



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 12



1. [3 балла] Дан приведённый квадратный трёхчлен $f(x)$ такой, что уравнение $f(x) = -2x^2$ имеет единственное решение, а также уравнение $f(x) = -6$ имеет единственное решение. Найдите сумму корней уравнения $f(x) = 0$.
2. [3 балла] Сколькими способами можно представить число $n = 5^{151} \cdot 7^{600}$ в виде произведения двух натуральных чисел x и y , где y делится на x ?
3. [5 баллов] Найдите количество пар целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих системе

$$\begin{cases} 3 \log_x 27 + \log_y 3 + 8 \log_{xy} \frac{1}{9} = 0, \\ \frac{3y+3}{y-1} < \frac{7x+7}{x-1}, \\ y \leq 24. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Найдите все пары натуральных чисел $(a; b)$ такие, что

$$\begin{cases} 4 \cdot \min(a; b) = 5(a - b)^2, \\ 5 \cdot \max(a; b) = \text{НОК}(a; b). \end{cases}$$

5. [5 баллов] На сторонах BA и BC треугольника ABC с тупым углом B как на диаметрах построены окружности ω_1 и ω_2 соответственно, пересекающиеся в точках B и D . Хорда BE окружности ω_1 перпендикулярна BC , а хорда BF окружности ω_2 перпендикулярна CE и касается ω_1 . Найдите отношение $BF : BD$, если $\cos \angle BCE = \frac{3}{4}$.
6. [5 баллов] При каких значениях параметра a система

$$\begin{cases} (y + x^2 - 4x + 1)(x^2 - 2xy + 3y^2)(y - 2x + 1) = 0, \\ y = (-2a + 4)x + a^2 - 1 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения?

7. [6 баллов] В прямую четырёхугольную призму $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ вписана сфера ω . Луч с началом в точке A пересекает ω в точках P и Q , а луч с началом в точке C пересекает ω в точках M и N . Пусть O — точка пересечения диагоналей четырёхугольника $ABCD$. Найдите объём призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ и расстояние ρ от центра ω до плоскости PAC , если известно, что $AO = 1$, $BO = 2$, $CO = 11$, $AP = \frac{2}{\sqrt{5}}$, $AQ = 2\sqrt{5}$, $CM = 4\sqrt{5}$, $CN = 5\sqrt{5}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$f(x) = x^2 + 6x + c$$

$$f(x) = -2x^2$$

$$x^2 + 6x + c = -2x^2$$

$$3x^2 + 6x + c = 0 - \text{имеет одно решение} \Rightarrow D = 0,$$

$$D = 6^2 - 12c = 0$$

$$f(x) = -6$$

$$x^2 + 6x + c = -6$$

$$x^2 + 6x + c + 6 = 0 - \text{имеет одно решение} \Rightarrow D = 0$$

$$D = 6^2 - 4(c + 6) = 0$$

$$6^2 - 4c - 24 = 0$$

$$\begin{cases} 6^2 - 12c = 0 \\ 6^2 - 4c - 24 = 0 \quad / \cdot (-3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6^2 - 12c = 0 \\ -36^2 + 12c + 72 = 0 \quad (+) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} -26^2 + 72 &= 0 \\ 6^2 &= 36 \\ 6 &= \pm 6 \end{aligned}$$

По т. Виета: $x_1 + x_2 = -6$, где x_1, x_2 - корни квадратного trinomial $f(x) \Rightarrow \text{Ответ: } \pm 6$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Для того, чтобы $y : x$, необходимо чтобы степени вхождения 5 и 7 в y были больше или равны соответствующим степеням вхождения 5 и 7 в x .

То есть, что кратное 5 и 7 кратным множителям y x и y быть не может, так как $n = xy$ их не имеет. Степени вхождения 5 в x и y должны в сумме дать 157, рассмотрим такие случаи:

$$\left. \begin{array}{l} 157 + 0 \\ 150 + 7 \\ 149 + 8 \\ \dots \\ 76 + 81 \end{array} \right\} 76 \text{ пар степеней } 5$$

Аналогично рассмотрим степени вхождения 7:

$$\left. \begin{array}{l} 600 + 0 \\ 599 + 1 \\ 598 + 2 \\ \dots \\ 300 + 300 \end{array} \right\} 301 \text{ пара степеней } 7$$

П.к. каждому значению x соответствует един. значение y в силу суммы степеней вхождения, а для значения x достаточно взять любую из вычисленных степеней $5^x 7^y$ заданного порядка.

