



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 11



1. [3 балла] Дан приведённый квадратный трёхчлен $f(x)$ такой, что уравнение $f(x) = 2x^2$ имеет единственное решение, а также уравнение $f(x) = -8$ имеет единственное решение. Найдите сумму корней уравнения $f(x) = 0$.
2. [3 балла] Сколькими способами можно представить число $n = 2^{401} \cdot 3^{500}$ в виде произведения двух натуральных чисел x и y , где y делится на x ?
3. [5 баллов] Найдите количество пар целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих системе

$$\begin{cases} \log_x 2 + 3 \log_y 8 + 4 \log_{xy} \frac{1}{16} = 0, \\ \frac{x-1}{x+1} > \frac{3y-3}{7y+7}, \\ x \leq 31. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Найдите все пары натуральных чисел $(a; b)$ такие, что

$$\begin{cases} 4 \cdot \min(a; b) = 3(a-b)^2, \\ 3 \cdot \max(a; b) = \text{НОК}(a; b). \end{cases}$$

5. [5 баллов] На сторонах BA и BC треугольника ABC с тупым углом B как на диаметрах построены окружности ω_1 и ω_2 соответственно, пересекающиеся в точках B и D . Хорда BE окружности ω_1 перпендикулярна BC , а хорда BF окружности ω_2 перпендикулярна CE и касается ω_1 . Найдите отношение $BF : BD$, если $\cos \angle BCE = \frac{3}{5}$.
6. [5 баллов] При каких значениях параметра a система

$$\begin{cases} (y - x^2 - x - 1)(x^2 - 3xy + 4y^2)(y + x - 1) = 0, \\ y = (2a + 1)x - a^2 + 1 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения?

7. [6 баллов] В прямую четырёхугольную призму $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ вписана сфера ω . Луч с началом в точке A пересекает ω в точках P и Q , а луч с началом в точке C пересекает ω в точках M и N . Пусть O — точка пересечения диагоналей четырёхугольника $ABCD$. Найдите объём призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ и расстояние ρ от центра ω до плоскости PAC , если известно, что $AO = 1$, $BO = 2$, $CO = 4$, $AP = \frac{\sqrt{5}}{3}$, $AQ = \frac{5\sqrt{5}}{3}$, $CM = \frac{10\sqrt{5}}{9}$, $CN = 2\sqrt{5}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

7 из 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $f(x)$ имеет вид $x^2 + bx + c$. Тогда

$$x^2 + bx + c = 2x^2 \text{ имеет одно решение} \Leftrightarrow D = 0$$

$$x^2 - bx - c = 0 \quad D = b^2 + 4c \Leftrightarrow b^2 = -4c$$

$$x^2 + bx + c = 3 \text{ имеет одно решение} \Leftrightarrow D = 0$$

$$x^2 + bx + c + 3 = 0 \quad D = b^2 - 4c - 32 \quad \text{п.к. } -4c = b^2, \text{ то}$$

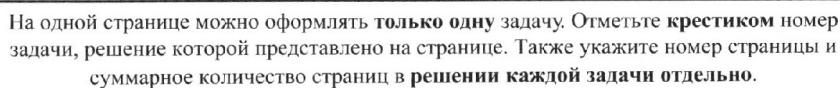
$$2b^2 = 32 \Leftrightarrow b^2 = 32, \text{ тогда } c = -8$$

$$b^2 = 16 \Leftrightarrow b = \pm 4 \quad \text{в п.к. } \text{имеем корни} =$$

$$-b, \text{ то } \text{имеем корни } \text{равно } \pm 4 + 9 \text{ или } -4$$

$$\text{Ответ: } \pm 4$$

$$\text{Ответ: } \pm 4 \text{ или } -4$$



СТРАНИЦА

2 ИЗ 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

m. R. $g: X$, ms $g = KX$, $K \in \mathcal{N}$

$x \cdot y = 2^{107} \cdot 3^{500}$ ~~тогда~~ $\Rightarrow KX^2 = 2^{107} \cdot 3^{500}$. Значит, что K -многократный делитель числа $\Rightarrow$ кан. разр. $(x; y) =$ кан.-лы взаимно простых множеств X^2 . $\exists X^2$ для каждого

использования вогнутых линз.

