



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 12



1. [3 балла] Дан приведённый квадратный трёхчлен $f(x)$ такой, что уравнение $f(x) = -2x^2$ имеет единственное решение, а также уравнение $f(x) = -6$ имеет единственное решение. Найдите сумму корней уравнения $f(x) = 0$.
2. [3 балла] Сколькими способами можно представить число $n = 5^{151} \cdot 7^{600}$ в виде произведения двух натуральных чисел x и y , где y делится на x ?
3. [5 баллов] Найдите количество пар целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих системе

$$\begin{cases} 3 \log_x 27 + \log_y 3 + 8 \log_{xy} \frac{1}{9} = 0, \\ \frac{3y+3}{y-1} < \frac{7x+7}{x-1}, \\ y \leq 24. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Найдите все пары натуральных чисел $(a; b)$ такие, что

$$\begin{cases} 4 \cdot \min(a; b) = 5(a - b)^2, \\ 5 \cdot \max(a; b) = \text{НОК}(a; b). \end{cases}$$

5. [5 баллов] На сторонах BA и BC треугольника ABC с тупым углом B как на диаметрах построены окружности ω_1 и ω_2 соответственно, пересекающиеся в точках B и D . Хорда BE окружности ω_1 перпендикулярна BC , а хорда BF окружности ω_2 перпендикулярна CE и касается ω_1 . Найдите отношение $BF : BD$, если $\cos \angle BCE = \frac{3}{4}$.
6. [5 баллов] При каких значениях параметра a система

$$\begin{cases} (y + x^2 - 4x + 1)(x^2 - 2xy + 3y^2)(y - 2x + 1) = 0, \\ y = (-2a + 4)x + a^2 - 1 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения?

7. [6 баллов] В прямую четырёхугольную призму $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ вписана сфера ω . Луч с началом в точке A пересекает ω в точках P и Q , а луч с началом в точке C пересекает ω в точках M и N . Пусть O — точка пересечения диагоналей четырёхугольника $ABCD$. Найдите объём призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ и расстояние ρ от центра ω до плоскости PAC , если известно, что $AO = 1$, $BO = 2$, $CO = 11$, $AP = \frac{2}{\sqrt{5}}$, $AQ = 2\sqrt{5}$, $CM = 4\sqrt{5}$, $CN = 5\sqrt{5}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☒

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$f(x) = -2x^2 \quad - \text{ег. реш.}$$

$$f(x) = -6 \quad - \text{ег. реш.}$$

$$\text{Скореей } y \text{ - а } f(x) = 0$$

$$f(x) = x^2 + ax + b$$

$$x^2 + ax + b = -2x^2$$

$$3x^2 + ax + b = 0$$

$$\Delta = a^2 - 12b = 0$$

Имеем систему:

$$\begin{cases} a^2 - 12b = 0 \\ a^2 - 4b - 24 = 0 \end{cases}$$

$$-12b + 4b + 24 = 0$$

$$-8b + 24 = 0$$

$$-8b = -24$$

$$8b = 24$$

$$b = 3;$$

$$a^2 - 12 \cdot 3 = 0$$

$$a^2 = 36$$

$$a = \pm 6$$

Ответ: -6 или 6 .

$\neq$

$$x^2 + ax + b = -b$$

$$x^2 + ax + b + b = 0$$

$$\Delta = a^2 - 4b - 24 = 0$$

I случай:

$$b = 3; a = 6;$$

$$x^2 + 6x + 3 = 0$$

$$\Delta = 36 - 4 \cdot 3 = 36 - 12 > 0$$

$$x_1 + x_2 = -6$$

II случай:

$$b = 3; a = -6$$

$$x^2 - 6x + 3 = 0$$

$$\Delta = 36 - 12 > 0; x_1 + x_2 = 6$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n = 5^{151} \cdot 7^{600}$$

$$x = k$$

$$y = mk, \quad m \in \mathbb{N}, k \in \mathbb{N}$$

$$mk^2 = 5^{151} \cdot 7^{600} \quad (*)$$

Количество способов найти парю x и y равно количеству решений в $\mathbb{N}$ ур-я (*).

В k^2 должно входить 5 и 7 в некоторых четных степенях, не превосходящих 151 и 600. Всего вариантов для k^2 :

$$\left(\left\lceil \frac{151}{2} \right\rceil + 1 \right) \cdot \left(\left\lceil \frac{600}{2} \right\rceil + 1 \right) = 76 \cdot 301 = 22876$$

Количество вариантов для k^2 равно кол-ву решений в $\mathbb{N}$ ур-я (*).

