(x-3)(y+3)} \right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y+x+1=0 \\ (x-3)(y+3)-xy=0 \\ xy \neq 0 \\ (x-3)(y-3) \neq 0 \end{cases} \quad (**)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -x-1 \\ y = x-3 \\ x \neq 0 \\ y \neq 0 \\ (x-3)(y-3) \neq 0 \end{cases}$$

~~Подставим в выражение $M = x^3 - y^3 - 9xy$ значение $y = -x-1$.~~

~~$M = x^3 - (-x-1)^3 - 9x(-x-1) = x^3 - (x^3 + 3x^2 + 3x + 1) + 9x^2 + 9x = 2x^3 + 12x^2 + 12x + 1$~~

Т.к. $x > 0$ и $y > 0$ по условию, то $y = -x-1$ не может быть. ~~но~~ потому что, если $x > 0$, то $-x < 0$, $-x-1 < -1$, то есть $y < -1$, но $y > 0$ по условию. Значит подходит только $y = x-3$. Подставим в выражение $M = x^3 - y^3 - 9xy$ значение $y = x-3$. Получим: $M = x^3 - (x-3)^3 - 9x(x-3) = x^3 - x^3 + 9x^2 - 27x + 81 - 9x^2 + 27x = 81$. Значит M может принимать значение 81.

Ответ: 81.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin \pi x - \sin \pi y = 2 \sin \frac{\pi(x-y)}{2} \cdot \cos \frac{\pi(x+y)}{2} \quad \text{вз. а)}$$

$$\cos \pi x + \cos \pi y = 2 \cos \frac{\pi(x+y)}{2} \cdot \cos \frac{\pi(x-y)}{2}$$

$$(\sin \pi x - \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x \Leftrightarrow \sin \frac{\pi(x-y)}{2} \cdot \cos \frac{\pi(x+y)}{2} \cdot \sin \pi x = \cos \frac{\pi(x+y)}{2} \cdot \cos \frac{\pi(x-y)}{2} \cdot \cos \pi x$$

$$\Leftrightarrow \sin \pi x = \cos \frac{\pi(x+y)}{2} \cdot \cos \frac{\pi(x-y)}{2} \cdot \cos \pi x \Leftrightarrow \cos \frac{\pi(x+y)}{2} \left(\sin \frac{\pi(x-y)}{2} \cdot \sin \pi x - \cos \frac{\pi(x-y)}{2} \cdot \cos \pi x \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos \frac{\pi(x+y)}{2} \cdot \left(-\cos \left(\frac{\pi(x-y)}{2} + \pi x \right) + \cos \left(\frac{\pi(x-y)}{2} - \pi x \right) \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos \frac{\pi(x+y)}{2} \cdot \left(-\cos \left(\frac{\pi(x-y)}{2} + \pi x \right) + \cos \left(\frac{\pi(x-y)}{2} - \pi x \right) \right) = 0 \Leftrightarrow \cos \frac{\pi(x+y)}{2} = 0$$

$$\cos \left(\frac{\pi(x-y)}{2} + \pi x \right) = 0 \Leftrightarrow \cos \pi(x+y) = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos \frac{\pi(x+y)}{2} \cdot \cos \frac{\pi(3x-y)}{2} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos \frac{\pi(x+y)}{2} = 0 \\ \cos \frac{\pi(3x-y)}{2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\pi(x+y)}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ \frac{\pi(3x-y)}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x+y = 1+2k, k \in \mathbb{Z} \\ 3x-y = 1+2n, n \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x = 2 + 2(k+n), k, n \in \mathbb{Z} \\ x+y = 1+2k, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} + \frac{k+n}{2}, k, n \in \mathbb{Z} \\ y = \frac{1}{2} + \frac{5k-n}{2}, k, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Т.к. $k \in \mathbb{Z}$ и $n \in \mathbb{Z}$, то $k+n \in \mathbb{Z}$, обозначим $k+n$ за m
 $(m+k+n) \Rightarrow m \in \mathbb{Z}$. $5k-n \in \mathbb{Z}$, т.к. $5k \in \mathbb{Z}$ и $n \in \mathbb{Z}$
 Пусть $l = 5k-n \Rightarrow l \in \mathbb{Z}$.
 Тогда $x = \frac{1}{2} + \frac{m}{2}$, $m \in \mathbb{Z}$~~

Ответ: $(\frac{1}{2} + \frac{k+n}{2}; \frac{1}{2} + \frac{5k-n}{2})$ $k, n \in \mathbb{Z}$.

