



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел  $(A; B; C)$  такие, что:

- $A$  — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
- $B$  — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 7,
- $C$  — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 1,
- произведение  $A \cdot B \cdot C$  является квадратом некоторого натурального числа.

2. [3 балла] Положительные числа  $x$  и  $y$  таковы, что значение выражения  $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy}$  не изменяется, если  $x$  уменьшить на 4, а  $y$  — увеличить на 4. Найдите все возможные значения выражения  $M = x^3 - y^3 - 12xy$ .

3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел  $(x; y)$  такие, что  $(\sin \pi y - \sin \pi x) \sin \pi y = (\cos \pi y + \cos \pi x) \cos \pi y$ .

б) Сколько пар целых чисел  $(x, y)$  удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arccos \frac{x}{7} - \arcsin \frac{y}{4} > -\frac{\pi}{2}?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася выяснили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 11 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

5. [5 баллов] Точка  $O$  — центр окружности  $\omega_1$ , описанной около остроугольного треугольника  $ABC$ . Окружность  $\omega_2$ , описанная около треугольника  $BOC$ , пересекает отрезок  $AB$  в точке  $P$ . Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если  $AP = 16$ ,  $BP = 8$ ,  $AC = 22$ .

6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура  $\Phi(\alpha)$ , состоящая из всех точек, координаты  $(x; y)$  которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 4 \sin \alpha)(y - 4 \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 36. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение  $M$  периметра (длины границы) фигуры  $\Phi(\alpha)$  и укажите все значения  $\alpha$ , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар  $\Omega$  касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар  $\omega$  касается всех её граней. Найдите угол наклона боковой грани пирамиды к плоскости её основания.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$n$  - натур. число.  $A \cdot B \cdot C = n^2$ . Так.  $A$  - четыр.-знач. число, состоящее из одинак. цифр, его можно представить как  $1111 \cdot a$ , где  $a$  - это цифра из которой состоит число  $A$ .

$1111 = 11 \cdot 101$ .  $11$  и  $101$  - простые множители числа  $n^2$ . т.к.  $1 \leq a \leq 9$ ,  $B \cdot C$  должно содержать в себе множители  $11 \cdot 101$  число  $C$  - двузначное  $\Rightarrow \times 101 \Rightarrow B : 101$ .

Заметим, что все трехзначные числа кратные  $101$  имеют вид:  $\overline{x0x}$ , где  $x$  - цифра от 1 до 9, в числе  $B$  есть

$4 \Rightarrow B = 404$ .  $B$  кратно  $11 \Rightarrow C : 11$ , все двузначные кратные  $11$  имеют вид  $\overline{yy}$ , где  $y$  - цифра от 1 до 9, в  $B$  есть 1  $\Rightarrow B = 11 \Rightarrow A \cdot B \cdot C = 1111 \cdot a \cdot 404$ .

$11 = 101^2 \cdot 11^2 \cdot a \cdot 4 = n^2 \Rightarrow a = 7^{2k+1}$ , где  $k$  - целое  $\geq 0$ .

$1 \leq a \leq 9 \Rightarrow a = 7 \Rightarrow A = 7777 \quad B = 404 \quad C = 11$  - это единственный возможный вариант.

Ответ:  $(7777; 404; 11)$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  
☐

2  
☒

3  
☐

4  
☐

5  
☐

6  
☐

7  
☐

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

По условию:  $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy} = \frac{1}{(x-4)} + \frac{1}{(y+4)} + \frac{3}{(x-4)(y+4)}$

Приведем к общему знаменателю:  $\frac{y+x+3}{xy} = \frac{y+4+x-4}{(x-4)(y+4)} + \frac{3}{(x-4)(y+4)}$

$\frac{y+x+3}{xy} = \frac{y+x+3}{(x-4)(y+4)}$  т.к.  $y > 0$  и  $x > 0$   $y+x+3 > 3$ .