Ответ: 22876 способами.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Решение задачи~~
как y^3 , x и определяется
 $y \in [3; 24]$ заметим, что при
выпущено. все ограничения на x и y
и-но, ответом будет
кол-во целых чисел от 3 до 24
включительно, т.е. 22
Ответ: 22 ~~целых~~ пар целых x и y .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Вместо x подставим y^3

$$\frac{3}{y-1} < 2 + \frac{7}{y^3-1}$$

$$\frac{3}{y-1} - \frac{7}{y^3-1} - 2 < 0$$

$$\frac{3}{y-1} - \frac{7}{(y-1)(y^2+y+1)} - 2 < 0$$

$$\frac{3(y^2+y+1)-7-2(y^3-1)}{(y-1)(y^2+y+1)} < 0 \quad | \cdot (y^2+y+1) > 0$$

$$\frac{3y^2+3y+3-7-2y^3+2}{y-1} < 0$$

$$\frac{-2y^3+3y^2+3y-2}{y-1} < 0$$

$$\frac{(y+1)(-2y^2+5y-2)}{(y-1)} < 0$$

$$\frac{(y+1)(2y^2-5y+2)}{(y-1)} > 0 \quad | : (y+1) > 0 \text{ при } y \text{ целых и при } y \in (1; 24]$$

$$\frac{2y^2-5y+2}{y-1} > 0$$

$$| \cdot (y-1) > 0 \text{ при } y \text{ целых и при } y \in (1; 24]$$

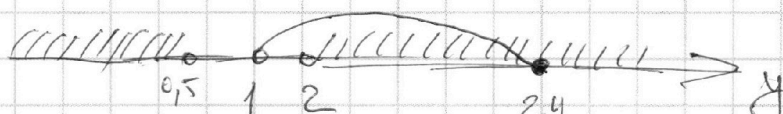
$$2y^2-5y+2 > 0$$

$$D = 25 - 16 = 9$$

$$y = \frac{5+3}{4} = 2$$

$$y = \frac{5-3}{4} = 0,5$$

$$2(y-2)(y-0,5) > 0$$



Т.е. нам могут подходить целые $y \in [3; 24]$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 3 \log_x 27 + \log_y 3 + 8 \log_{xy} \frac{1}{9} = 0 \quad (1) \\ \frac{3y+3}{y-1} < \frac{7x+7}{x-1} \\ y \leq 24 \end{cases} \quad \text{ОДЗ:}$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ x \neq 1 \\ y \neq 1 \\ xy \neq 1 \end{cases}$$

$$(1): 3 \log_x 3^3 + \log_y 3 + \log_{xy} 9^{-1} = 0$$

$$\frac{9 \log_x 3}{9} + \frac{\log_y 3}{1} - \frac{16 \log_{xy} 3}{16} = 0$$

$$\frac{9}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_3 y} - \frac{16}{\log_3 xy} = 0$$

$$\begin{aligned} \log_3 x &= t \\ \log_3 y &= z \end{aligned}$$

$$\frac{9}{t} + \frac{1}{z} - \frac{16}{t+z} = 0$$

$$\frac{9z(t+z) + (t+z)t - 16tz}{tz(t+z)} = 0 \quad \Leftrightarrow$$

$$9tz + 9z^2 + t^2 + tz - 16tz = 0$$

$$9z^2 - 6tz + t^2 = 0$$

$$(3z - t)^2 = 0$$

$$3z = t$$

$$\log_3 x = 3 \log_3 y$$

$$\log_3 x = \log_3 y^3$$

$$x = y^3 \quad (y = \sqrt[3]{x})$$

(2): Если преобразование второго условия имеет вид:

$$\frac{3}{y-1} < 2 + \frac{7}{x-1}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 4 \cdot \min(a; b) = 5(a-b)^2 \\ 5 \cdot \max(a; b) = \text{НОК}(a; b) \end{cases} \quad \text{— решить в } \mathbb{N}$$

НОУ: $a \geq b$

Имеем:

$$\begin{cases} 4b = 5(a-b)^2 \\ 5a = \text{НОК}(a; b) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4b = 5(a-b)^2 \\ 5a : b \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4b = 5(a-b)^2 \\ 5a = \text{НОК}(a; b) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4b = 5(a-b)^2 \\ 5a : b \end{cases}$$

~~1) $b \neq 0$~~

~~$4b = 5(a-b)^2$~~

~~$5a = \text{НОК}(a; b)$~~

Из первой строки ясно, что $b \neq 0$.

Пусть $b = 5m$, $m \in \mathbb{N}$. Тогда имеем:

$$\begin{cases} 4m = (a-5m)^2 \\ 5a : 5m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m = (a-5m)^2 \\ a : m \end{cases}$$

Пусть $a = km$, $k \in \mathbb{N}$.

$$4m = (km - 5m)^2$$

$$4m = m^2(k-5)^2 \quad | : m$$

$$m(k-5)^2 = 4 \quad \text{— решить в } \mathbb{N}$$

• $m = 1$
 $(k-5)^2 = 4$

$\begin{cases} k = 3 \\ k = 7 \end{cases}$

Получаем пары $(a; b)$:

~~$(7; 5)$~~ — с учётом $a \geq b$

или • $m = 2$
 $(k-5)^2 = 2$ —
нет решений
в $\mathbb{N}$

или • $m = 4$
 $(k-5)^2 = 1$
 $\begin{cases} k = 6 \\ k = 4 \end{cases}$

$(24; 20)$ —
с учётом $a \geq b$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Можно~~ Проверим полученные пары
a и b:

1) (7; 5)

$$\begin{cases} 20 = 5(7-5)^2 \\ 35 = \text{НОК}(7; 5) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20 = 20 (в) \\ 35 = 35 (в) \end{cases}$$

2) (24; 20)

$$\begin{cases} 80 = 5(24-20)^2 \\ 120 = \text{НОК}(24; 20) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 80 = 80 (в) \\ 120 = 120 (в) \end{cases}$$

Ответ: (7; 5); (5; 7); (24; 20); (20; 24).