[illegible]

Order: 204.254



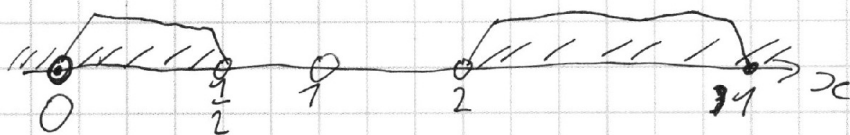
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4x^2 - 10x + 4 > 0 \Leftrightarrow 2(x-2)(x-\frac{1}{2}) > 0 \quad (1) \quad x \leq 3$$



Получе x принимает значения от $(0; \frac{1}{2}) \cup (2; 3]$ и

$\in \mathbb{N} \Rightarrow x$ принимает все натуральные значения

от 1 до 3, и x равно 2, а.т.к. $y \geq x^3$, то

каждому значению x соответствует интервал $y \geq$

на $(x; y)$ 29

Ответ: 29



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

3 из 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \log x^2 + 1 \log y^3 + 4 \log xy \cdot \frac{1}{16} = 0 & (1) \\ \frac{x-1}{x+1} > \frac{y-1}{y+1} & (2) \\ x \leq y & (3) \end{cases}$$

Имена переменных:

$$x > 0; x \neq 1; y > 0; y \neq 1; xy > 0; xy \neq 1$$

Решим (1)

$$\log x^2 + 1 \log y^3 + 4 \log xy \cdot \frac{1}{16} = 0 \Leftrightarrow \log x^2 + 1 \log y^3 + \frac{1}{4} \log xy = 0$$

По формуле перехода к новому основанию имеем:

$$\frac{1}{\log x} + \frac{3}{\log y} = \frac{16}{\log xy} \Leftrightarrow \frac{1}{\log x} + \frac{3}{\log y} = \frac{16}{\log x \log y}$$

Пусть $\log x = a \neq 0$, $\log y = b \neq 0$, тогда:

$$\frac{1}{a} + \frac{3}{b} = \frac{16}{ab}$$

$$b^2 + 3a^2 = 16ab \Leftrightarrow (b-4a)^2 = 0 \quad b = 4a$$

$$\log y = 4 \log x \Leftrightarrow \log y = \log x^4 \Leftrightarrow y = x^4$$

Решим (2) и найдем значения y и x^3

$$\frac{x-1}{x+1} > \frac{y-1}{y+1} \Rightarrow \frac{x-1}{x+1} > \frac{x^4-1}{x^4+1} \quad \text{т.к. } x > 0, x \neq 1, \text{ то}$$

$$7(x^2+1)(x-1) > 1(x^2-1)(x+1) \quad 7(x^2-x+1) > 1(x^2+x+1) \Leftrightarrow$$

$$6x^2 - 70x + 6 > 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
5 из 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 1. \min(a; b) = 3(a-b)^2 & (1) \\ 2. \max(a; b) = \text{НОК}(a; b) & (2) \end{cases}$$

Заметим, что если рассмотреть значения a и b , то

выражение не увеличивается, тогда $500 > a$.
Если $b = a$, то $\min(a; b) = 0 \Rightarrow a = 0 \Rightarrow$ не подходит.
Значит $b > a$.

Заметим, что $\log(a; b) \cdot \text{НОК}(a; b) = a \cdot b \Rightarrow$

$$\text{НОК}(a; b) = \frac{a \cdot b}{\log(a; b)} \quad \text{Тогда имеем уравнение:}$$

$$\begin{cases} 1. a = 3(a-b)^2 \\ 2. b \cdot \log(a; b) = a \Rightarrow \log(a; b) = \frac{a}{b} \Rightarrow a = b^2 \end{cases}$$

тогда пусть $a = 3c$, имеем уравнение

$$\begin{cases} 1. c = (b-3c)^2 \\ 2. \log(b; 3c) = \frac{c}{b} \Rightarrow b = kc, \quad k \neq 3, \quad k > 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1. c = (kc-3c)^2 \Rightarrow kc^2 = c^2(k-3)^2 \Rightarrow k = (k-3)^2 \\ 2. \log(kc; 3c) = \frac{c}{kc} \quad (\text{приведем}) \end{cases}$$

$k = (k-3)^2$, $k \neq 3$, $k > 3$. Если $c = 1$, то $k = 7$. Если $c = 2$, то $k = 5$. Если $c = 4$, $k = 4$. Все значения подходят.
 c делится на 4. Заметим, тогда $b > a$ имеет 4 значения $\Rightarrow$ при $a > b$ тоже 3 значения, всего значений 6 значений.

