



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 11



1. [3 балла] Дан приведённый квадратный трёхчлен $f(x)$ такой, что уравнение $f(x) = 2x^2$ имеет единственное решение, а также уравнение $f(x) = -8$ имеет единственное решение. Найдите сумму корней уравнения $f(x) = 0$.
2. [3 балла] Сколькими способами можно представить число $n = 2^{401} \cdot 3^{500}$ в виде произведения двух натуральных чисел x и y , где y делится на x ?
3. [5 баллов] Найдите количество пар целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих системе

$$\begin{cases} \log_x 2 + 3 \log_y 8 + 4 \log_{xy} \frac{1}{16} = 0, \\ \frac{x-1}{x+1} > \frac{3y-3}{7y+7}, \\ x \leq 31. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Найдите все пары натуральных чисел $(a; b)$ такие, что

$$\begin{cases} 4 \cdot \min(a; b) = 3(a-b)^2, \\ 3 \cdot \max(a; b) = \text{НОК}(a; b). \end{cases}$$

5. [5 баллов] На сторонах BA и BC треугольника ABC с тупым углом B как на диаметрах построены окружности ω_1 и ω_2 соответственно, пересекающиеся в точках B и D . Хорда BE окружности ω_1 перпендикулярна BC , а хорда BF окружности ω_2 перпендикулярна CE и касается ω_1 . Найдите отношение $BF : BD$, если $\cos \angle BCE = \frac{3}{5}$.
6. [5 баллов] При каких значениях параметра a система

$$\begin{cases} (y - x^2 - x - 1)(x^2 - 3xy + 4y^2)(y + x - 1) = 0, \\ y = (2a + 1)x - a^2 + 1 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения?

7. [6 баллов] В прямую четырёхугольную призму $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ вписана сфера ω . Луч с началом в точке A пересекает ω в точках P и Q , а луч с началом в точке C пересекает ω в точках M и N . Пусть O — точка пересечения диагоналей четырёхугольника $ABCD$. Найдите объём призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ и расстояние ρ от центра ω до плоскости PAC , если известно, что $AO = 1$, $BO = 2$, $CO = 4$, $AP = \frac{\sqrt{5}}{3}$, $AQ = \frac{5\sqrt{5}}{3}$, $CM = \frac{10\sqrt{5}}{9}$, $CN = 2\sqrt{5}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1



2



3



4



5



6



7



СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1

$$f(x) = x^2 + ax + b$$

$$f(x) = 2x^2; \quad x^2 + ax + b = 2x^2;$$

$$x^2 - ax - b = 0 - \text{1 решение.} \Rightarrow \text{Дискриминант} = 0.$$

$$D = a^2 - 4(1)(-b) = a^2 + 4b = 0.$$

$$f(x) = -8; \quad x^2 + ax + b = -8; \quad x^2 + ax + (b+8) = 0.$$

$$\text{1 решение} \Rightarrow D = 0; \quad D = a^2 - 4(b+8) = 0.$$

$$\begin{aligned} \begin{cases} a^2 + 4b = 0 \\ a^2 - 4(b+8) = 0 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} a^2 = -4b \\ a^2 - 4(b+8) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 = -4b \\ -4b - 4(b+8) = 0 \end{cases} \Rightarrow \\ \Rightarrow \begin{cases} a^2 = -4b \\ -8b - 32 = 0 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} a^2 = -4b \\ 8b = -32 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 = -4b \\ b = -4 \end{cases} \Rightarrow a = \pm 4. \end{aligned}$$

по Т.Виета сумма корней (x_1, x_2) $x_1 + x_2 = -a$.

Сумма корней $-\pm 4$.

$$\text{Проверка: } a = 4. \quad x^2 + 4x - 4 = f(x). \quad x^2 + 4x - 4 = 2x^2 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2 = 0 \\ x^2 + 4x - 4 = -8 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow (x+2)^2 = 0.$$

$$a = -4. \quad x^2 - 4x - 4 = f(x). \quad x^2 - 4x - 4 = 2x^2 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 = (x+2)^2 = 0. \\ x^2 - 4x - 4 = -8 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2 = 0.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 2.

$$n = 2^{401} \cdot 3^{500} = xy.$$

$n \nmid p$, $p > 3 \Rightarrow x$ и y простые делители только 2 и 3. $x = 2^{d_1} \cdot 3^{\beta_1}$, $y = 2^{d_2} \cdot 3^{\beta_2}$; т.к.