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

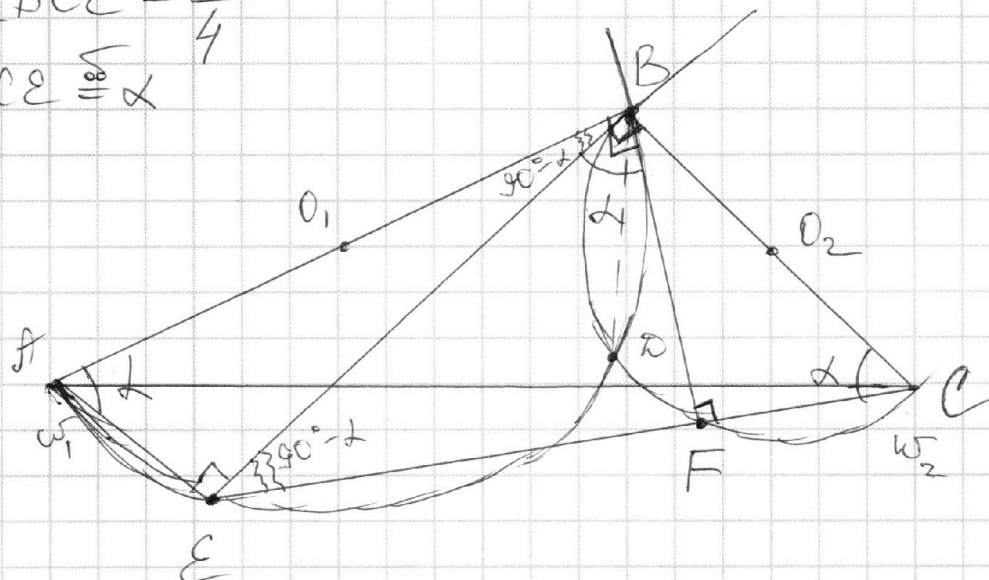
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos \angle BCE = \frac{3}{4}$$

$$\angle BCE \stackrel{?}{=} \alpha$$



$EC \cap w_2 \stackrel{?}{=} F'$. Пл. к. $BF \perp CE$,
 $F = F'$ (BC - диаметр w_2).

$EB \perp BC \Rightarrow EB$ - касательная к w_2

BF кас $w_1 \Rightarrow \angle ABF = 90^\circ$

~~Также~~ $AB \parallel EC$, м. к. $AB \perp BF$ и

$EC \perp BF$.

Пусть $R_{w_2} = x$. Тогда $BE = 2x \cdot \tan \alpha$.

$$AB = \frac{BE}{\sin \alpha} = \frac{2x \tan \alpha}{\sin \alpha} = \frac{2x}{\cos \alpha}.$$

$$BF = BC \cdot \sin \alpha = 2x \sin \alpha$$



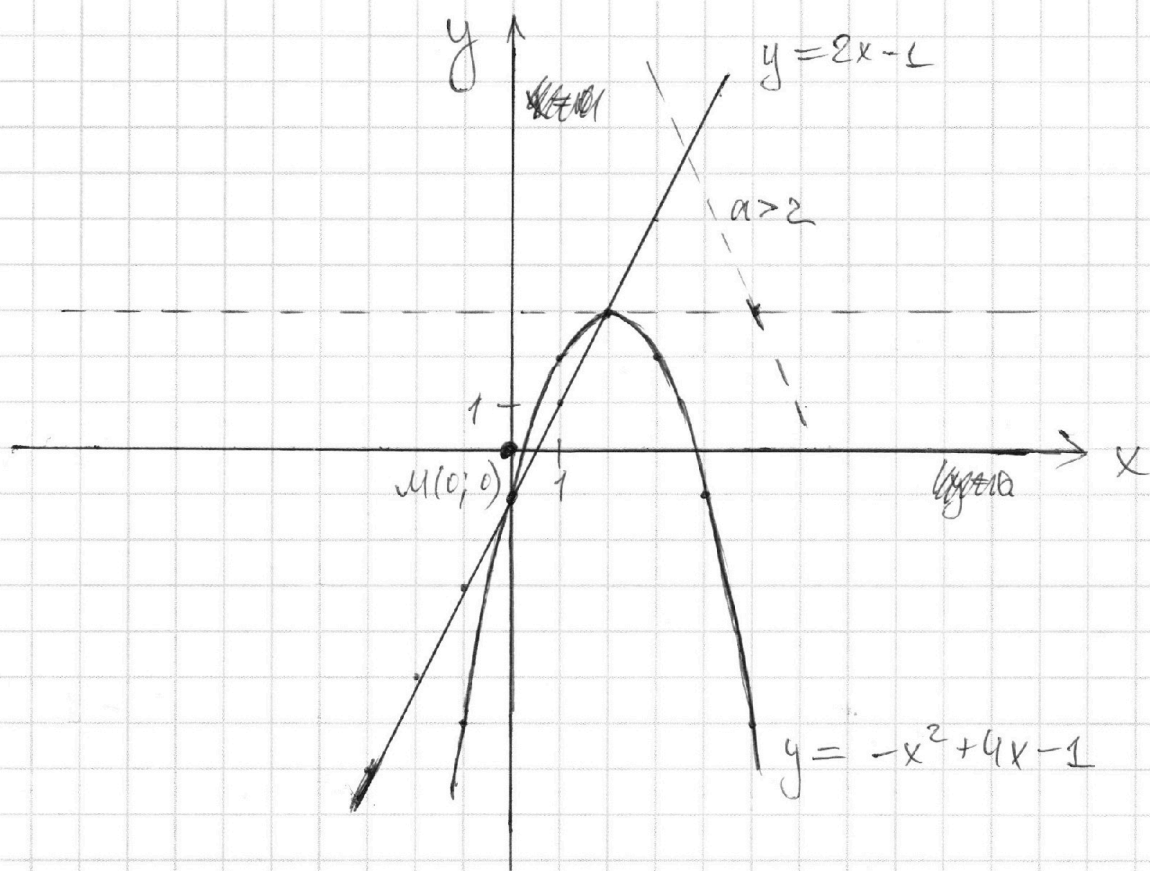
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Рассмотрим прямую $y = (-2a + 4)x + a^2 - 1 =$
 $= -2(a - 2)x + (a - 2)(a + 2) + 3 =$
 $= (a - 2)(a + 2 - 2x) + 3$
Прямая проходит ч/з точку $(\frac{a}{2} + 1; 3)$.