Ответ: $(a=1; b=7); (a=2; b=10); (a=4; b=16)$ и наоборот, всего было значений 6 значений.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
7 из 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

По Т. косинусов $AC^2 = AD^2 + DC^2 - 2AD \cdot DC \cdot \cos \angle D$

$$\cos \angle D = \cos \left(\frac{\pi}{2} + \arccos \cos \frac{\pi}{5} \right) = -\sin \left(\frac{\pi}{5} \right) = -\sin \left(\arccos \cos \frac{\pi}{5} \right) =$$
$$= -\sqrt{1 - \frac{16}{25}} = -\frac{3}{5} \quad AD = 5x, \quad DC = 3x$$

$$AC^2 = 25x^2 + 9x^2 - 2 \cdot 5x \cdot 3x \cdot \frac{3}{5} = 52x^2 \Rightarrow AC = 2\sqrt{13}x$$

$$S_{\triangle ADC} = \frac{AD \cdot DC}{2} \cdot \sin \angle D = \frac{5x \cdot 3x}{2} \cdot \sin \left(\frac{\pi}{2} + \arccos \cos \frac{\pi}{5} \right) =$$
$$= 6x^2 \quad \frac{AC \cdot BD}{2} = S_{\triangle ADC} \Rightarrow BD = \frac{6x}{\sqrt{13}}$$

$$BF = \frac{ED \cdot AC}{EC} = \frac{4x^2}{5x} = \frac{4x}{5}$$

$$BF : BD = \frac{4x}{5} : \frac{\sqrt{13}}{6x} = \frac{24\sqrt{13}}{5}$$

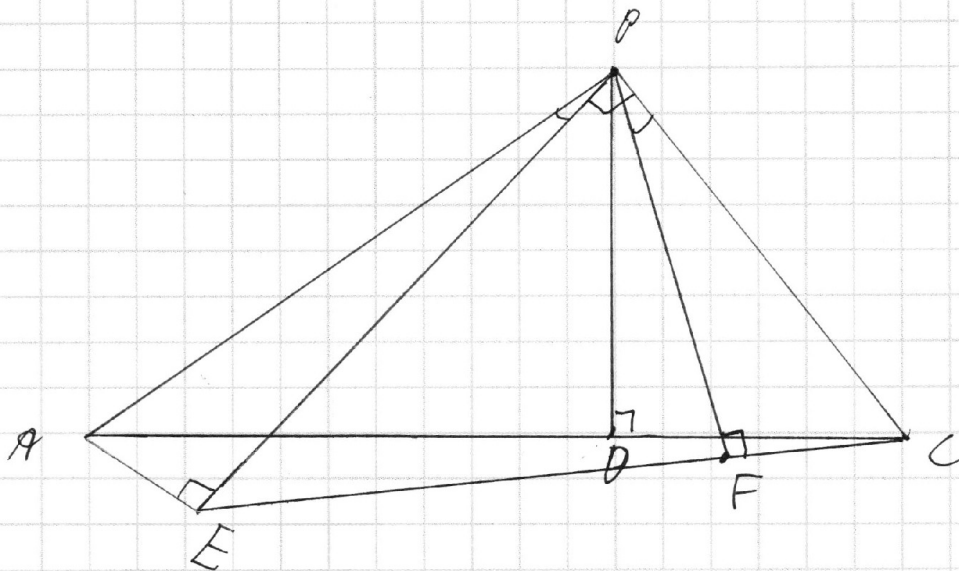
Ответ: $\frac{24\sqrt{13}}{5}$



СТРАНИЦА

6 из 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Значит, что PD - высота $\triangle ABC$, т.к. AD диаметр W_1 и PC диаметр $W_2 \Rightarrow \angle ADP = \angle CDP = 90^\circ$, из этого

их сумма $180^\circ \Rightarrow$ они образуют развернутый угол, и это означает, что точка $D \in AC$. Также известно, что $F \in AB$, $F \in EC$. В этом случае, ил. для отрезка PF ил. пересечение прямой PF и EC , ил.к. $PF \perp EC$, ил. $\angle PFC = \angle PDC = 90^\circ \Rightarrow ADFEC$ лежит на одной окружности W_3 , ил. F тоже лежит на W_2 ил. $W_3 \Rightarrow$ прямая PF пересекает окр. W_2 только в одной точке, ил. PF - касательная к W_2 , ил. AD - диаметр, ил. $\angle FPA = 90^\circ$, ил. $\angle EPC = 90^\circ$ (ил. W_3), ил. $\angle APE = \angle FPC = 90^\circ - \angle BPC$. ил. $\cos \angle BPC = \frac{2}{5}$, ил. $\triangle EPC$ прямоугольный, ил. $EC = 5x$, $PC = 3x$, $PE = 4x$. $\angle AEP = 90^\circ$, ил. AD - диаметр, $FE \in W_1$. Тогда $\angle BAE = \angle PCF = 90^\circ - \angle BPC$. $\angle PEF = 2 \angle FPC$, ил. $\angle EPC = 90^\circ \Rightarrow \triangle APE \sim \triangle PCE$ ил. $AP = PE$ ил. $AP = 4x$. $\Rightarrow AD = 8x$ ил. $\cos \angle PCF = \frac{2}{5}$, ил. $\cos \angle FPC = \frac{4}{5}$, ил. $\angle FPC = \arccos \frac{4}{5}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА

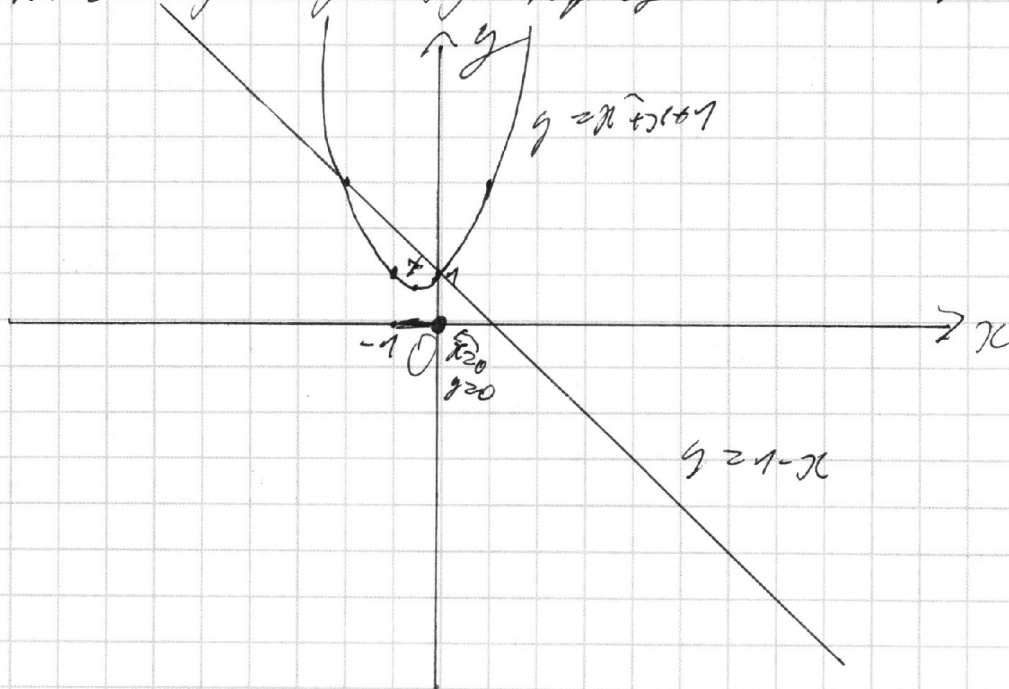
8 ИЗ 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} (y-x-1)(x^2+xy+y^2)(y+x-1)=0 & (1) \\ y=(2a+1)x-a^2+1 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} y=x+1 \\ x^2+xy+y^2=0 \\ y+x-1=0 \Leftrightarrow y=1-x \end{cases}$$

Находим, что $x^2+xy+y^2=0$ только при $x=y=0$,
и.к. $D=9y^2-16y^2=-7y^2$ корнями это не могут быть!



(2) $y=(2a+1)x-a^2+1$ заменим сюда это уравнение
получим через $(0;0)$: $0=-a^2+1 \Rightarrow a=\pm 1$.
Заметим, что прямая $y=(2a+1)x-a^2+1$ всегда касается
 $y=x^2+x+1$, и.к. если их приравняем:
 $x^2+x+1=2ax+x-a^2+1 \Rightarrow x^2-2ax+a=0 \Rightarrow (x-a)^2=0$
у них всегда 1 общая точка, а и.к. в этот при y
получим 0 значит, что это точка касания.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА

9 из 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Определим кривые, проходящие через точку $(0;0)$, когда $a \in \mathbb{R}$. Если $a \neq 1$, то кривая имеет вид $y = ax^2$. Заметим, что она пересекает ось

касательную $y = 1-x$ и касательная касается $y = x^2 + x + 1$ и проходит через $(0;0)$ и при этом все эти точки

совпадают, т.е. $x^2 + x + 1 = 1 - x$ $x^2 + 2x = 0$ $x(x+2) = 0 \Rightarrow$

кривая $y = 1-x$ и касательная $y = x^2 + x + 1$ имеют 2

общие точки $(0;1)$; $(-2;1)$ и они не принадлежат кривой $y = ax^2$. $\Rightarrow a \neq 1$ не подходит при $a = -1$ кривая имеет вид $y = -x$.

Заметим, что эта кривая и $y = 1-x$ и касательная касаются в 1 точке и проходят через $(0;0) \Rightarrow$ имеют 2 решения $\Rightarrow a \neq -1$ подходит. Заметим, что во всех остальных случаях кривая

$y = (2a+1)x - a^2 + 1$ имеет только одну точку.