$y \vdots x \Rightarrow d_2 \geq d_1$, $\beta_2 \geq \beta_1$ (по определению делимости), так как т.к. $xy = n$, то $d_1 + d_2 = 401$, $\beta_1 + \beta_2 = 500$
 $500 = \beta_1 + \beta_2 \leq 2\beta_2 \Rightarrow \beta_2 \geq 250$ — 251 вариант для β_2 (250...500) где каждый раз $\beta_1 = 500 - \beta_2$ однозначно восстанавливается.

$401 = d_1 + d_2 \leq 2d_2 \Rightarrow d_2 \geq 200\frac{1}{2}$, т.к. d_2 — целое, то $d_2 \geq 201$ — 200 вариантов (201...400).

$d_1 = 401 - d_2 < d_2$ однозначно восстанавливается.

$d_1 \Rightarrow$ Всего способов $251 \cdot 200 = 50200$.

Ответ: 50 200.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3

Т.к. $\log_a b$ определён при $a > 0, a \neq 1, b > 0$, то

$x, y > 0, x, y \neq 1, xy \neq 1$. Пусть $\alpha = \log_y x$,
 $\alpha \neq -1$ (иначе $xy = 1$), ~~тогда~~ и $\log_x 2 = t$, ^($t \neq 0$) тогда

$$\log_y 8 = \log_y 2^3 = 3 \log_y 2 = 3 \cdot \log_x 2 \cdot \log_y x = 3 \alpha t.$$

$$\log_{xy} \frac{1}{16} = \frac{\log_x \frac{1}{16} \cdot \log_y x}{1 + \log_y x} = \frac{\log_x (2^{-4}) \cdot \alpha}{1 + \alpha} = \frac{-4 \alpha t}{1 + \alpha}, \text{ то}$$

$$\text{есть } t + 9 \alpha t - \frac{16 \alpha t}{1 + \alpha} = 0. \quad t(1 + 9 \alpha) = \frac{16 \alpha t}{1 + \alpha} \quad (t \neq 0).$$

$$(1 + 9 \alpha)(1 + \alpha) = 16 \alpha; \quad 1 + 10 \alpha + 9 \alpha^2 = 16 \alpha.$$

$$9 \alpha^2 - 6 \alpha + 1 = 0; \quad (3 \alpha - 1)^2 = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{3} \Rightarrow$$

$\Rightarrow y = x^3$, очевидно, что если $x < 1$, то т.к. $x > 0$, то у любых x нет.

$$\frac{x-1}{x+1} > \frac{3(y-1)}{7(y+1)}$$

$$7(x-1)(y+1) > 3(y-1)(x+1); \quad x^3+1 = (x+1)(x^2-x+1) = y+1$$

$$7(x-1)(x+1)(x^2-x+1) > 3(x-1)(x^2+x+1)(x+1), \quad x > 1 \Rightarrow x-1, x+1 > 0.$$

$$7(x^2-x+1) > 3(x^2+x+1).$$

$$7x^2 - 7x + 7 > 3x^2 + 3x + 3.$$

$$4x^2 - 10x + 4 > 0, \quad 36$$

$$D = 100 - 4 \cdot 4 \cdot 4 = 36. \quad x_{1,2} = \frac{10 \pm 6}{8} = \frac{1}{2}; 2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Т.к. парабола ветвится вверх, то. подходит $x \in (-\infty; \frac{1}{2}) \cup$
 $(\frac{1}{2}; +\infty)$, но т.к. $x > 1$ и целое $\Rightarrow x \geq 3$
~~.....~~; $(3; 3^3)$, $(31; 31^3)$.

Ответ: 29.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4.

Заметим, что от порядка пары ничего не зависит, если (a, b) - подходит, то и (b, a) - подходит (min, max, НОК - не зависят $a - b$ - меньше max , но оно в квадрате). Пусть $a \geq b$. $\text{НОД}(a, b) = x$. $a = \alpha x$, $b = \beta x$
 $\alpha > \beta$.