• $a > 2$:

При $a > 2$ коэффициент прямой меньше 0 и она проходит ч/з точку $(\frac{a}{2} + 1; 3)$, где $\frac{a}{2} + 1 > 2$. Т.е. прямая пересечёт прямые $x = 0$, $y = 2x - 1$ и $y = 0$ в трёх разн. точках, что нам не подходит

• $a = 2$:

$y = 3$ имеет ровно две общие точки с фигурой, задаваемой ур-ем (1) $\Rightarrow$ подх. $a = 2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

в некоторой ^{определенной} точке (*) касается парабола и имеет условия касат. либо 2, либо 6. Случаи 6 как не подходит, т.к. прямая будет пересекать $y = 2x - 1$ в некоторой точке, отличной от (*) и (**). А вот случай 2 как подходит, т.к. будет равно 2 решения в силу параллельности $y = 2x - 1$ и $y = 2x$.
 $a = 1$ - в ответ

II случай: прямая не проходит 2/3 т. $(0; 0)$. Тогда прямая не должна быть параллельна прямой $y = 2x - 1$ и не должна касаться параболы в точке, отличной от $(0; -1)$:

$$\begin{cases} a \neq \pm 1 \\ (-2a + 4) \cdot 0 + a^2 - 1 \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq \pm 1 \\ a \neq 0 \end{cases}$$

Значит, как подходят в этот случай все $a < 2$ и не равные ± 1 и 0, или $a \in (-\infty; -1) \cup (-1; 0) \cup (0; 1) \cup (1; 2)$ - в ответ

Итак, ответом будет след. ин-во a :
 $a \in (-\infty; -1) \cup (-1; 0) \cup (0; 2) \cup (2; +\infty)$

Ответ: $a \in (-\infty; -1) \cup (-1; 0) \cup (0; 2) \cup (2; +\infty)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА

3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

• $a > 2$:

При $a > 2$ угловой коэффициент прямой < 0 и она проходит ч/з точку $(\frac{a}{2} + 1; 3)$, где $\frac{a}{2} + 1 > 2$. Т.е. прямая пересекает параболу $y = 2x - 1$ в некоторой точке и для равно двух решений системы

$$(-2a + 4)x + a^2 - 1 = -x^2 + 4x - 1 \quad \text{— лг. рсм.}$$

$$a^2 + x^2 + x \cdot (-2a) = 0$$

~~$$x^2 - 2ax + a^2 = 0$$~~

~~$$x = 0 \quad \text{— решение}$$~~

~~$$x = 2a \quad \text{— решение}$$~~

т.е. все $a > 2$ нам не подходят

$$\Delta = 4a^2 - 4a^2 = 0 \Rightarrow \text{нам подходят}$$

• $a = 2$:

Прямая $y = 3$ имеет всего одну точку с фигурой, задаваемой гр-ем (1) $\Rightarrow a = 2$ не годит.

• $a < 2$:

При $a < 2$ угловой коэффициент прямой > 0 и она проходит ч/з точку $(\frac{a}{2} + 1; 3)$, где $\frac{a}{2} + 1 < 2$. Вспомог. мог вспомнить, что при $\forall a$ прямая касается параболы $y = -x^2 + 4x - 1$.