С $y = 1-x$ и 1 точкой касания ($y = x^2 + x + 1$, а значит имеют 2 решения, кроме всех случаев, когда эти точки совпадают. Рассмотрим эти

случаи: $1 = -a^2 + 1 \Rightarrow a = 0$ и $1 = -x - 2 - 4ax -$

$-a^2 + 1 \Rightarrow y = -1 - 4ax - a^2 - 4ax + 4$

$1 = -2 - 4a - a^2 + 1 \Rightarrow 4 + 4a + a^2 = 0$ $(a+2)^2 = 0$ $a = -2$

Ответ: ~~$a \in (-\infty; 1) \cup$~~

Ответ: $a \in (-\infty; 0) \cup (0; 1) \cup (1; 2) \cup (2; +\infty)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$y = x^3 \quad x > 0 \quad x \neq 1 \quad y > 0 \quad y \neq 1$$

$$\frac{x-1}{x+1} > \frac{y-1}{y+1}$$

$$\frac{x-1}{x+1} > \frac{y^2-1}{y^2+1}$$

$$x \neq 1$$

$$7(x^2-1)(x-1) = 1(x^2-1)(x+1)$$

$$7(x-1)(x+1)(x^2-x+1) = 1(x-1)(x+1)(x+1)$$

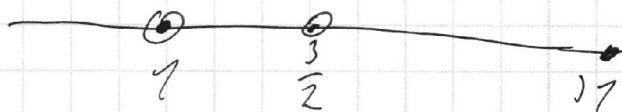
$$2(x^2-x+1) = 1(x^2+1+1)$$

$$7x^2 - 7x + 7 = 1x^2 + 2$$

$$7x^2 - 10x + 6 = 0$$

$$2x^2 - 5x + 3 > 0$$

$$2(x-1)(x-\frac{3}{2}) > 0$$



2 17
(30)

$$1. \quad \min(a; b) = 1(a-b)^2$$

$$1 \max(a; b) = 2[a; b]$$

$$a > b$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐

СТРАНИЦА

__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$f(x) = 2x^2$$

$$x^2 + bx +$$

$$x^2 + ax + b = 2x^2$$

$$x^2 + ax - y = 0$$

$$x^2 - ax - b = 0$$

$$x^2 + ax + b = -8$$

$$a^2 + 4b = 0 \quad \hat{a} = -4b \quad b = -4$$

$$x^2 + ax + b = 0$$

$$a^2 + 4b - 64 = 0$$

$$a^2 + a^2 - 64 = 0 \quad 2a^2 = 64$$

$$a^2 = 32$$

$$a = \pm 4\sqrt{2}$$

$$2. \quad n = 2^{401} \cdot 5^{500}$$

$$y = nx$$

$$nx^2$$

$$n = 2^{400}$$

$$2^0$$

$$2^1$$

$$2^{401}$$

$$0$$

$$401$$

$$101 \cdot 257 = 26017$$

$$3. \quad \log_x 2 + 3 \log_y 3 + 4 \log_{xy} \frac{1}{16} = 0$$

$$b = 3a$$

$$\log_2 x = \log_2 x^3$$

$$\log \frac{1}{\log y}$$

$$\log x^2 +$$

$$\log x^2 + 3 \log y^2 + 16 \log_{xy} 2 = 0 \quad y = x^3$$

$$\frac{1}{\log_2 x} + \frac{3}{\log_2 y} = 16 \cdot \frac{1}{\log_2 xy}$$

$$\frac{1}{\log_2 x} + \frac{3}{\log_2 y} = \frac{16}{\log_2 x \log_2 y}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{3}{b} = \frac{16}{a+b}$$