~~НОД~~ $\text{НОД}(a, b) = 1 \Rightarrow \text{НОК}(a, b) = \alpha \beta x$.

$$\begin{cases} 4\beta x = 3x^2(\alpha - \beta)^2 \\ 3\alpha x = \alpha \beta x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4\beta = 3x(\alpha - \beta)^2 \\ \beta = 3 \end{cases} \Rightarrow 12 = 3x(\alpha - 3)^2$$

~~так как~~ $x(\alpha - 3)^2 = 4$. 4 имеет ³ представления $\begin{matrix} 1 \cdot 4 & 2 \cdot 2 \\ 4 \cdot 1 & \end{matrix}$.

1) $x = 1$, $(\alpha - 3)^2 = 4 \Rightarrow (\alpha > \beta = 3) \quad \underline{\alpha = 5}$.

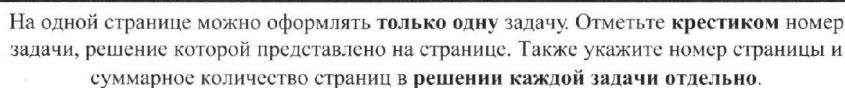
$(a, b) = (5, 3)$

2) $x = 4$. $(\alpha - 3)^2 = 1 \Rightarrow \alpha = 4 (\alpha > 3)$

$(a, b) = (16, 12)$

3) $x = 2$. $(\alpha - 3)^2 = 2$?!

Ответ: $(5, 3); (16, 12); (3, 5); (12, 16)$

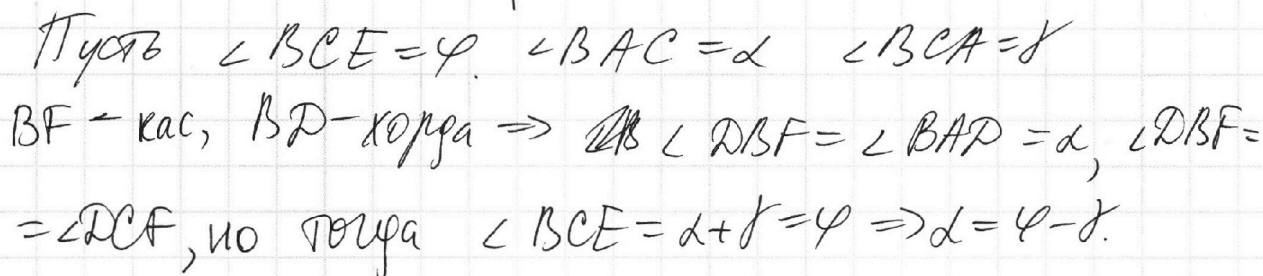


СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Пороча OR-кода недопустима!

Ув. 1. D-основание вышеты из В и АС.

Утв. 2. $F \in CE$. т.к. $BF \perp CE$, то $\angle BFC = 90^\circ$, но
это значит, что $L \in \omega_2 \Rightarrow OL = (O)F$ (L — пересечение CE и BF).


$$\angle ERC = 90^\circ \Rightarrow \angle BEC = 90 - \varphi \Rightarrow \angle EBF = \varphi \Rightarrow \angle EBD = \delta.$$
$$\angle AEB = 90^\circ, \angle EAC = x.$$

P.S. $\sin \varphi = \frac{4}{5}$; $\cos \varphi = \frac{3}{5}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5.

$$\triangle BFC: BF = BC \sin \varphi$$

$$\triangle BCE: \frac{BC}{\cos \varphi} = \frac{BE}{\sin \varphi} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \triangle ABE: \frac{BE}{\sin \varphi} = AB \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{BC}{\cos \varphi} = AB \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{BC}{AB} = \cos \varphi$$

$$\triangle ABC: \frac{BC}{AB} = \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} \Rightarrow \frac{\sin(\gamma - \alpha)}{\sin \gamma} = \cos \varphi$$

$$\sin(\gamma - \alpha) = \sin \varphi \cos \gamma - \cos \varphi \sin \gamma = \frac{4}{5} \cos \gamma - \frac{3}{5} \sin \gamma$$

$$\sin \gamma \cos \varphi = \frac{3}{5} \sin \gamma$$

$$\frac{4}{5} \cos \gamma - \frac{3}{5} \sin \gamma = \frac{3}{5} \sin \gamma \Leftrightarrow 4 \cos \gamma = 6 \sin \gamma; \cos \gamma = \frac{3}{2} \sin \gamma$$

$$\cos^2 \gamma = \frac{9}{4} \sin^2 \gamma; 1 = \frac{13}{4} \sin^2 \gamma \Rightarrow \sin^2 \gamma = \frac{4}{13};$$

$$\sin \gamma = \frac{2}{\sqrt{13}}$$

$$\triangle BDC: BD = BC \cdot \sin \gamma$$

$$\frac{BF}{BD} = \frac{BC \sin \varphi}{BC \sin \gamma} = \frac{\sin \varphi}{\sin \gamma} = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{2}{\sqrt{13}}} = \frac{2\sqrt{13}}{5}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6.