I случай: прямая проходит ч/з точку $(0; 0)$:

$$a^2 - 1 = 0$$

$$a = \pm 1 < 2$$

Какая прямая проходит ч/з точку $M(1; 3)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



СТРАНИЦА

1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(y + x^2 - 4x + 1)(x^2 - 2xy + 3y^2)(y - 2x + 1) = 0 \quad (1)$$

$$y = (-2a + 4)x + a^2 - 1 \quad (2)$$

a - ? система имеет xy - решение

Рассмотрим, какую фигуру задает xy -

(1) в м-сте xOy :

$$1. y + x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$y = -x^2 + 4x - 1 = -(x^2 - 4x - 1) = -(x - 2)^2 + 3$$

2. $x^2 - 2xy + 3y^2 = 0$ - рассмотрим как квадратное $отн. x$

$D = 4y^2 - 12y^2 = -8y^2 \Rightarrow xy$ - имеет решение только при $y = 0$, но тогда x может быть 0 .

Итак:

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}, \text{ т.е. точка с координатами } (0; 0)$$

$$3. y - 2x + 1 = 0$$

$$y = 2x - 1$$

Итак:

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ y = 2x - 1 \\ y = -(x - 2)^2 + 3 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3 \log_x 27 + \log_y 3 + 8 \log_{xy} \frac{1}{9} = 0$$

$$3 \log_x 3^3 + \log_y 3 - 8 \log_{xy} 9 = 0$$

$$\log_x 3^9 + \log_y 3 - \log_{xy} 3^{16} = 0$$

ОДЗ:
 $x > 0$
 $y > 0$
 $xy \neq 1$
 $x \neq 1$

$$\frac{3y+3}{y-1} < \frac{7x+7}{x-1}$$

$$\frac{3y-3+6}{y-1} < \frac{7x-7+14}{x-1}$$

$$3 + \frac{6}{y-1} < 7 + \frac{14}{x-1}$$

$$\frac{6}{y-1} < 4 + \frac{14}{x-1}$$

$$\frac{3}{y-1} < 2 + \frac{7}{x-1}$$

$$\begin{array}{r} x \ 301 \\ 76 \\ \hline 1806 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2107 \\ 22876 \\ \hline \end{array}$$

$$\frac{1}{\log_{33} x} + \frac{1}{\log_3 y} - \frac{1}{\log_{3^{16}} xy} = 0$$

$$\log_x 3^9 + \log_y 3 - \log_{xy} 3^{16} = 0$$

$$\frac{9}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_3 y} - \frac{16}{\log_3 x + \log_3 y} = 0$$

$$9 \log_3 y (\log_3 x + \log_3 y) + \log_3 x (\log_3 x + \log_3 y) - 16 \log_3 x \log_3 y = 0$$

$$\log_3 y = t$$

$$\log_3 x = z$$

$$9tz + 9t^2 + z^2 + tz - 16tz = 0$$

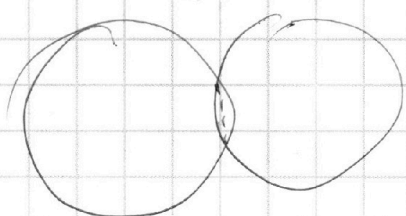
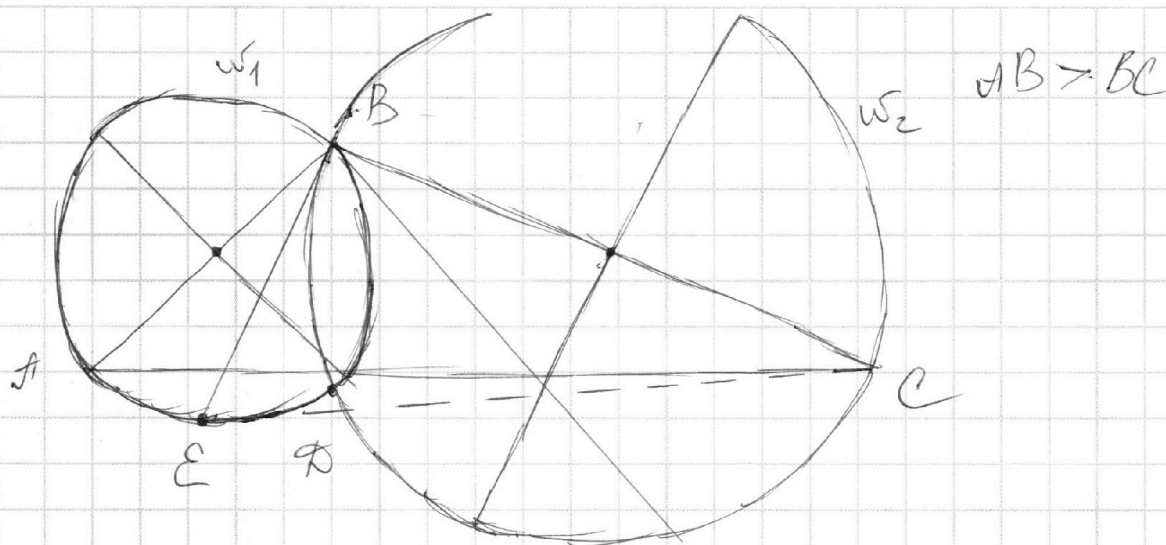