Умножим однако  $\frac{y+x+3}{xy} = \frac{y+x+3}{(x-4)(y+4)}$  дроби равны, если равны знаменатели:

$xy = (x-4)(y+4) \Leftrightarrow xy = xy - 4y + 4x - 16$

$y = x-4$ . т.к.  $y > 0$   $x > 4$ . Подставим полученное выраж. для  $y$  в выраж. для  $M$ :

$M = x^3 - y^3 - 12xy = x^3 - (x-4)^3 - 12x(x-4) =$   
 $= (x-x+4)(x^2 + \frac{1}{2}x \cdot (x-4) + (x-4)^2) - 12x(x-4) =$   
 $= 4 \cdot (3x^2 - 12x + 16) - 12x(x-4) = 12x^2 - 48x + 64 -$   
 $- 12x^2 + 48x = 64$  - единственное возможное выраж.

для  $M$ .

Отв Ответ: 64.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a) (\sin \pi y - \sin \pi x) \sin \pi y = (\cos \pi y + \cos \pi x) \cos \pi y.$$

$$\sin(\pi x + \frac{\pi}{2}) = \cos x \Rightarrow (\sin \pi y - \sin \pi x) \cdot \sin \pi y =$$

$$\Rightarrow (\cos \sin(\frac{\pi}{2} + \pi y) + \sin(\frac{\pi}{2} + \pi x)) \sin \pi y$$

$$\sin^2 \pi y - \sin \pi x \cdot \sin \pi y = \cos^2 \pi y + \cos \pi x \cdot \cos \pi y.$$

$$\sin^2 \pi y - \cos^2 \pi y = \cos \pi x \cdot \cos \pi y + \sin \pi x \cdot \sin \pi y.$$

$$- \cos 2\pi y = \cos(\pi x - \pi y)$$

$$\cos(\pi - 2\pi y) = \cos(\pi x - \pi y) \Leftrightarrow \begin{cases} \pi - 2\pi y = \pi x - \pi y + 2\pi k & (1) \\ \pi - 2\pi y = -\pi x + \pi y + 2\pi k & (2) \end{cases} k \in \mathbb{Z}$$

$$(1) \pi y + 2\pi k = \pi - \pi x \quad | : \pi \neq 0.$$

$$y + 2k = 1 - x.$$

$$y = -x + 1 - 2k.$$

$$(2) \pi - 2\pi y = -\pi x + \pi y + 2\pi k \quad | : \pi$$

$$1 - 2y = -x + y + 2k \Leftrightarrow 3y + 2k = 1 + x.$$

$$y = \frac{x + 1 - 2k}{3}$$

$$\begin{cases} (1) \\ (2) \end{cases} \Leftrightarrow (x; y) \in \left[ \begin{matrix} 1k; -x + 1 - 2k \\ 1k; \frac{x + 1 - 2k}{3} \end{matrix} \right] \quad k \in \mathbb{Z}.$$

$$b) (x; -x + 1 - 2k): \arccos \frac{x}{4} - \arcsin \frac{-x + 1 - 2k}{4} > -\frac{\pi}{2}.$$

$$\text{ОДЗ: } -4 \leq x \leq 4 \text{ и } -4 \leq -x + 1 - 2k \leq 4 \quad \arccos x \in [0; \pi]$$

$$-4 \leq -x + 1 - 2k \leq 4 \quad \arcsin x \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}].$$

$$\Rightarrow \arccos \frac{x}{4} - \arcsin \frac{y}{4} > -\frac{\pi}{2} \text{ выполняется}$$

Ответ



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  
☐

2  
☐

3  
☒

4  
☐

5  
☐

6  
☐

7  
☐

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

всех  $(x, y)$  кроме случая, когда  $\begin{cases} \arccos \frac{x}{y} = 0. \\ \arcsin \frac{y}{x} = -\frac{\pi}{2} \end{cases}$

$x =$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7  
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть  $k$  - кол-во учащихся классиков.  $p_1$  - вер. пойти вместе на конц. вместе сначала  $p_2$  - после увелич. числа билетов,  $x$  - число билетов в конце месяца.