1) $a = -2$.

① - нет решений, ② и ③ - совпадают. $\rightarrow$ 1 решение.
?

2) $a = 1$.

Для ① - есть решение $(0; 0)$

Для ② - решение $x = \frac{1}{4}$

Для ③ - решение $x = -1$.

3 решения ?!

3) $a = -1$.

Для ① - есть решение $(0; 0)$, Для ② - нет решений, Для ③ - решение $x = -1$. - 2 решения.
подходит.

4) $a \neq \pm 1, 2$. Для ① - нет решений. Для ② - $x = \frac{a^2}{2(a+1)}$

для ③ $x = a$.

Ответ: $(-\infty; -2) \cup (-2; -1] \cup [-1; 1) \cup (1; \infty)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☒7
☐СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N6.

① $x^2 - 3xy + 4y^2 \geq 0$, если $xy \leq 0$, то $x^2 \geq 0$, $4y^2 \geq 0$, $-3xy \geq 0$.

если $xy > 0$, то $x^2 - 3xy + 4y^2 = (x - 2y)^2 + xy \geq xy > 0$.

Значит оно равно 0, только ~~при $x=0$ и $y=0$~~ если хотя бы одно 0, но тогда второе тоже 0 $\Rightarrow \Rightarrow (x=0; y=0)$, только при $a=1$.

② $y + x - 1 = 0$; $y = 1 - x = -x + 1$, две прямые пересекаются всегда, если они не параллельны, чтобы $y = (2a+1)x + (1-a^2)$ было $\parallel y = 1 - x$, надо чтобы коэффициент при x был равен -1 ~~$\Rightarrow$~~

$\Rightarrow$ ~~$a \neq 0$ есть решение, $a = 0$ нет.~~

$a \neq -1$ есть решение, $a = -1$ нет (PS)

(при $a = -1$, $1 - a^2 = 0 \neq 1$) ~~$\Rightarrow$~~

③ ~~$y - x^2 - x - 1 = 0$~~ : $y = x^2 + x + 1 = (2a+1)x - a^2 + 1$.

$x^2 + x = 2ax + x - a^2$; $x^2 + a^2 - 2ax = 0$ $(x-a)^2 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow x = a$ - всегда решение.

PS: $1 - x = 2ax + x + 1 - a^2$; $a^2 = x(2a+1)$; $x = \frac{a^2}{2(a+1)}$.

$\frac{a^2}{2(a+1)} = a$; $a = 2(a+1)$; $a = 2a + 2 \Rightarrow a = -2$.

① + ②, ③: $x^2 - 3xy + 4y^2 = 0$, $y + x - 1 = 0$, $y - x^2 - x - 1 = 0$. решим.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