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} 22870 \\ \hline 2107 \\ 1806 \\ \hline \times 301 \\ 76 \end{array}$$

$$\frac{5a}{8m}$$

$$5a : 5m$$

$$b : 5$$

$$ab = 25a^2 - 10ab + 5b^2$$

$$4b = 5a^2 - 10ab + 5b^2$$

$$4b = 5a^2 - 2ab + b^2$$

$$4b = 5(a-b)^2$$

$$a : b$$

$$b = 5$$

$$b = 1$$

$$5a = kb$$

$$5a : b$$

$$5a = 10k(a, b)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(y + x^2 - 4x + 1)(x^2 - 2xy + 3y^2)(y - 2x + 1) = 0$$

$$1) y = 2x - 1$$

$$2) x^2 - 2xy + 3y^2 = 0$$

$$x^2 + xy - 3xy + 3y^2 = 0$$

$$x(x + y) = 4y^2 - 4 \cdot 3 \cdot y^2 = 4y^2 - 12y^2 =$$

$$= -8y^2$$

$$\begin{cases} y = 0 \\ x = 0 \end{cases}$$

$$\frac{3y+3}{y-1} < \frac{7x+7}{x-1}$$

$$\frac{3y-3}{y-1} + \frac{6}{y-1} < \frac{7x-7}{x-1} + \frac{14}{x-1}$$

$$3) y + x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$3 + \frac{6}{y-1} < 7 + \frac{14}{x-1}$$

$$y = -x^2 + 4x - 1 = -(x^2 - 4x + 1) =$$

$$= -(x-2)^2 + 3$$

$$\frac{6}{y-1} < 4 + \frac{14}{x-1}$$

$$y = (-2a+4)x + a^2 - 1$$

$$y = -2(a-2)x + (a-1)(a+1)$$

$$\frac{3}{y-1} < 2 + \frac{7}{x-1}$$

~~$$y = -2(a-2)x + (a-1)(a+1)$$~~

$$y = -2(a-2)x + (a-2)(a+2) + 3$$

$$y = (a-2)(a+2-2x) + 3$$

$$x/y. m. \left(\frac{a+1}{2}; 3\right)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

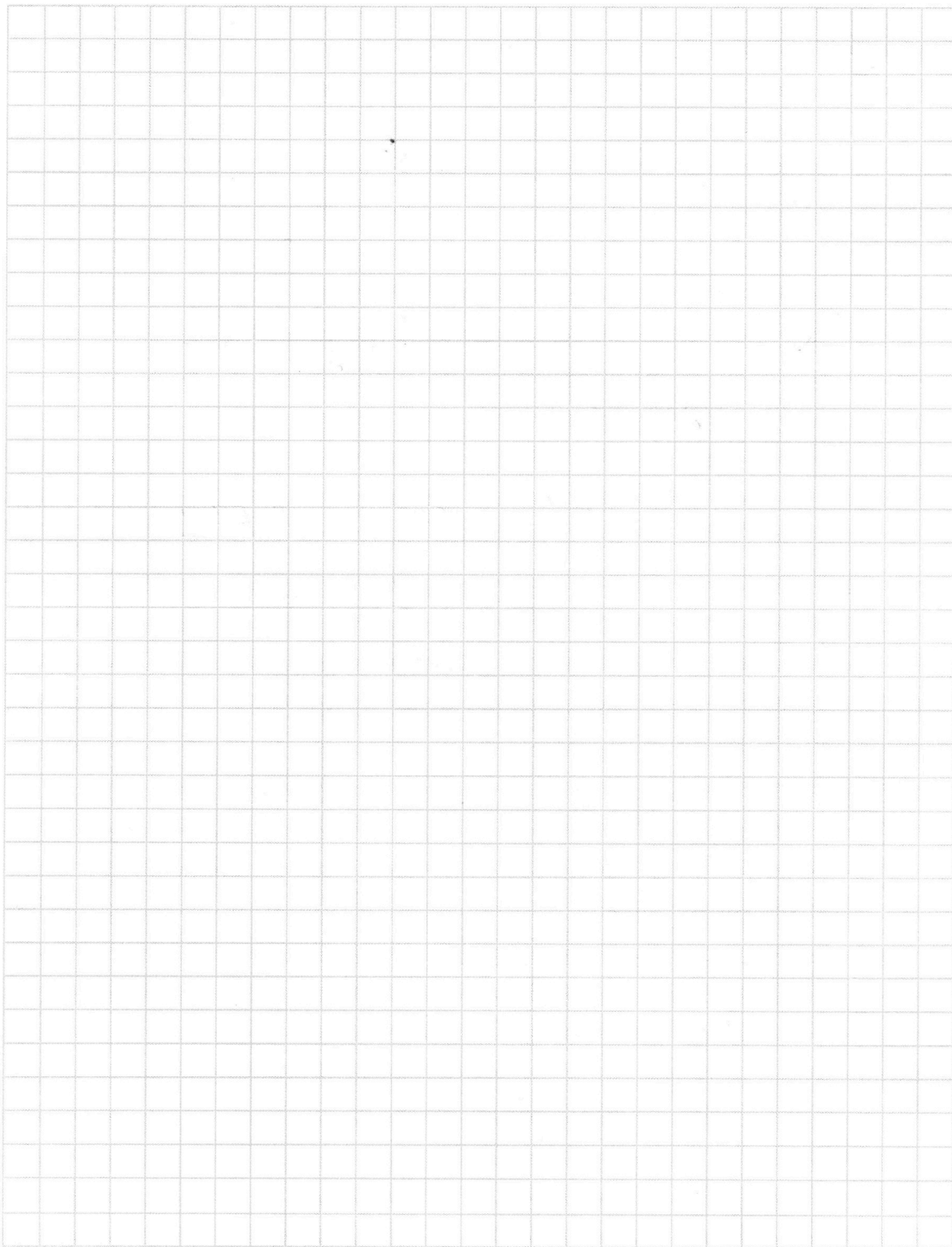
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