б) $\arccos z \in [0; \pi]$; значит сумма двух арккосинусов не превосходит 2π . Значит подходят все значения x и y подходящие по области определения, кроме того случая, когда оба α -арккосинуса равны π .

$$-1 \leq \frac{x}{4} \leq 1 \Leftrightarrow -4 \leq \frac{1}{2} + \frac{k+n}{2} \leq 4 \Leftrightarrow -8 \leq 1+k+n \leq 8 \Leftrightarrow -9 \leq k+n \leq 7. \quad (1)$$

$$-1 \leq \frac{y}{9} \leq 1 \Leftrightarrow -9 \leq \frac{1}{2} + \frac{5k-n}{2} \leq 9 \Leftrightarrow -18 \leq 1+5k-n \leq 18 \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow -19 \leq 5k-n \leq 17$ (2). Сложим двойное неравенство (1) и двойное неравенство (2). Получим

$$-28 \leq 6k \leq 24 \Leftrightarrow -4\frac{2}{3} \leq k \leq 4, \text{ т.к. } k \in \mathbb{Z}, \text{ то } k \text{ может принимать}$$

9 различных значений $(-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4)$

$-9 \leq k+n \leq 7 \Leftrightarrow -35 \leq -5k-n \leq 45$ (3). Теперь сложим двойное неравенство (2) и (3). Получим $-54 \leq -6n \leq 62 \Leftrightarrow -10\frac{1}{3} \leq n \leq 9$. Т.к. $n \in \mathbb{Z}$, то n может принимать 20 различных значений. Проверим может ли одновременно выполняться $\frac{x}{4} = -1$ и $\frac{y}{9} = -1$

~~$-4 \leq k+n \leq 7$ и $-35 \leq -5k-n \leq 45$ сложим двойное неравенство (1) и (3). Получим $-39 \leq -4k \leq 52 \Leftrightarrow -12\frac{3}{4} \leq k \leq 13$. Т.к. $k \in \mathbb{Z}$, то k может принимать 26 различных значений. Проверим может ли одновременно выполняться $\frac{x}{4} = -1$ и $\frac{y}{9} = -1$~~

Т.к. k и n независимые переменные, то $k \leq 3$ т.к. $k \leq 4$, и $k+n \leq 7$. Аналогично $25 \leq k$. Значит n не



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черпунком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4.

Пусть одиннадцатиклассников — n человек, тогда. кол-во способов изначально раздать билеты в начале месяца равно C_n^4 , а кол-во способов раздать билеты в начале месяца так чтобы Пете и Вась поехали равно C_{n-2}^2 , т.к. ~~из оставшихся~~ Пете и Вась м.б. биле-
 ты тоже дадим, значит надо выбрать еще двух людей из оставшихся.
 Посчитаем вероятность того, что Пете и Вась получат билеты в начале
 месяца. $P_n = \frac{C_{n-2}^2}{C_n^4} = \frac{(n-2) \cdot (n-3)}{2} : \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4!} = \frac{12}{n(n-1)}$

Когда ~~д~~ Пусть билетов прибавилось на k к концу месяца, тогда
 вероятность того что Пете и Вась поедут на концерт в конце месяца
 равна $P_k = \frac{C_{n-2}^{2+k}}{C_n^{4+k}} = \frac{(n-2) \cdot (n-3) \cdot \dots \cdot (n-3-k)}{(2+k)!} : \frac{n(n-1) \cdot \dots \cdot (n-4-k)}{(4+k)!}$

$$= \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-3-k)}{(4+k)!} = \frac{(4+k)!}{(2+k)! \cdot n \cdot (n-1)} = \frac{(4+k)(3+k)}{n \cdot (n-1)}$$

по условию $P_n \cdot 3,5 = P_k$. Подставим вместо P_n и P_k формулы, которые
 мы получили, получим: $\frac{12}{n \cdot (n-1)} \cdot \frac{7}{2} = \frac{(4+k)(3+k)}{n \cdot (n-1)}$ ($\Rightarrow$)

$$\Leftrightarrow 42 = 12 + 7k + k^2 \Leftrightarrow k^2 + 7k - 30 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} k = 3 \\ k = -10 \text{ не подходит т.к. } k \geq 0 \end{cases}$$

Значит $k=3$. Значит кол-во билетов увеличили на 3. Значит в конце
 месяца было всего $4+3=7$ билетов

Ответ: 7 билетов.