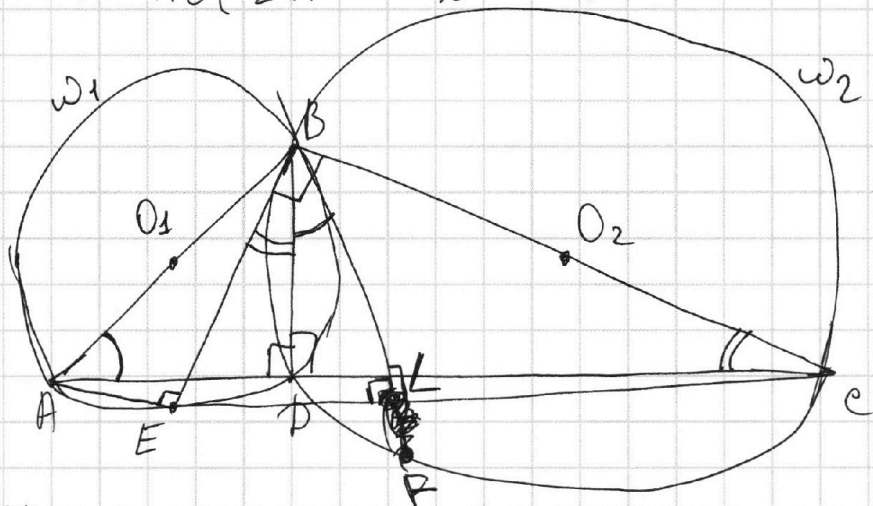


СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 5

Заметим, что $\angle ADB = 90^\circ$, $\angle BDC = 90^\circ \Rightarrow D$ — основание высоты из B на AC ($\angle ADC = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow D \in AC$)



$\angle BCE = \varphi$. $\angle BAC = \alpha$. $\angle BCA = \gamma$.

BF — кас., BD — хорда $\Rightarrow \angle DBF = \alpha$

BE — кас. (т.к. BC — диаметр, то $O_2B \perp EB \Rightarrow EB$ — кас.) BD — хорда. $\Rightarrow \angle EBD = \angle BCA = \gamma$.

$\angle AEB = 90^\circ$ (на диаметр). $\angle BEC = 180 - 90 - \varphi = 90^\circ - \varphi$ ($\triangle SCE$).

$\angle EBF = 180 - 90 - (90 - \varphi) = \varphi$ ($\triangle EBF$). $\Rightarrow \varphi = \alpha + \gamma$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 5.
 $17^2 = 289$
 36
 (324)
 $y = 1 - x$
 $(x-2y) = x^2 - 4xy + 4y^2$

$\sin \alpha = \frac{12}{25} \cos \alpha - \frac{9}{25} \sin \alpha$
 $25 \sin \alpha = 12 \cos \alpha - 9 \sin \alpha$
 $34 \sin \alpha = 12 \cos \alpha$
 $17 \sin \alpha = 6 \cos \alpha$
 $\sin \alpha = \frac{6}{17} \cos \alpha$
 $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \frac{36 + 17^2}{17^2} \cos^2 \alpha$

$\sin \alpha = \cos \varphi$
 $\sin(\varphi - \alpha) = \cos^2 \alpha$
 $\sin \alpha = \frac{6}{17} \cos \alpha$
 $\cos^2 \alpha = \frac{6^2 + 17^2}{17^2}$
 $\sin \varphi = \frac{4}{5}$
 $\cos \varphi = \frac{3}{5}$
 $\sin(\varphi - \alpha) = \sin \varphi \cos \alpha - \cos \varphi \sin \alpha$
 $= \frac{4}{5} \cos \alpha - \frac{3}{5} \sin \alpha$

$\cos \angle BCE = \frac{3}{5}$
 $\cos \varphi = \frac{3}{5}$
 $\sin \varphi = \frac{4}{5}$

$BF = BC \cdot \sin \varphi$
 $BD = BC \cdot \sin \alpha$
 $\frac{BF}{BD} = \frac{\sin \varphi}{\sin \alpha}$

$BF = BC \cdot \sin \varphi$
 $\frac{BC \cdot \sin \varphi}{\cos \varphi} = \frac{BE}{\sin \varphi}$
 $\frac{BE}{\sin \varphi} = AB$
 $BE = AB \cos \varphi$
 $\frac{BC}{AB} = \cos \varphi$
 $\frac{BC}{AB} = \frac{\sin \alpha}{\sin \varphi}$
 $BD = BC \cdot \sin \alpha = AB \cdot \sin \alpha$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3.

Что определим $\log_a b$ аналогично $a > 0, a \neq 1$ и $b > 0 \Rightarrow x, y > 0, x, y \neq 1$. $\alpha = \log_y x$
($\alpha \neq -1$, иначе $xy = 1$)

$$\log_y 8 = 3 \log_y 2 = 3 \cdot \log_x 2 \cdot \alpha$$

$$\log_{xy} \frac{1}{16} = \frac{\log_x \frac{1}{16} \cdot \alpha}{\log 1 + \alpha};$$

$$\log_x \frac{1}{16} = \log_x (2^{-4}) = -4 \log_x 2. \log_x \alpha = t, x^t = 2$$

$$t + 9t\alpha - \frac{4\alpha t}{1+\alpha} = 0.$$

$$(t + 9t\alpha - \frac{4\alpha t}{1+\alpha}) = 0; (t + 9t\alpha) = \frac{4\alpha t}{1+\alpha}$$