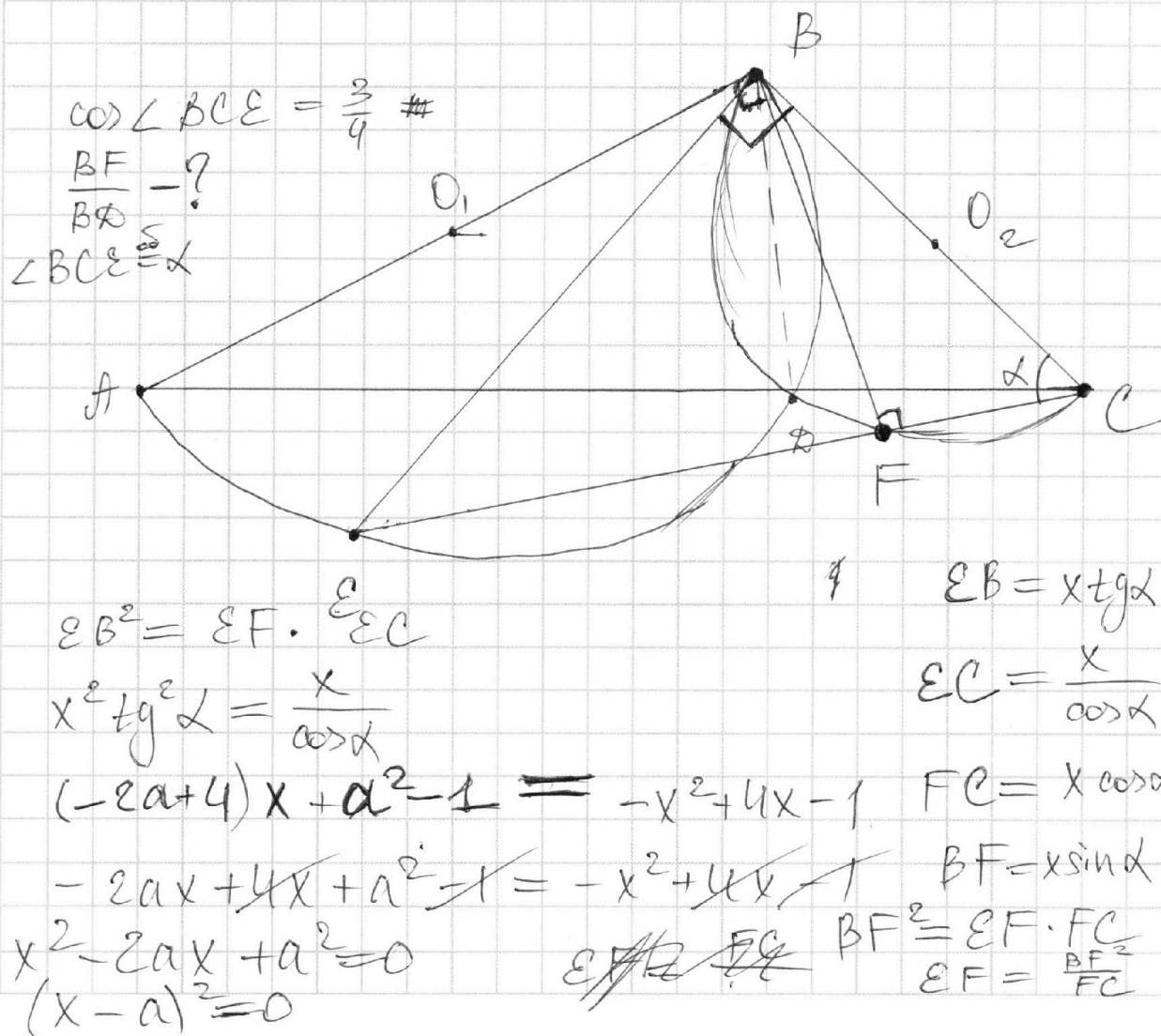
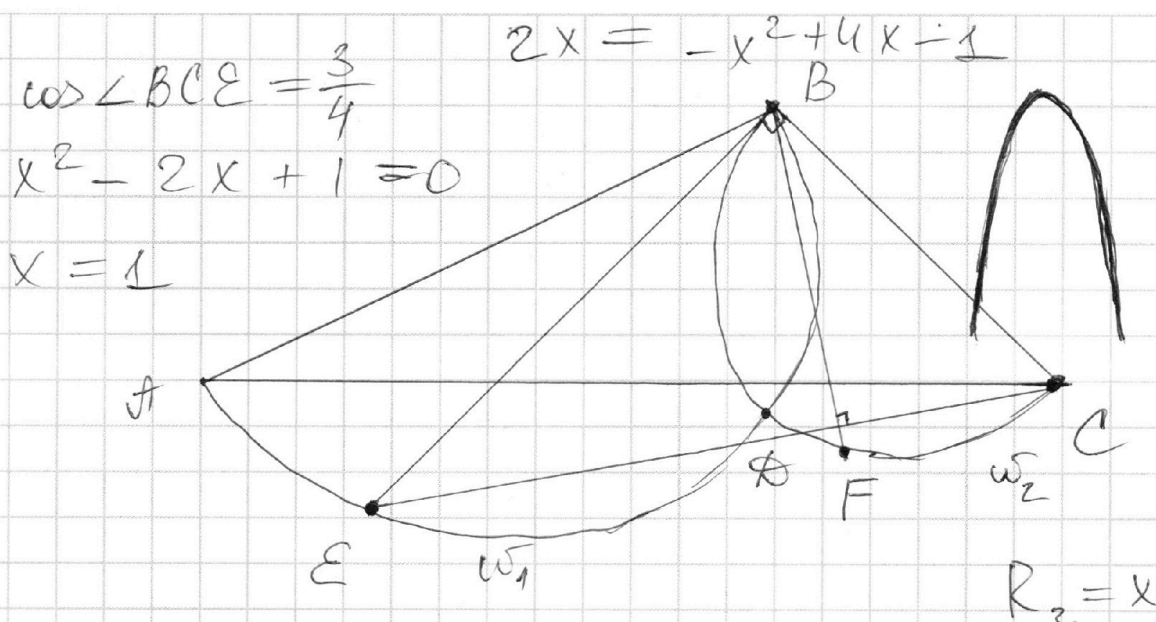
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи** отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