Ответ: $S_{ABC} = \frac{13\sqrt{39}}{10}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6.

$$\begin{cases} (x - 2\cos\alpha)(y - 2\sin\alpha) \geq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 9 \end{cases} \quad (1)$$

Реш. В первом неравенстве в системе верно, если обе скобки больше 0 или обе скобки меньше 0. Рассмотрим

$$\begin{cases} x \geq 2\cos\alpha \\ y \geq 2\sin\alpha \\ x^2 + y^2 \leq 9 \end{cases}$$

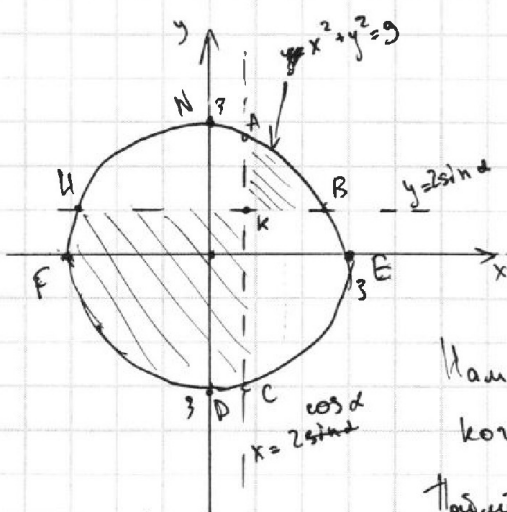
Или

$x^2 + y^2$ — уравнение окружности

И т.к. α задано, то

$2\cos\alpha$ — это кака-то прямая

Решим.



Нарисуем на координатной плоскости график $x^2 + y^2 = 9$, всё что все точки, находящиеся внутри него подходят по условию уравнения (1) в исходной системе

Нам подходит заштрихованная область, найдем когда периметр таких фигур будет максимальным.

Найдем, что при любом расположении прямых в

периметр входит половина длины окружности. Обозначим точки как показано на рисунке. $AN = DC$, т.к. $ACND$ — аналогично $BE = FH$. И получается, что $HC + AB = FD + NE$, а это ровно половина длины окружности, значит чтобы достичь максимального периметра нам надо сделать длину хорды как можно больше. Максимальный периметр будет при $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{4}$, $k \in \mathbb{Z}$, в этом случае $M = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 3 + 4\sqrt{2} = 3\pi + 4\sqrt{2}$.

Или эквивалентно

$$x^2 = 4\cos^2\alpha \quad y^2 = 9 - 4\cos^2\alpha, \quad \text{т.к. } x^2 = 9 - 4\sin^2\alpha \quad \text{надо чтобы } x \text{ и } y \text{ симметричны}$$

Ответ $3\pi + 4\sqrt{2}$ при $\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{4}$, $k \in \mathbb{Z}$

$$9 - 4\sin^2\alpha = 5 + 4\cos^2\alpha$$

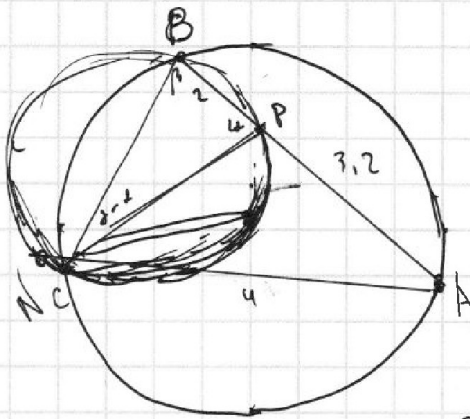


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$PS \rightarrow CP = PA$
 $AP \cdot AB$
по внешнему углу
 $\angle P \downarrow$
 $\cos \alpha$

$$AP = 3,2$$

$$\frac{4 \cdot 3,2 \cdot 5,2 \cdot 4}{5 \cdot 9} = AN$$

$$\frac{4 \cdot 26}{25} = \frac{104}{25}$$

$$= 4 \frac{4}{25} = 4,16$$

$\sin d = ?$ или $BC = ?$ $2R$

$$\frac{BC}{\sin d}$$

$$\begin{aligned} x &\geq 2 \cos d \\ x^2 &\geq 4 \cos^2 d \\ y^2 &\geq 4 \sin^2 d \end{aligned}$$