11.  $p_1 = p_2$ . Петя и Вова вместе идут на концерт, если оба получат по билету после распределения.

$$p_1 = \frac{4}{k} \cdot \frac{3}{k-1} \quad p_2 = \frac{x}{k} \cdot \frac{x-1}{k-1} \quad 11 \cdot \frac{4 \cdot 3}{k \cdot (k-1)} = \frac{x(x-1)}{k(k-1)}$$

$$k > 1 \Rightarrow 11 \cdot 4 \cdot 3 = x \cdot (x-1) \quad x^2 - x - 11 \cdot 12 = 0,$$

$$x_1 = 12 \quad x_2 = -11 \quad x > 0 \Rightarrow x = 12.$$

т.к. после увелич. числа билетов  $p_1 \leq 1$  и  $p_2 \leq 1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow p_1 \leq \frac{1}{11} \quad 12 \cdot 11 - k^2 + k \leq 0. \quad k^2 - k - 12 \cdot 11 \geq 0.$$

$k > 0 \Rightarrow k \geq 12 \Rightarrow$  един-ств. хотя бы 12, тогда при  $x=12$

$$p_2 \leq 1 \Rightarrow x = 12 - \text{ответ.}$$

Ответ: 12.

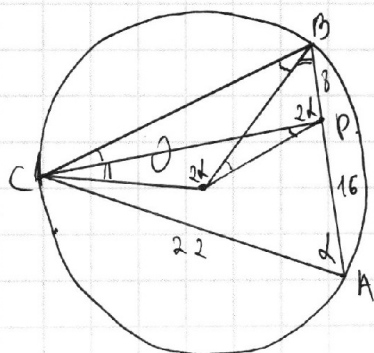


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$S_{ABC} = ? \quad AP = 16, BP = 8, AC = 22.$$

Решение:

$$\angle CPB = \angle CPB = 2k \quad (\text{они впис. опираются на } \overset{\text{дугу}}{CB} \text{ (или } w_2))$$

$$\angle CPB = \angle CAB \quad (\text{центр. и впис. } \angle)$$

$$\text{опир. на } \overset{\text{дугу}}{CB} \text{ (или } w_1)) \quad \text{Тогда } \angle B = \angle CBP.$$

$$\angle PCB = 180^\circ - \angle CPB - \angle CBP = 180^\circ - 2k - \angle B.$$

$$\angle ACB = 180^\circ - \angle CAB - \angle CBP = 180^\circ - \angle B - k.$$

$$\begin{aligned} \angle ACP &= \angle ACB - \angle PCB = 180^\circ - \angle B - k - 180^\circ + 2k + \angle B = \\ &= k = \angle CAB \Rightarrow \triangle CPA - \text{равнобедренный} \Rightarrow CP = PA = 16. \end{aligned}$$

по т. косинусов для  $\triangle ACP$ :

$$CP^2 = AP^2 + CA^2 - 2AP \cdot CA \cdot \cos k.$$

$$\begin{aligned} \cos k &= \frac{AP^2 + CA^2 - CP^2}{2AP \cdot CA} = \frac{256 + 484 - 256}{2 \cdot 16 \cdot 22} = \frac{22 \cdot 22}{2 \cdot 16 \cdot 22} = \\ &= \frac{11}{16}. \end{aligned}$$

по т. косинусов для  $\triangle ABC$ :  $CB^2 = AB^2 + CA^2 - 2AB \cdot CA \cdot \cos k$

$$CB = \sqrt{576 + 484 - 2 \cdot 24 \cdot 22 \cdot \frac{11}{16}} = \sqrt{334}.$$

$$\sin k = \sqrt{1 - \cos^2 k} = \sqrt{\frac{256 - 121}{256}} = \frac{\sqrt{135}}{16}.$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin k = \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 22 \cdot \frac{\sqrt{135}}{16} = \frac{99}{2} \sqrt{15}.$$

Ответ:  $\frac{99}{2} \sqrt{15}$



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x + 4 \sin \alpha| (y - 4 \cos \alpha) \leq 0. (1) \\ x^2 + y^2 \leq 36. (2) \end{cases}$$

(1) решениями этого нерав-ва будут все точки, лежащие внутри окр. с ц. (0;0) и R=6 или на ее границе.

$$(2) |x + 4 \sin \alpha| (y - 4 \cos \alpha) \leq 0.$$

$$\begin{cases} x + 4 \sin \alpha \leq 0 \\ y - 4 \cos \alpha > 0 \\ x + 4 \sin \alpha > 0 \\ y - 4 \cos \alpha \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -4 \sin \alpha \\ y > 4 \cos \alpha \\ x > -4 \sin \alpha \\ y \leq 4 \cos \alpha \end{cases}$$

$x = -4 \sin \alpha$  и  $y = 4 \cos \alpha$  - это прямые паралл. осям ординат и абсцисс соответственно. Решениями наших неравенств будут точки лежащие левее/правее; выше/ниже соответствующих прямых.