Получаем $76 \cdot 301 = 22876$ вариантов Ответ: 22876



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черпунком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

т.к. $y \in \mathbb{Z}, y > 0$, а также в силу $y \leq 24$,
то $y \in (2; 24]$

$y^3 = x \Rightarrow$ каждому значению y соответствует
единственное значение $x \Rightarrow$ т.к. возможно
то $24 - 2 = 22$, то и раз $(x; y) = 22$.

Ответ: 22 раз



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 3 \log_x 27 + \log_y 3 + 8 \log_{xy} \frac{1}{9} = 0 \\ \frac{3y+3}{y-1} < \frac{7x+7}{x-1} \\ y \leq 24 \end{cases} ; x, y \in \mathbb{Z}$$

Ограничения:
 $x > 0 \quad x \neq 1$
 $y > 0 \quad y \neq 1$

$$\begin{aligned} 3 \log_x 27 + \log_y 3 + 8 \log_{xy} \frac{1}{9} &= 0 \\ 9 \log_x 3 + \log_y 3 + 16 \log_{xy} 3 &= 0 \\ \frac{9 \log_3 3}{\log_3 x} + \frac{1 \log_3 3}{\log_3 y} - \frac{16 \log_3 3}{\log_3 xy} &= 0 \end{aligned}$$

$$\frac{9 \log_3 y + \log_3 x - 16}{\log_3 x \log_3 y} = 0$$

$$\frac{(9 \log_3 y + \log_3 x)(\log_3 x + \log_3 y) - 16 \log_3 \log_3 xy}{\log_3 x \log_3 y \log_3 xy} = 0$$

$$\log_3 x \log_3 y \log_3 xy \neq 0$$

$$\text{н. т. } x, y \neq 1, \text{ а } x, y \in \mathbb{Z} \Rightarrow xy \neq 1$$

$$(9 \log_3 y + \log_3 x)(\log_3 y + \log_3 x) - 16 \log_3 x \log_3 y = 0$$

$$9 \log_3^2 y + 10 \log_3 x \log_3 y + \log_3^2 x - 16 \log_3 x \log_3 y = 0$$

$$9 \log_3^2 y - 6 \log_3 x \log_3 y + \log_3^2 x = 0 \quad / : \log_3^2 x \neq 0, \text{ н. т. } x \neq 1$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$9 \left(\frac{\log_3 y}{\log_3 x} \right)^2 - 6 \left(\frac{\log_3 y}{\log_3 x} \right) + 1 = 0$$

Пусть $t = \frac{\log_3 y}{\log_3 x}$:

$$9t^2 - 6t + 1 = 0$$

$$(3t - 1)^2 = 0$$

$$3t - 1 = 0$$

$$t = \frac{1}{3}$$

Обр. замена:

$$\frac{\log_3 y}{\log_3 x} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{\log_3 x}{\log_3 y} = 3$$

$$\log_y x = 3$$

$$y^3 = x \quad (1)$$

Подставим (1) во второе
 неравенство в системе:

$$\frac{3y+3}{y-1} < \frac{7y^3+7}{y^3-1}$$

$$\frac{3y+3}{y-1} < \frac{7y^3+7}{(y-1)(y^2+y+1)}$$

$$\frac{(3y+3)(y^2+y+1) - 7y^3 - 7}{y^3-1} < 0 \quad / \cdot (y^3-1)$$

м.к. $y > 0, y \neq 1, y < 2 \Rightarrow y > 1 \Rightarrow$
 $\Rightarrow y^3 - 1 > 0$

$$3y^3 + 3y^2 + 3y + 3y^2 + 3y + 3 - 7y^3 - 7 < 0$$

$$-4y^3 + 6y^2 + 6y - 4 < 0 \quad / : (-2)$$

$$2y^3 - 3y^2 - 3y + 2 > 0 \quad (2)$$

$$② \quad 2y^3 - 3y^2 - 3y + 2 = 0$$

$y = 2$ - корень

	2	-3	-3	2
2	2	-7	-1	0

$$(y-2)(2y^2+y-1) > 0 \quad / : 2$$

$$(y-2)\left(y^2 + \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}\right) > 0$$

$$(y-2)(y+1)\left(y - \frac{1}{2}\right) > 0$$

⊖ ⊕ ⊖ ⊕

$\begin{array}{c} -1 \quad \frac{1}{2} \quad 2 \end{array}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Подставим $a_1 (20; 24)$

$$\begin{cases} 4 \cdot 20 = 5(24 - 20)^2 \\ 5 \cdot 24 = 120 \end{cases} \quad \begin{cases} 80 = 80 \\ 120 = 120 \end{cases} \quad \text{верно}$$