$$\sin d = \sin(180^\circ - \beta - \gamma)$$

$2R$
 $4(\cos d + \sin d) \leq \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 9}{\sin 180^\circ (\sin(\beta + \gamma))} - \cos \beta$
 $\sin(180^\circ - \beta) \cdot \cos \gamma - \sin \gamma \cdot \cos(180^\circ - \beta)$

$$\sin \beta \cdot \cos \gamma + \sin \gamma \cdot \cos \beta$$

$$\sin \beta \cdot \cos \gamma + 1,3 \sin \beta \cdot \cos \beta$$

$$\sin \beta (\cos \gamma + 1,3 \cos \beta)$$

$n = -gk$
 $n + k = -g$

$$\frac{4}{\sin \beta} = \frac{5,2}{\sin \gamma}$$

$$\frac{\sin \gamma}{\sin \beta} = 1,3$$

$$\frac{BC}{\sin d} = \frac{4}{\sin \beta}$$

$$\frac{CP}{\sin \beta} = \frac{BC}{\sin 2\alpha} = \frac{BC}{2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}$$

$$\Rightarrow CP = \frac{2}{\cos \alpha}$$

$$\frac{CP}{\sin \beta} = \frac{2}{\sin \beta \cdot \cos \alpha}$$

$$\frac{BC}{\sin d}$$

$$CB^2 = 2R^2 - 2R^2 \cdot \cos 2\alpha$$

$$\frac{R}{\sin(90^\circ - \alpha)} = 2R \cdot \frac{CP}{\sin \beta} = \frac{BC}{\sin 2\alpha}$$

$$\frac{R}{\cos \alpha} = \frac{2}{\cos \alpha \cdot \sin \beta} \Rightarrow$$

$$R = \frac{2}{\sin \beta}$$

$$CB = \frac{2R}{\sin d}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи** отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Т.К. $\cos \alpha$

$$CP^2 = 3,2^2 + 4^2 - 2 \cdot 3,2 \cdot 4 \cdot \cos \alpha$$

$$\frac{64}{25} = 1,6^2 + 4 - 6,4 \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{5}$$

$$\frac{64}{25} = \frac{32}{5} = \frac{16}{2,5}$$

$$C = 4$$

$$\frac{16}{5} = 3 \frac{1}{5} = 3,2$$

$S_{\triangle ABC} = ?$

3

$$AP \cdot AB = AN \cdot AC$$

3A

$$3,2 \cdot 5,2 = 4 \cdot AN$$

$$\frac{16}{5} \cdot \frac{26}{5} = 4 \cdot AN$$

$$\frac{\frac{4 \cdot 26}{25}}{\frac{4 \cdot 26}{25}} = AN$$

$$\frac{4 \cdot 26}{25}$$

N 3-го уровня
C не имеет

$$\frac{4}{\sin \alpha} = \frac{5,2}{\sin \beta}$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 1,3$$

$$\sin \gamma = 1,3 \sin \beta$$

$$\sin^2 \gamma = 1,69 \sin^2 \beta$$

$$1 - \sin^2 \gamma = \cos^2 \gamma$$

$$1 - 1,69 \sin^2 \beta = \cos^2 \gamma$$

$$1 - 1,69 \sin^2 \beta = \cos^2 \gamma$$

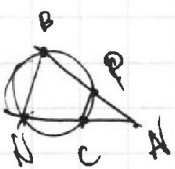
$$\frac{BC}{\sin \alpha} = \frac{4}{\sin \beta}$$

$$\frac{CP}{\sin \alpha} = \frac{BC}{\sin \alpha} = \frac{BC}{\sin \alpha} = \frac{BC}{\sin \alpha}$$

$$\frac{2}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha} = \frac{CP}{\sin \alpha}$$

$$CP = \frac{2}{\cos \alpha}$$

$$\angle BPC = 2\gamma \alpha = \angle BOC$$



$$\triangle PCN \sim \triangle NBA$$

$$\frac{CP}{NB} =$$

$$\frac{BC}{\sin \alpha}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin^2 \pi x - \cos^2 \pi x = \sin \pi x \cdot \sin \pi y - \cos \pi x \cdot \cos \pi y$$

$$(-x-1)^3 = -(x+1)^3 = -(x^3 + 3x^2 + 3x + 1) = -\frac{(\cos(\pi(x+y)) + \cos(\pi(x-y)))}{2}$$