П.к.  $-4 \sin \alpha$  и  $4 \cos \alpha \in [-4; 4]$ , прямые  $x = -4 \sin \alpha$  и  $y = 4 \cos \alpha$  разделят круг (1) на 4 сектора. Тогда решениями исходной системы будут точки лежащие в 2 секторах, причем расположенных противоположно от т. пересечения прямых.

Тогда пример. фигуры  $\Phi(\alpha)$  будет в себе содержать дуги хорд окружности ~~заданных с координатами~~  $x = -4 \sin \alpha$  и  $y = 4 \cos \alpha$  и дуги дуги 2 дуг на которые окружность делится этими прямыми.

Между прямыми  $x = -4 \sin \alpha$  и  $y = 4 \cos \alpha$  угол  $= 90^\circ \Rightarrow \Rightarrow$  по теореме об угле между хордами сумма дуг  $= 180^\circ \Rightarrow \Rightarrow$  длина дуг на которые 2 прямые делят окружность есть постоянная не зависящая от  $\alpha$ . Эта величина равна



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА

2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

находим длины окружности с  $R = 6$ :  $\frac{1}{2} 2\pi R = 6\pi \Rightarrow$   
 $\Rightarrow$  периметр  $\Phi(\alpha)$  максимален, если максимальная  
 длина хорды. ~~Максимальная длина хорды макси-~~  
~~мальная, если хорда - диаметр  $\Rightarrow$~~

$$\begin{cases} x = -4\sin t \\ y = 4\cos t \\ x^2 + y^2 = 16 \end{cases} \quad \begin{cases} x = -4\sin t \\ y = 4\cos t \\ x^2 + y^2 = 16 \end{cases}$$

Задача нахождения максимальной длины хорды  
 эквивалентна задаче нахождения максимума  
 функции  $f(t) = |\cos t| + |\sin t|$  т.к. наша окружность  
 находится имеет ц.  $(0; 0)$ , как и единичная

$$f'(t) = -\sin t - \cos t \quad f'(t) = 0 \quad \sin t = -\cos t$$

$$\cos t = \sin -t \quad \cos t = \cos\left(\frac{\pi}{2} - t\right) \quad \begin{cases} t = \frac{\pi}{2} - t + 2\pi k \\ t = -\frac{\pi}{2} + t + 2\pi k \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2t = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$$

$$t = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k, \quad k \in \mathbb{Z} \Rightarrow \text{при знач.}$$

$$f'(t) = 0 \quad t = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k, \quad k \in \mathbb{Z} \quad f(t) \text{ максимален}$$

$$\text{при } t = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Длина хорды при этом: } 6 \cdot (|\sin t| + |\cos t|) = 6\sqrt{2} \Rightarrow R_{\text{max}} = 6\pi + 6\sqrt{2} = 6(\pi + \sqrt{2})$$

$$\text{Ответ: } 6(\pi + \sqrt{2}) \text{ при } t = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k, \quad k \in \mathbb{Z}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7  
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА  
 \_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x + 4 \sin \alpha)(y - 4 \cos \alpha) \leq 0.$$

$$xy + 4y \sin \alpha - 4x \cos \alpha - 16 \sin \alpha \cos \alpha \leq 0.$$

$$y \leq \frac{8 \sin 2\alpha + 4x \cos \alpha}{(x + 4 \sin \alpha)}$$

$$\begin{cases} x + 4 \sin \alpha \leq 0. \\ y - 4 \cos \alpha > 0. \\ x + 4 \sin \alpha > 0. \\ y - 4 \cos \alpha \leq 0. \end{cases} \begin{cases} x \leq -4 \sin \alpha. \\ y > 4 \cos \alpha \\ x > -4 \sin \alpha \\ y \leq 4 \cos \alpha \end{cases} \begin{cases} \sin \alpha = \cos 1 \\ \cos \alpha = \sin(\alpha + \frac{\pi}{2}) \end{cases}$$

$$\leq -4 \sin \alpha \cdot \cos \frac{\pi}{2} - 4 \cos \alpha \cdot \sin \frac{\pi}{2} =$$