Подставим $(5; 7)$

$$\begin{cases} 4 \cdot 5 = 5 \cdot 2^2 \\ 5 \cdot 7 = 35 \end{cases} \quad \begin{cases} 20 = 20 \\ 35 = 35 \end{cases} \quad \text{верно}$$

А тогда пары $(24; 20)$ и $(7; 5)$ - также решения

Ответ: $(20; 24), (24; 20), (5; 7), (7; 5)$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 4 \cdot \min(a; b) = 5(a-b)^2 & ; a, b \in \mathbb{N} \\ 5 \cdot \max(a; b) = \text{НОК}(a; b) \end{cases}$$

Не угадая абсурдности будем считать, что $b \geq a$, т.к. если пара $(x; y)$ является решением, то и $(y; x)$ также является решением

Пусть $\text{НОД}(a; b) = p$

$$\text{НОД}(a; b) \cdot \text{НОК}(a; b) = ab \Rightarrow \text{НОК}(a; b) = \frac{ab}{p}$$

$$\begin{cases} 4a = 5(b-a)^2 \\ 5b = \frac{ab}{p} \end{cases}$$

$$5b = \frac{ab}{p} \quad / : b \neq 0 \text{ т.к. } b \in \mathbb{N}$$

$$5p = a \quad \text{Подставим в предыдущие равенства}$$

$$20p = 5(b-5p)^2$$

$$20p = 5(b^2 - 10bp + 25p^2) \quad / : 5$$

$$4p = b^2 - 10bp + 25p^2$$

$$b^2 - 10pb + 25p^2 - 4p = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐ 1

☐ 2

☐ 3

☒ 4

☐ 5

☐ 6

☐ 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решим уравнение 6:

$$D = (1-10p)^2 - 4 \cdot (25p^2 - 4p) = 16p$$

$$\sqrt{D} = 4\sqrt{p}$$

$$b = \frac{10p \pm 4\sqrt{p}}{2}$$

$$b = 5p \pm 2\sqrt{p}$$

т.к. $b \geq a \Rightarrow b \geq 5p$, а $5p - 2\sqrt{p} < 5p$ т.к. $p \in \mathbb{N}$,

то если $b = 5p + 2\sqrt{p}$, т.к. $\text{НОД}(a; b) = p$, то

$$b : p \Rightarrow b = kp$$

$$kp = 5p + 2\sqrt{p} \quad / : \sqrt{p} \neq 0$$

$$k\sqrt{p} = 5\sqrt{p} + 2$$

$$(k-5)\sqrt{p} = 2$$

$$\sqrt{p} = \frac{2}{k-5}, \text{ т.к. } \frac{2}{k-5} - \text{рациональн}, \text{ а } \sqrt{p} \in \mathbb{N}, \text{ то}$$

равенство выполняется тогда и только тогда,

когда $\sqrt{p} \in \mathbb{N}$ и $\frac{2}{k-5} \in \mathbb{N}$

$$\frac{2}{k-5} \in \mathbb{N} \Rightarrow \begin{matrix} k=6 & \sqrt{p}=2 \Rightarrow p=4 \Rightarrow b=24 \\ k=7 & \sqrt{p}=1 \Rightarrow p=1 \Rightarrow b=7 \end{matrix}$$

$$\text{т.к. } a = 5p, \text{ то } \begin{cases} a=20 \\ b=24 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} a=5 \\ b=7 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1ое выражение на $x^2 - 2xy + 3y^2$

$$\begin{cases} (y + x^2 - 4x + 1)(y - 2x + 1) = 0 & (1) \\ y = (-2a + 4)x + a^2 - 1 & (2) \end{cases}$$

Подставим (2) в (1):

$$((-2a + 4)x + a^2 - 1 - 4x + 1)((-2a + 4)x + a^2 - 1 - 2x + 1) = 0$$

$$(-2ax + a^2)((-2a + 2)x + a^2) = 0$$

т.к. $f(x) = (-2a + 4)x + a^2 - 1$ - линейная ~~фун.~~
функция, по единственному значению x соответствующее
единственное значение y