$$b(a+b) + 3a(a+b) = 16ab$$

$$ab + b^2 + 3a^2 + 3ab = 16ab$$

$$b^2 - 6ab + 3a^2 = 0 \quad (b-3a)^2 = 0$$

$$b + 3a = 6ab$$

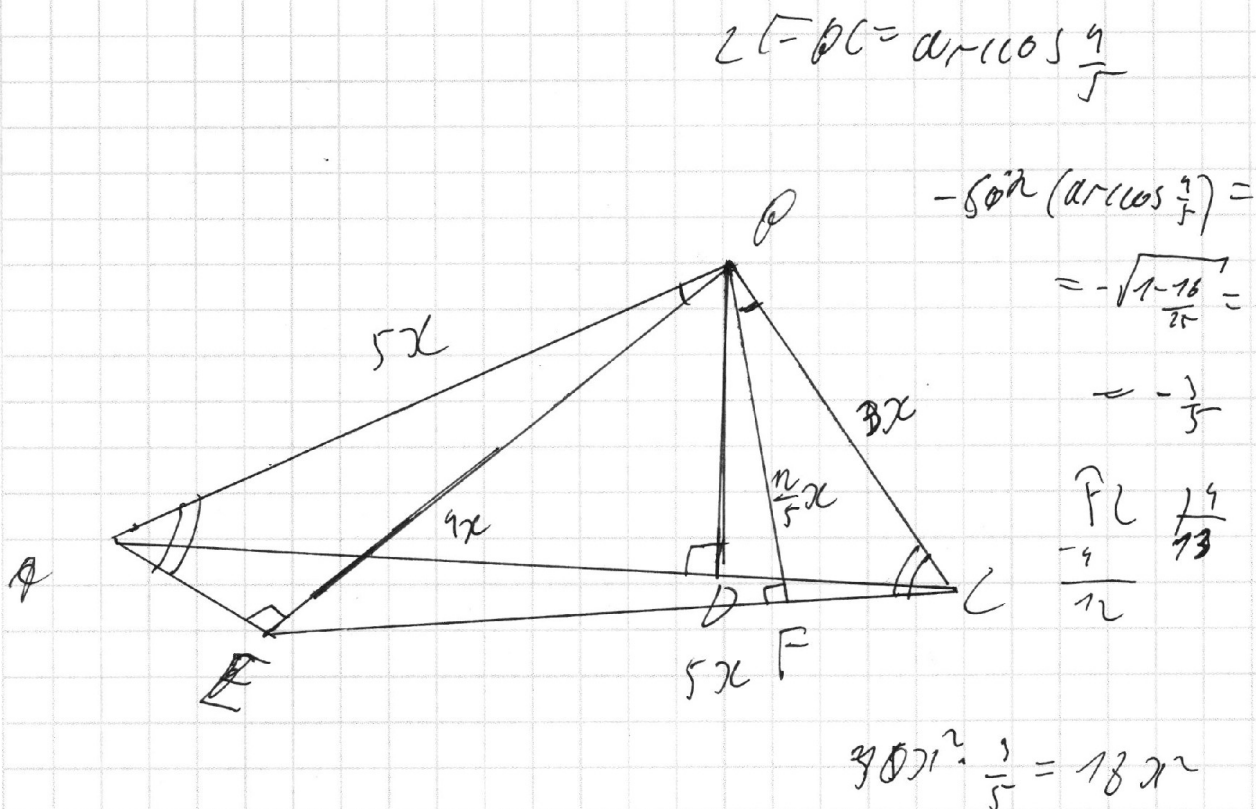


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$AC^2 = 25x^2 + 9x^2 + 18x^2 = 52x^2 = 52x^2 = 2\sqrt{13}x$$

$$\frac{18x^2}{1} - \frac{4}{5} = 6x^2$$

$$\sqrt{13}x \cdot PD = 6x^2$$

$$PD = \frac{6x}{\sqrt{13}} = \frac{6\sqrt{13}x}{13}$$

$$\frac{12}{5}x - \frac{\sqrt{13}}{6x} = \frac{2\sqrt{13}}{5} - \text{Округли:}$$