$$= -\frac{4\sqrt{2}}{2} (\sin \alpha + \cos \alpha)$$

$$y + x \geq 4(\cos \alpha - \sin \alpha) - x$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \sin 2\alpha$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$$

$$\sqrt{1 + \sin 2\alpha}$$

$$x = -4 \sin \alpha$$

$$y = 4 \cos \alpha$$

$$-4 \sin \alpha = 4 \cos \alpha$$

$$\sin \alpha = \cos \alpha.$$

$$\sin \alpha - \cos \alpha = 0.$$

$$\cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \cos \alpha.$$

$$\tan \alpha = -1.$$

$$\frac{\pi}{2} - \alpha = \alpha + 2\pi k.$$

$$\frac{\pi}{2} - \alpha = -\alpha + 2\pi k.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1  
☐

2  
☐

3  
☐

4  
☐

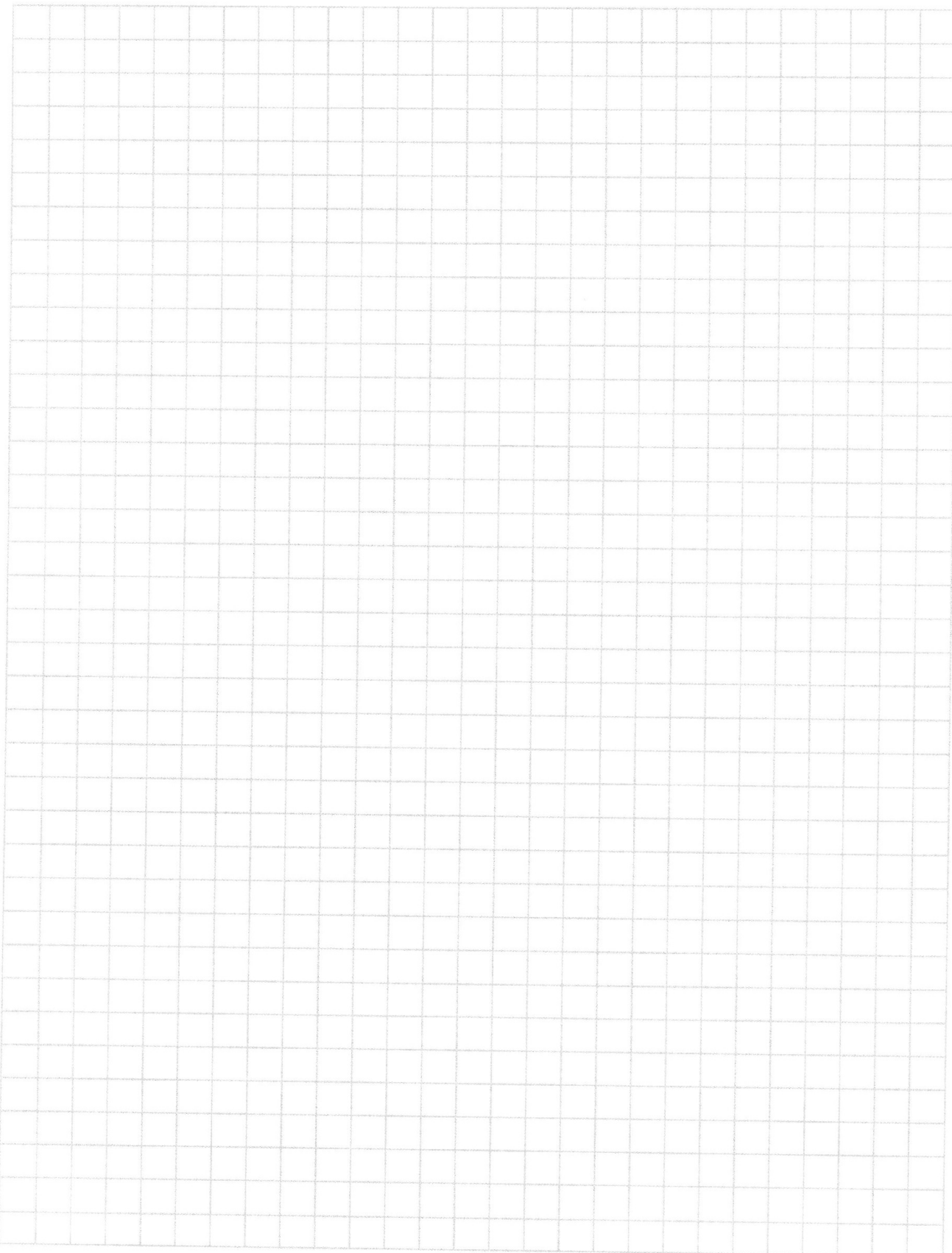
5  
☐

6  
☐

7  
☐

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1 \cdot 24 \cdot 22}{2 \cdot 162} = \frac{33}{2}$$