Вране случая $-2a + 4 = 0$
 $a = 2$

Рассмотрим $a = 2$:
$$\begin{cases} (x^2 - 4x + 4)(4 - 2x) = 0 \quad / :2 \\ y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x - 2)^2(2 - x) = 0 \\ y = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} (2 - x)^3 = 0 \\ y = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

- аргумент
решение $\Rightarrow$
 $\Rightarrow a = 2$ - не
каждый



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(-2ax + a^2)/(-2ax + 2x + a^2) = 0 - \text{имеем } 2$$

корня, так как если они не совпадают

$$-2ax + a^2 = -2ax + 2x + a^2$$

$$2x = 0 \Rightarrow x = 0$$

Подставим $x = 0$:

$$a^2 \cdot a^2 = 0$$

$$a^4 = 0$$

$a = 0$ - не подходит

$$\text{Ответ: } a \in \mathbb{R} / (\{0\} \cup \{-1\} \cup \{2\})$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} (y+x^2-4x+1)(x^2-2xy+3y^2)(y-2x+1)=0 \\ y=(-2a+4)x+a^2-1 \end{cases}$$

Рассмотрим выражение $x^2-2xy+3y^2$.

Решим относительно x :

$$D = 4y^2 - 4 \cdot 3y^2 = -8y^2 \quad D \geq 0 \text{ только при } y=0$$

$$\text{тогда } x^2 - 2x \cdot 0 + 3 \cdot 0^2 = 0$$

$$x^2 = 0$$

$$x=0 \Rightarrow x^2-2xy+3y^2=0 \text{ только при } (x,y)=(0,0)$$

Рассмотрим при $(x,y)=(0,0)$

$$\begin{cases} 0=0 \\ 0=a^2-1 \end{cases} \quad \begin{cases} a^2=1 \\ a=\pm 1 \end{cases}$$

Рассмотрим $a=1$:

$$\begin{cases} (y+x^2-4x+1)(x^2-2xy+3y^2)(y-2x+1)=0 \\ y=\frac{2}{3}x \end{cases}$$

Подставим $y=\frac{2}{3}x$ в 1-е выражение:

$$(x^2-2x+1)(x^2-4x^2+12x^2) \cdot 1=0$$

$$9x^2(x-1)^2=0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x=0 \quad x=1$$

$$y=0 \quad y=2$$

$$(0;0), (1;2) - 2 \text{ решения} \Rightarrow a=1 \text{ подходит}$$

Рассмотрим $a=-1$:

$$\begin{cases} (y+x^2-4x+1)(x^2-2xy+3y^2)(y-2x+1)=0 \\ y=6x \end{cases}$$

Подставим $y=6x$ в 1ое выражение:

$$(x^2+2x+1)(x^2-12x^2+108x^2)(4x+1)=0$$

$$(x+1)^2 \cdot 97x^2(4x+1)=0$$

$$x=-1 \quad x=0 \quad 4x+1=0$$

$$x=-\frac{1}{4}$$

$$y=-6 \quad y=0$$

$$y=-\frac{6}{4} - 3 \text{ решения} \Rightarrow a=-1 \text{ не подходит}$$

При $a \neq \pm 1$ $(0;0)$ - не будет решением $\Rightarrow$

$$\Rightarrow x^2-2xy+3y^2 > 0 \text{ при любых } x, y.$$

Вернемся к исходной системе и разделим



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2x - 7 = (-2a + 4)x + a^2 - 7$$

$$(y+1)^2 3y^2 = 0$$

$$2x - 7 = -2ax + 4x + a^2 \rightarrow$$

$$y = -1 \quad y = 0$$

$$2x - 2ax + a^2 = 0$$

$$-7 = a^2 - 7$$

$$x(2 - 2a) + a^2 = 0$$

$$a = 0 \quad a = \pm 1$$

$$\begin{array}{r} 72 \\ \times 41 \\ \hline 72 \\ 48 \\ \hline 492 \end{array}$$