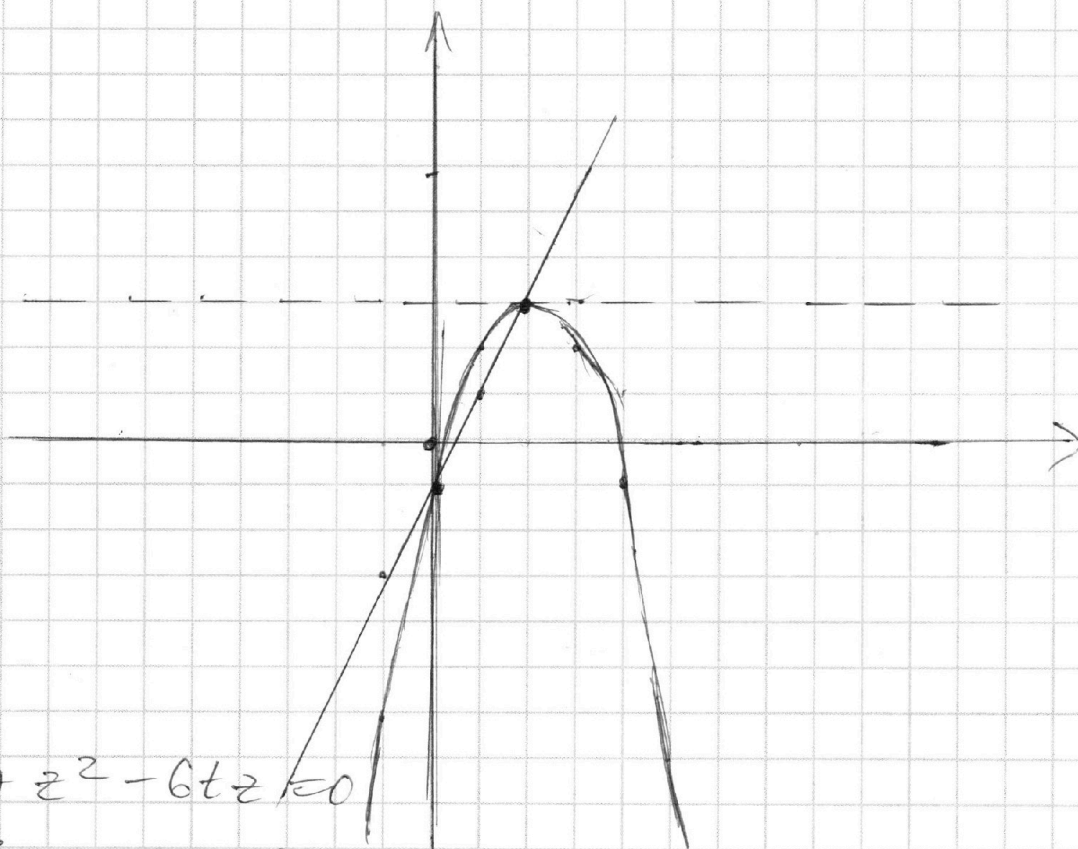
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



$$9t^2 + z^2 - 6tz = 0$$

$$9t^2 - 6tz + z^2 = 0$$

$$9t^2 - 3tz - 3tz + z^2 = 0$$

$$3t(3t - z) - z(3t - z) = 0$$

$$(3t - z)(3t - z) = 0$$

$$(3t - z)^2 = 0$$

$$x = y^3$$

$$3t = z$$

$$3 \log_3 y = \log_3 x$$

$$\log_3 y^3 = \log_3 x$$