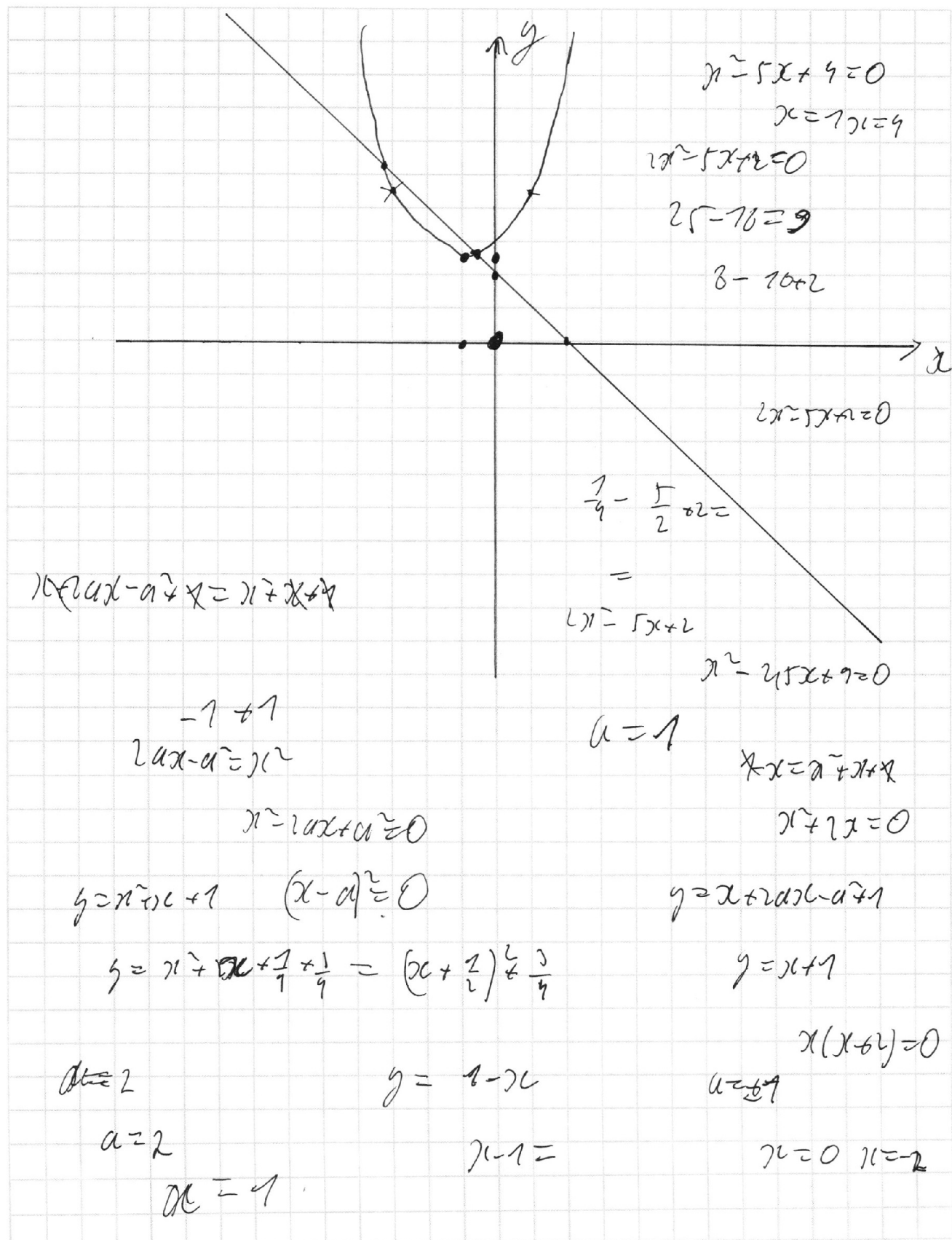


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(y - \tilde{x} - 1)(\tilde{x} - 1)(y + \tilde{x}^2)(y + \tilde{x} - 1) = 0$$

$$y = (2a + 1)x - a\tilde{x} + 1$$

$$y = 2ax + \tilde{x} - a\tilde{x} + 1 \quad y = a(2x - a) + \tilde{x} + 1$$

$$a\tilde{x} - 2ax - \tilde{x} - 1 + y = 0$$

$$4ax - 4x^2 + 7x + 4 \quad x^2 + xy - 7xy + 4y^2$$

$$y = \tilde{x} + x + 1$$

$$(x + y)(x - y)$$

$$x(x + y) - y(x - y)$$

$$x^2 - 7xy + 4y^2 = 0$$

$$y = 0$$

$$x = 0$$

$$0 = 9y^2 - 16y^2 = 0$$

$$y = 2ax + x - a\tilde{x} + 1$$

$$y = 2ax - a\tilde{x} - x^2 + 1 + x\tilde{x} + x$$

$$y = -(a - x)\tilde{x} + 1 + \tilde{x}x$$

~~6~~

$$y = \tilde{x}x + 1 - (a - x)^2$$

$$y = 2(a + t)x + x - (a + t)\tilde{x} + 1$$

~~14~~

$$y = 2ax + tx + x - a\tilde{x} - 2at - 6\tilde{x} + 1$$

$$2tx - 2at - 6\tilde{x}$$

$$y = x + 1$$

$$2ax - a^2$$

$$(0; 1)$$

$$(1; 2)$$

(

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

82-96-

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a > b$$

$$1 \quad b = (a-b)^2$$

$$1 \quad b = (a+b)^2 - 2ab$$

$$1 \quad a = \text{[?]} [a; b] =$$

$$\text{[?]} b = (a; b)$$

$$3 \quad a(b; b) = ab$$

$$1 \quad (a; b) = b \quad b = 1c$$

$$1 \quad 2c = (a-1c)^2$$

$$1 \quad c = (a-1c)^2$$

$$c = (a; 1c)$$

$$a = kc \quad k \neq 1$$

$$1 \quad c = (kc-1c)^2$$

$$1 \quad c = c^2(k-1)^2$$

$$1 \quad 1 = c(k-1)^2$$

$$c=1 \quad k=7; \quad c=2 \quad k=5$$

$$c=1 \quad k=9$$

$$ab > a$$

$$1 \quad a = (a-b)^2$$

$$1 \quad b = [a; b]$$

$$1 \quad b = (a; b) = ab$$

$$a = 1c$$

$$1 \quad (a; b) = a$$

$$(3c; b) = 3c \quad b = kc \quad k \neq 1$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