$$x^2 - 2xy + 3y^2$$

$$y = 4x - 7$$

$$x^2 3y^2 - 2xy + x^2 = 0 \quad / : x^2 \neq 0$$

$$x^3 (x^2 - 2x(4x-7) + 3(4x-7)^2) =$$

$$3\left(\frac{y}{x}\right)^2 - 2\left(\frac{y}{x}\right) + 7 = 0$$

$$= x^3 (x^2 - 8x^2 + 2x + 3(16x^2 - 8x + 7)) =$$

$$= x^3 (x^2 - 8x^2 + 2x + 48x^2 - 24x + 21) = 0$$

$\Rightarrow$

$$x = 0, y = 0$$

$$x^3 (-7x^2 + 2x + 21) = 0$$

$$(f2a+4)x + a^2 - 7) (-2a+4)x + a^2 - 7 - 2x + 11 = 0 \quad y = 2x^a$$

$$(a = 2)$$

$$(-2ax + a^2) ((-2a+2)x + a^2) = 0$$

$$(x^2 - 2x + 7) (x^2 - 4x^2 + 12x^2) \neq 0$$

$$a = -7$$

$$-2ax + a^2 - (-2a+2)x + a^2$$

$$y = 6x \quad x = 0$$

$$2x \neq$$

$$(x^2 + 2x + 7) (x^2 - 12x^2 + \dots) (4x - 7) = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(a, b) = p, p \nmid a$$

$$4a = 5(b-a)^2$$

$$5b = \frac{ab}{p}$$

$$a = 5p$$

$$4p = (b - 5p)^2$$

$$4p = b^2 - 10pb + 25p^2$$

$$b^2 - 10pb + 25p^2 - 4p = 0$$

$$D = (-10p)^2 - 4 \cdot 25p^2 + 4p = 16p$$

$$\sqrt{D} = 4\sqrt{p} \quad b > 5p, \quad b = \frac{10p \pm 4\sqrt{p}}{2}$$

$$k=6 \quad k=7$$

$$p=4 \quad p=7$$

$$b=24 \quad b=7$$

$$4a = 5(24-a)^2$$

$$5 \cdot 24 = a = 20$$

$$b=24 \quad a=20$$

$$b=7 \quad p=7 \quad a=5$$

$$4 \cdot 5 = 5 \cdot 2^2$$

$$5 \cdot 7 = 35$$

$$4a = 5 \quad 5b = ab$$

$$4 \cdot 20 = 5(24-20)^2$$

$$4 \cdot 20 = 5 \cdot 4^2$$

$$5 \cdot 24 = 120$$

$$4 \cdot b = 5(a-b)^2$$

$$5a = \text{НОК}(a, b)$$

$$5a = \frac{ab}{p}$$

$$\frac{b}{a} = 5 \frac{1}{p}$$

$$2b = 10p \pm 4\sqrt{p}$$

$$b = 5p + 2\sqrt{p}$$

$$kp = 5p + 2\sqrt{p}$$

$$k\sqrt{p} = 5\sqrt{p} + 2$$

$$(k-5)\sqrt{p} = 2$$

$$\sqrt{p} = \frac{2}{k-5} \quad k=6 \quad k=7$$

$$p=4$$

$$4p = 16$$

$$4p = 5(6$$

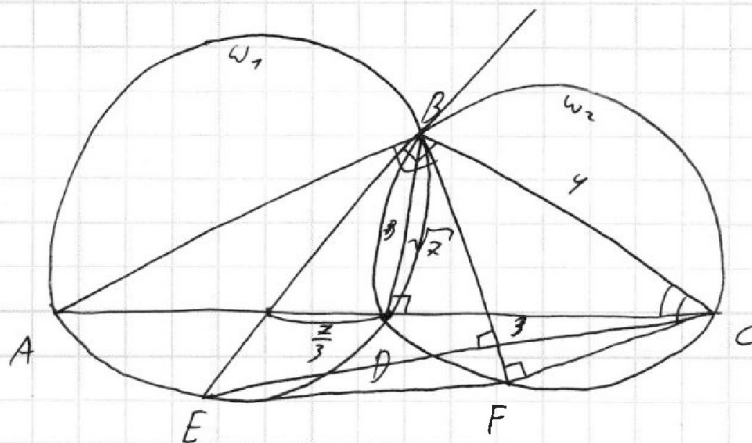


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

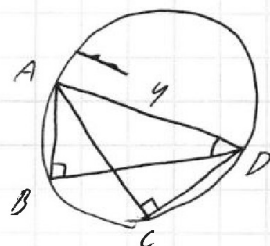
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