$$x^t = x^{\frac{4\alpha t}{1+\alpha}}$$

$$\left(\frac{x}{x}\right)^t = \left(\frac{x}{x}\right)^{\frac{4\alpha t}{1+\alpha}}$$

$$t + 9t\alpha = \frac{4\alpha t}{1+\alpha}; 1 + 9\alpha = \frac{4\alpha}{1+\alpha}; (1 + 9\alpha)(1 + \alpha) = 4\alpha$$

$$9\alpha^2 + 10\alpha + 1 = 4\alpha; 9\alpha^2 + 6\alpha + 1 = 0.$$

$$\Delta = 36 - 4 \cdot (9) \cdot (1) = 0. (3\alpha + 1)^2 = 0 \Rightarrow \alpha = -\frac{1}{3}$$

$$-\frac{1}{3} = \log_y x; x = y^{-\frac{1}{3}}; x = \frac{1}{\sqrt[3]{y}}; x^3 = \frac{1}{y}; y = \frac{1}{x^3}.$$

$$\frac{x-1}{x+1} > \frac{3(y-1)}{7(y+1)}; x+1 > 0, 7(y+1) > 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$7(x-1)/(y+1) > 3(y-1)/(x+1)$$

$$7(x-1)(1+\frac{1}{x^3}) > 3(\frac{1}{x^3}-1)(x+1); x^3 > 0$$

$$7(x-1)(x^3+1) > 3(1-x^3)(x+1)$$

$$\frac{1}{2} 5(2+x) \sin \alpha$$

$$7(x-1)(x+1)(x^2-x+1) > 3(1-x)(x^2+x+1)(x+1), x+1 > 0$$

$$7(x-1)(x^2-x+1) > 3(1-x)(x^2+x+1)$$

$$7(x^3-x^2+x-x^2+x-1) > 3(1-x^3)$$

$$7(x^3-2x^2+2x-1) > 3(1-x^3)$$

$$7(x-1)(x^2-x+1) + 3(x-1)(x^2+x+1) > 0$$

$$1) x > 1$$

$$7(x^2-x+1) + 3(x^2+x+1)$$

$$7x^2-7x+7+3x^2+3x+3 > 0$$

$$10x^2-4x+10 > 0. - \text{парабола ветками вверх}$$

$$D = 16 - 4 \cdot 10 \cdot 10 < 0 \Rightarrow \text{всегда } x \text{ - любое}$$

$$y = \frac{1}{x^3}, \text{ при } x > 1, x^3 > 1 \Rightarrow y \text{ - натуральное.}$$

$$2) x < 1$$

т.к. x - целое, то таких x - нет.

$$4x > 0$$

$(x_1 + x_2)^2 = x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2$
 $x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2 = 0$
 $b = -4; a = \pm 7$
 $y = 15x - 48$
 $a = 4; 2 \pm 2$
 $x^2 + 4x + 4 = 0$
 $(x+2)^2 = 0$
 $x = -2$
 $y = 15(-2) - 48 = -78$
 $15x - 48 + x - 1 = 0$
 $16x = 49$
 $x = \frac{49}{16}$
 $y = 15 \cdot \frac{49}{16} - 48 = \frac{735}{16} - 48 = \frac{735 - 768}{16} = -\frac{33}{16}$
 $x = 2; y = 8$
 $x^2 - 4x + 4 = 0$
 $(x-2)^2 = 0$
 $x = 2$
 $y = 15 \cdot 2 - 48 = 30 - 48 = -18$
 $15x - 48 + x - 1 = 0$
 $16x = 49$
 $x = \frac{49}{16}$
 $y = 15 \cdot \frac{49}{16} - 48 = \frac{735}{16} - 48 = \frac{735 - 768}{16} = -\frac{33}{16}$
 $x = 2; y = 8$
 $x^2 - 4x + 4 = 0$
 $(x-2)^2 = 0$
 $x = 2$
 $y = 15 \cdot 2 - 48 = 30 - 48 = -18$
 $15x - 48 + x - 1 = 0$
 $16x = 49$
 $x = \frac{49}{16}$
 $y = 15 \cdot \frac{49}{16} - 48 = \frac{735}{16} - 48 = \frac{735 - 768}{16} = -\frac{33}{16}$