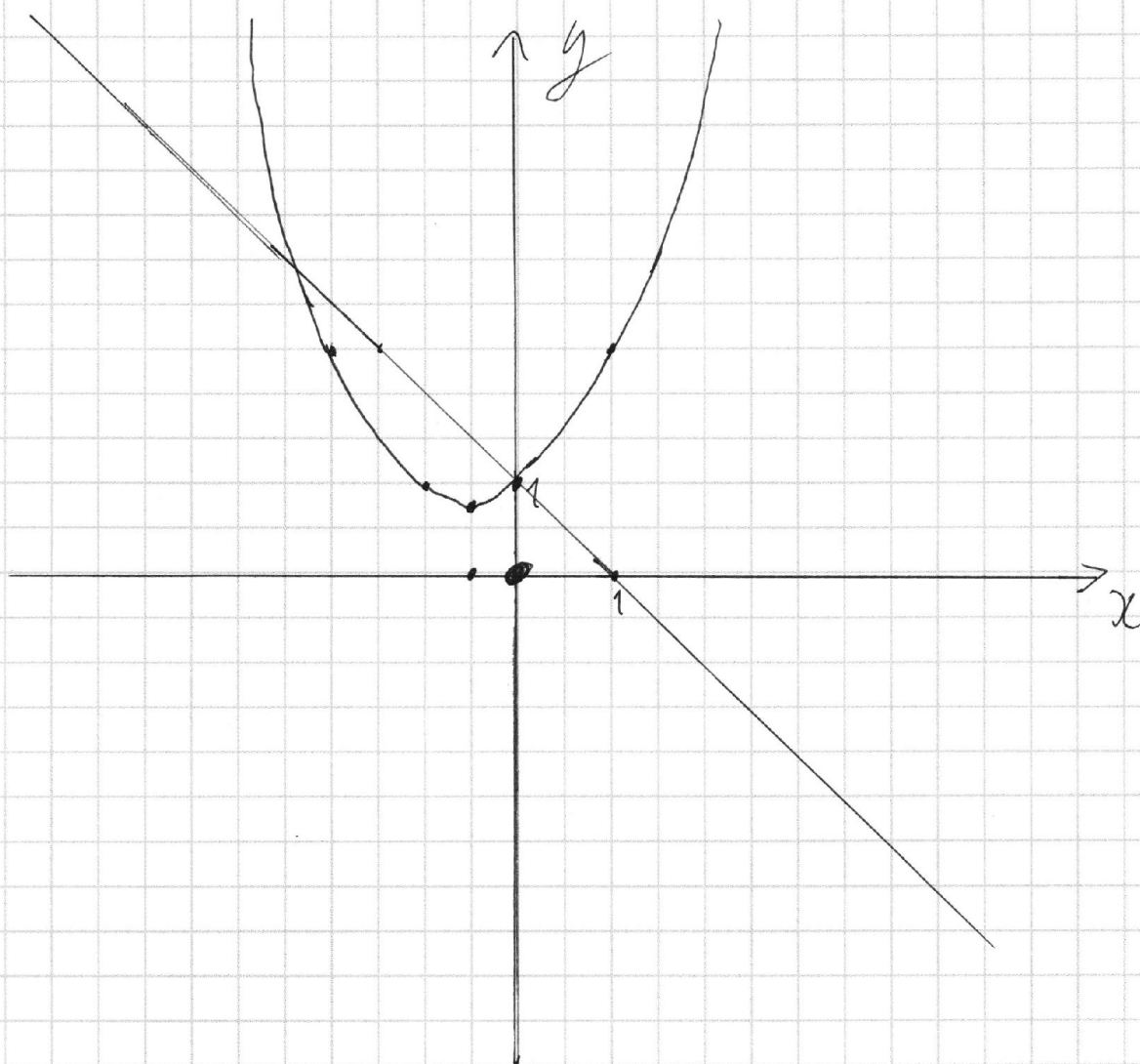
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$y = x + 1 \text{ и } y = x.$$

$$y = x + 1 \text{ и } y = x$$

$$y = x + 1 \text{ и } y = x$$

$$y = x$$

$$y = x(1 + 1) - 1 + 1$$

$$x^2 + x + 1 = x$$

$$x^2 - 1x + 1 = 0$$

$$x = 0$$

$$x = -2$$

$$x^2 + x + 1 = x$$

$$x^2 + x + 1 = x$$

$$y = -x \quad (x = 1) \hat{=} 0$$

$$x^2 + x + 1 = -x$$

$$x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$(x - 1)^2 = 0$$