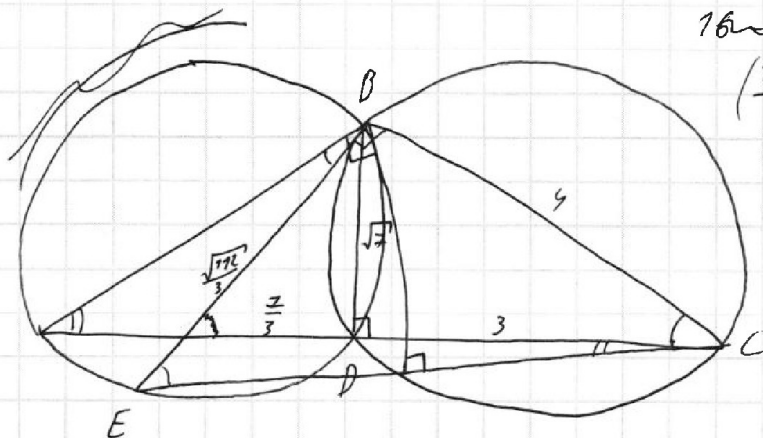
Найти: $\frac{BF}{BD}$

$$\frac{16}{3} - \frac{9}{3} =$$

$$\sqrt{3 \cdot \frac{2}{3}}$$



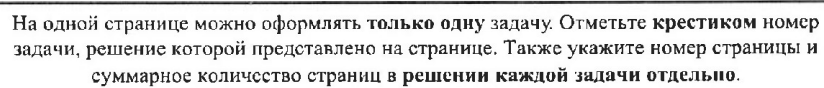
$BD = 3$



$$16 \left(\frac{16}{3} \right)^2 = 16 =$$

$$= \frac{256 - 144}{9} =$$

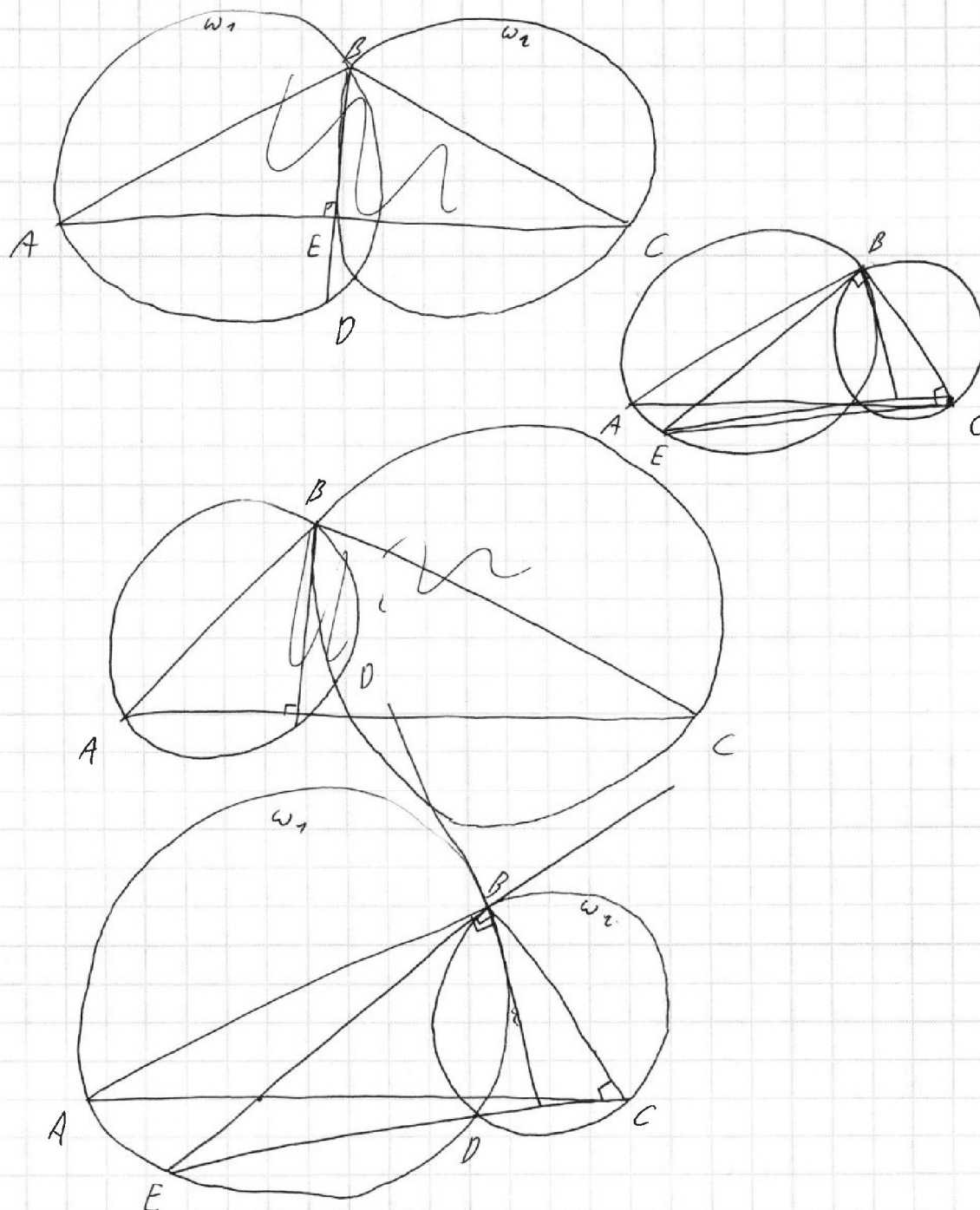
$$= \frac{112}{9}$$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 2y^3 - 3y^2 - 3y + 2 \\ - 2y^3 - 4y^2 \\ \hline y^2 - 3y \\ - y^2 - 2y \\ \hline -y + 2 \\ -y + 1 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} y-2 \\ 2y^2 + y - 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 2 & -3 & -3 & 2 \\ -2 & -4 & -7 & & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 2 & -3 & -3 & 2 \\ 2 & 2 & 7 & 7 & \end{array}$$