$$M = x^3 - x^3 - 3x^2 - 3x - 1 + 9x(1+x+1) \quad (\sqrt{38} \text{ ноты})$$

$$M = -3x^2 - 3x - 1 + 9x^2 + 9x = 6x^2 + 6x - 1$$

$$(x-3)^3 = x^3 - 9x^2 + 27x - 81 \quad \cos \pi x + \cos \pi y = 2 \cos \frac{\pi(x+y)}{2} \cdot \cos \frac{\pi(x-y)}{2}$$

$$\frac{(\sin \pi x - \sin \pi y)}{2 \sin \frac{\pi(x-y)}{2}} \cdot \cos \frac{\pi(x+y)}{2} \cdot \sin \pi x = \cos \frac{\pi(x+y)}{2} \cdot \cos \frac{\pi(x-y)}{2} \cdot \cos \pi x$$

$$\cos \frac{\pi(x+y)}{2} \left(\sin \frac{\pi(x-y)}{2} \cdot \sin \pi x - \cos \frac{\pi(x+y)}{2} \cdot \cos \pi x \right)$$

разность косинусов

сумма косинусов

$$\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2}$$

$$\cos a - \cos b = -2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \sin \frac{a-b}{2}$$

$$\cos \frac{\pi(x+y)}{2} + 2\pi x$$

$$\frac{1}{2} \left(\cos \left(\frac{\pi(x+y)}{2} + \pi x \right) + \cos \left(\frac{\pi(x+y)}{2} - \pi x \right) \right)$$

$$\frac{\pi x - \pi y}{2} + \pi x = \frac{3\pi x - \pi y}{2}$$

$$\cos \pi x + \cos \pi y = 2 \cos \frac{\pi(x+y)}{2} \cdot \cos \frac{\pi(x-y)}{2}$$

$$2x = 1 - y + 2k$$

$$2x = -1 + y + 2k$$

$$x = 1 - y + 2k$$

$$x = -1 + y$$

$$\cos \pi(1 - y + x)$$

"

$$\cos \pi - \pi(y - x)$$

"

$$\cos 2\pi x = -\cos \pi(y - x)$$

$$2\pi x = \pi(1 - y + x) + 2\pi k$$

$$2\pi x = -\pi(1 - y + x) + 2\pi k$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$ab \frac{\pi(x+y)}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$x+y = 1+2k$$

$$\frac{aaaa}{4} = A$$

$$a \cdot 1111 = a \cdot 11 \cdot 101$$

$$A \cdot B \cdot C = n^2$$

$$\frac{9 \cdot 8}{2} : \frac{11 \cdot 10 \cdot 8 \cdot 7}{4!}$$

$$\frac{3 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 4}{2 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 5}$$

$$\frac{1111}{11} = 101$$

$$101 \text{ простое} \Rightarrow B: 101$$

среди трёхзначных, делящихся на 101 и содержащих

$$y = \frac{1}{2} + \frac{5k-4}{2}$$

$$B = 101$$

$$\arccos \in [0; \pi]$$

$$\arccos \frac{y}{4}$$

$$y = 1 - \frac{1}{2} + 2k - \frac{k+4}{2}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{k+4}{2} + y = 1+2k$$

$$\Leftrightarrow \text{т.к. } a < 10, \text{ то}$$

$$C: 11$$

$$C \text{ содержит } 5 \Rightarrow E = 55$$

$$a = 5$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy} = \frac{1}{(x-3)} + \frac{1}{(y+3)} + \frac{1}{(x-3)(y+3)}$$

$$\frac{y+x+1}{xy} = \frac{y+3+x-3+1}{(x-3)(y+3)}$$

$$xy+3x-3y+9-xy$$

$$(y+x+1) \left(\frac{1}{xy} - \frac{1}{(x-3)(y+3)} \right) = 0$$

$$+k+4=8$$

$$7+5k-4=$$

$$x+y+1=0$$

$$\frac{(x-3)(y+3)-xy}{xy(x-3)(y+3)} = 0$$

$$\frac{9 \cdot 8}{2} \cdot \frac{7}{2} = 9 \cdot 7 \cdot 2$$

$$k > 2$$

$$xy+3x-3y+9-xy=0$$

$$x-y-3=0$$

$$C_2^2$$

вероятность
 месяца

количество Петя и Васи в классе

$$\frac{C_2^2}{C_{11}^4} \cdot 3,5 = \frac{C_2^k}{C_{11}^{2+k}}$$