Черновик.

$$x, y > 0.$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy} = \frac{1}{(x-4)} + \frac{4}{(y+4)} + \frac{3}{(x-4)(y+4)}$$

$$\frac{y+x+3}{xy} = \frac{y+4+x-4+3}{(x-4)(y+4)}$$

$$130 - x - 22 = 130 - x - 22$$

$$\frac{y+x+3}{xy} = \frac{y+x+3}{(x-4)(y+4)}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y+x+3=0. \\ x-4 \neq 0. \\ xy=(x-4)(y+4) \end{cases} \quad y = -x-3 \quad B = 2$$

$$xy = xy - 4y + 4x - 16.$$

$$y = x-4.$$

$$\frac{334}{164} \cdot 2$$

$$M = x^3 - y^3 - 12xy = x^3 - (x-4)^3 - 12xy.$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 + a^2b + ab^2 - a^2b - ab^2 - b^3$$

$$(x - x + 4)(x^2 + x(x-4) + x^2 - 8x + 16) - 12xy(x-4) =$$

$$= 4 \cdot (3x^2 - 12x + 16) - 12x(x-4) = 12x^2 - 48x + 64 -$$

$$- 12x^2 + 48x = -48x + 112$$

$$M \in (-80; -\infty).$$

$$n-2 + (n-1) \cdot (n-2) =$$

$$= (n-2) \cdot n.$$

$$+ 2 + 2 \cdot (n-1) +$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 576 \\ + 484 \\ \hline 1060 \\ - 126 \\ \hline 934 \end{array}$$

$$-48 \cdot 4 + 112 =$$

$$= -192 + 112 = -80.$$

$$6 \cdot 11 \cdot 11$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 24 \\ 24 \\ \hline 96 \\ 48 \\ \hline 546 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 121 \\ 6 \\ \hline 726 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7  
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА  
 \_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A \cdot B \cdot C = 10^3 \cdot n^2$$

$$A = 1111 \cdot \bar{a}$$

$$1111 =$$

$$B = \begin{bmatrix} 067 \\ 076 \\ 706 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 31 \\ 18 \end{bmatrix}$$

$$= 11 \cdot 101 =$$

$$B = 707 = 7 \cdot 101.$$

$$C = 11. \bar{a} = 7 \quad A = 7777.$$

$$3) \arccos \frac{x}{y} - \arcsin$$

$$(\sin \pi y - \sin \pi x) \sin \pi y = (\cos \pi y + \cos \pi x) \cdot \cos \pi y.$$

$$\sin^2 \pi y \cdot \sin \pi y - \sin \pi x \cdot \sin \pi y - \cos^2 \pi y - \cos \pi x \cdot \cos \pi y = 0.$$

$$- \cos 2 \pi y - \cos (\pi x - \pi y) = 0.$$

$$- \cos 2 \pi y = \cos (\pi x - \pi y)$$

$$- \cos x = \cos (\pi - x) \quad \cos (\pi - 2 \pi y) = \cos (\pi x - \pi y).$$

$$n - \text{ог.}$$

$$m \frac{11 \cdot y}{n} \cdot \frac{3}{n-1} \neq \frac{x \cdot (x-1)}{n \cdot (n-1)}$$

$$11 \cdot 4 \cdot 3 = x^2 - x.$$

$$x^2 - x - 132 = 0.$$

$$(x-12)(x+11) = 0.$$

$$x = 12.$$

$$\begin{array}{r|l} 132 & 2 \\ 66 & 2 \\ 33 & 3 \\ 11 & \end{array}$$

$$\frac{4}{12} \cdot \frac{3}{11} = \frac{1}{11}$$

$$\frac{12}{12} \cdot \frac{11}{12 \cdot 11} = 1.$$