$$\begin{cases} 4 \cdot \min(a; b) = 5(a-b)^2 \\ 5 \cdot \max(a; b) = \text{НОК}(a; b) \end{cases}$$

$$4ab = \text{НОК}(a; b)(a-b)^2$$

$$4ka^2 = ka(ka-a)^2$$

$$4ka^2 = ka(k^2a^2 - 2ka + a^2)$$

$$4ka^2 = k^3a^3 - 2k^2a^2 + ka^3 \quad / : a^2 \quad \text{Пусть } (a; b) = a$$

$$4k = k^3a - 2k^2 + ka \quad / : k$$

$$4 = k^2a - 2k + a$$

$$4 + 2k = a(1 + k^2)$$

$$\frac{4+2k}{k^2+1} = a \quad k=1 \quad k=3$$

$$\text{Есть } (a; b) = 1$$

$$b > a$$

$$4a = 5(b-a)^2$$

$$5 \cdot b = ab$$

$$a = 5$$

$$20 = 5(b-4)^2$$

$$4 = (b-4)^2$$

$$b-4 = -2 \quad b-4 = 2$$

$$b = 2$$

$$b = 6$$

где $a=5$

$$b=3 \quad b=$$

$$a=3 \quad a=1$$

$$b=3 \quad b=3$$

$$4 \cdot 3 = 0$$

$$4 \cdot 1 = 5 \cdot 4$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{9(\log_3 y + \log_3 x)}{\log_3 x \log_3 y} - \frac{16}{\log_3 xy} = 0$$

$$\begin{array}{c|c|c|c} 2 & -3 & -3 & 2 \\ \hline 2 & 2 & -1 & -5 \end{array}$$

$$(9(\log_3 y + \log_3 x)(\log_3 y + \log_3 x) - 16 \log_3 x \log_3 y = 0$$

$$9 \log_3^2 y + 10 \log_3 x \log_3 y + \log_3^2 x - 16 \log_3 x \log_3 y = 0$$

$$9 \log_3^2 y - 6 \log_3 x \log_3 y + \log_3^2 x = 0 \quad | : \log_3^2 x, x \neq 1$$

$$9 \left(\frac{\log_3 y}{\log_3 x} \right)^2 - 6 \left(\frac{\log_3 y}{\log_3 x} \right) + 1 = 0$$

$$\log_3 x > 0$$

$$\log_3 x = 0$$

$$9t^2 - 6t + 1 = 0$$

$$D = 36 - 36 = 0 \quad \sqrt{D} = \sqrt{0} = 0$$

$$\frac{8 \pm \sqrt{128}}{18}$$

$$\left(3 \left(\frac{\log_3 y}{\log_3 x} \right) - 1 \right)^2 = 0$$

$$\frac{\log_3 y}{\log_3 x} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{\log_3 x}{\log_3 y} = 3$$

$$\log_3 x = 3$$

$$x^3 = x$$

$$\frac{3y+3}{y-1} < \frac{7y^3+7}{y^3-1}$$

$$\frac{(3y+3)(y^3-1)}{(y-1)(y^3-1)} < \frac{7y^3+7}{(y-1)(y^2+y+1)}$$

$$\frac{3y^3+3y^2+3y+3y^2+3y+3-7y^3-7}{(y-1)(y^2+y+1)} < 0$$

$$(y-1)(y^2+y+1)$$

$$16 - 12 - 6 + 2 > 0$$

$$-4y^3 + 6y^2 + 6y - 4 < 0$$

$$3, 4, 5, 6, 24$$

$$4y^2 y^3 - 3y^2 - 3y + 2 > 0$$

$$22$$

$$f'(x) = 6y^2 - 6y - 3 = 0$$

$$(y-1)(y+\frac{1}{2}) = 0$$

$$2y^2 - y - 1 = 0$$

$$y = 1 \quad y = -\frac{1}{2}$$

$$2(y-1)(y+\frac{1}{2})$$

$$\begin{array}{c} \oplus \quad \ominus \quad \oplus \\ 1 \quad -\frac{1}{2} \quad 1 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$f(x) = ax^2 + 6x + c$$

$$ax^2 + 6x + c = -2x^2$$

$$x_1 + x_2 = -6$$

$$(a+2)x^2 + 6x + c = 0$$

$$(x^2 - 4x + 4)(4 - 2x) = 0$$

$$(x-2)^2(2-x) = 0$$

$$a = -2$$

$$D = 6^2 - 4c(a+2) = 0$$

$$D = 6^2 - 4ac - 8c = 0$$

$$ax^2 + 6x + c = -6$$

$$a = 2$$

$$a = -2$$

$$c = 3$$

$$f(x) = x^2 + 6x + c$$

$$x_1 + x_2 = -6$$

$$-x^2 + 6x + c = 0$$

$$x^2 + 6x + c + 6 = 0$$

$$D = 6^2 + 4c = 0$$

$$D = 6^2 - 4(c+6) = 0$$

$$D = 6^2 - 4c - 24 = 0$$

$$\begin{cases} 6^2 + 4c = 0 \\ 6^2 - 4c - 24 = 0 \end{cases} \textcircled{+}$$

$$26^2 = 12$$

$$6^2 = 12$$

$$6 = \pm 2\sqrt{3}$$

$$3x^2 + 6x + c = 0$$

$$D = 6^2 - 4 \cdot 3c = 0$$

$$\begin{cases} 6^2 - 4c - 24 = 0 \quad | \cdot 3 \\ 6^2 - 12c = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 36^2 - 12c - 72 = 0 \quad \textcircled{+} \\ 6^2 - 12c = 0 \end{cases}$$

$$26^2 = 72$$

$$6^2 = 36$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Умножи y на x , надо найти степень значения
 5 и 7 y y 3 x 3^{-2}

$$\left. \begin{array}{l} 150 + 0 \\ 150 + 1 \\ \dots \\ 76 + 75 \end{array} \right\} 76 \quad \left. \begin{array}{l} 600 + 0 \\ 599 + 1 \\ \dots \\ 300 + 300 \end{array} \right\} 300$$

$$\begin{array}{r} 307 \\ \times 76 \\ \hline 1806 \\ 2107 \\ \hline 22876 \end{array}$$

$$x \neq 1 \quad y \neq 1$$

$$\begin{cases} 9 \log_3 x + \log_3 x - 16 \log_{xy} 3 = 0 \\ \frac{9}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_3 y} - \frac{16}{\log_3 xy} = 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} x > 0 \quad y > 0 \\ xy \neq 1 \end{matrix}$$

$$\frac{16 \log_3 y}{\log_3 xy \log_3 y} = \frac{16 \log_3 x \log_3 y}{\log_3 xy \log_3 x \log_3 y} = \frac{16}{\log_3 x \log_3 y}$$

$$9 \log_3 y + \log_3 x - 16 = 0$$

$$\log_3 xy^9 = 16 \quad x = 3^z$$

$$\frac{3 \cdot 3 + 3}{3 - 1} < \frac{7 \cdot 3^7 + 7}{3^7 - 1} \quad xy^9 = 3^{16} \quad y = 3$$

$$\frac{12}{2} < \frac{7 \cdot 3^7 + 7}{3^7 - 1} \quad 7 \cdot 3^7 + 7 > 6 \cdot 3^7 - 6$$

$$6 < \frac{7 \cdot 3^7 + 7}{3^7 - 1} \quad 3^7 > -13$$