



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



✓ [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:

- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
- B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 1,
- C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 5,
- произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.

✗ [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 3, а y — увеличить на 3. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 9xy$.

✗ [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x - \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$.

б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arccos \frac{x}{4} + \arccos \frac{y}{9} < 2\pi?$$

✓ [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 3,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

✗ [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = \frac{16}{5}$, $BP = 2$, $AC = 4$.

✗ [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x - 2 \cos \alpha)(y - 2 \sin \alpha) \geq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 9. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

✗ [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Найдите угол наклона бокового ребра пирамиды к плоскости её основания.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = 5555$$

$$B = 101$$

$$C = 55$$

$$A \cdot B \cdot C = 5^2 \cdot 101^2 \cdot 11^2 - \text{квадрат.}$$

$\Rightarrow$ найдем только $(5555; 101; 55)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = \overline{aaaa}$$

$$\Rightarrow A = a \cdot 1111 \Rightarrow A : 1111$$

$$\Rightarrow A : 101 \cdot 11$$

$$ABC = 1111 \cdot a \cdot B \cdot C = 101 \cdot 11 \cdot a \cdot B \cdot C$$

По условию ABC - квадрат $\Rightarrow$ каждое простое

входит ~~два~~ в четной степени $\Rightarrow$ если оно входит $\geq$ в первой степени, то входит $\geq$ во 2ой.

$$\Rightarrow a \cdot B \cdot C : 101 \quad (101 \text{ и } 11 - \text{простые числа})$$

$$\text{и } a \cdot B \cdot C : 11.$$

a не кратно 101, т.к. $a \leq 9$. С не кратно 101, т.к.

$$C \leq 99. \Rightarrow B : 101$$

$$\Rightarrow B \text{ имеет вид } \overline{x0x}, \text{ где } x \in [1; 9].$$

Но по условию. Входит $1 \Rightarrow B = 101$.

$$ABC = 101^3 \cdot 11 \cdot a \cdot C$$

$$a \text{ не кратно } 11 \text{ (т.к. } a \leq 9) \Rightarrow C : 11.$$

$$\Rightarrow C \text{ имеет вид } \overline{yy}. \text{ По условию } C \text{ имеет}$$

$$5 \Rightarrow C = 55.$$

$$ABC = a \cdot 101 \cdot 11 \cdot 101 \cdot 55 = 11^3 \cdot 101^3 \cdot a \cdot 5$$

~~таким образом квадрат~~ число 5 входит в ABC $\geq$ во 2ой степени $\Rightarrow a : 5 \Rightarrow a = 5$.

Проверим, что полученные числа подходят:



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи** отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~$x^3 - y^3 - 9xy = x^3 - (-x-1)^3 = 9x(-x-1)$~~

~~$= x^3 + x^3 + 3x^2 + 3x + 1 + 9x^2 + 9$~~

~~$= 2x^3 + 12x^2 + 3x + 10$~~

~~$x \neq 0$~~

~~$x \neq 1$~~

~~$x \neq 3$~~

~~$x \neq 2$~~

1) $x > 0$
 $y > 0 \Rightarrow x+y+1 > 0 \Rightarrow x+y+1 \neq 0$

$\Rightarrow$ ~~Эта система~~ $\Leftrightarrow$

$$\begin{cases} x \neq 3 \\ x > 0 \\ y > 0 \\ x - y - 3 = 0 \end{cases} \quad y = x - 3$$

$$\begin{aligned} x^3 - y^3 - 9xy &= x^3 - (x-3)^3 - 9x(x-3) \\ &= x^3 - (x^3 - 3x^2 + 9x - 27) - 9x^2 + 27x \\ &= 3x^2 - 9x + 27 - 9x^2 + 27x = -6x^2 + 18x + 27 \end{aligned}$$

$x \neq 3$
 $x > 0 \Leftrightarrow x \in (3; +\infty)$ (т.к. $y = x - 3$)
 $y > 0$

Остается узнать значения $f(x) = -6x^2 + 18x + 27$ при $x \in (3; +\infty)$

$x_0 = \frac{-18}{-12} = \frac{3}{2} \Rightarrow$ при $x \in (3; +\infty)$ функция строго

и принимает лишь одно наибольшее значение



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА

3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$\text{при } x=3$$

$$f(3) = -6 \cdot 9 + 18 \cdot 3 + 27 = -54 + 54 + 27 = 27$$

$\Rightarrow M$ принимает значения $(27; +\infty)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2.

$$x > 0, y > 0.$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy} = \frac{1}{x-3} + \frac{1}{y+3} + \frac{1}{(x-3)(y+3)} \\ x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{y+x+1}{xy} = \frac{y+3+x-3+1}{(x-3)(y+3)} \\ x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{y+x+1}{xy} = \frac{y+x+1}{(x-3)(y+3)} \\ x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cancel{x \neq 3} \\ \cancel{x > 0} \\ \cancel{y > 0} \\ x + y + 1 = 0 \\ xy = (x-3)(y+3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cancel{x \neq 3} \\ \cancel{x > 0} \\ \cancel{y > 0} \\ x + y + 1 = 0 \\ 0 = -3y + 3x - 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cancel{x \neq 3} \\ \cancel{x > 0} \\ \cancel{y > 0} \\ x + y + 1 = 0 \\ -y + x - 3 = 0 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3

$$a) (\sin \pi x - \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$\sin^2 \pi x - \sin \pi y \cdot \sin \pi x = \cos^2 \pi x + \cos \pi y \cdot \cos \pi x$$

$$\sin^2 \pi x - \cos^2 \pi x = \sin \pi y \sin \pi x + \cos \pi y \cdot \cos \pi x$$

$$-\cos 2\pi x = \cos(\pi y - \pi x)$$

$$\cos(2\pi x + \pi) = \cos(\pi y - \pi x)$$

$$\begin{cases} 2\pi x + \pi = \pi y - \pi x + 2\pi k_1 \\ 2\pi x + \pi = -\pi y + \pi x + 2\pi k_2 \end{cases} \quad k_1, k_2 \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} 3x - y + 1 = 2k_1 \\ x + y + 1 = 2k_2 \end{cases}$$

~~м.к. выражения различаются на 2π~~

Ответ: $(x; 3x + 1 - 2k_1)$ и $(x; 2k_2 - x - 1)$
при всех $x \in \mathbb{R}$ и $k_1, k_2 \in \mathbb{Z}$

$$b) \begin{cases} 3x - y + 1 \equiv 2 \\ x + y + 1 \equiv 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y + 1 \equiv 2 \\ x + y + 1 \equiv 2 \end{cases}$$

$\uparrow$ (м.к. выражения различаются на 2π)

$$\begin{cases} x + y + 1 \equiv 2 \\ \vdots \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 2.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5) Заметим, что $\arccos x \leq \pi$ и $\arccos x = \pi$

только если $x = -1$.

$\Rightarrow$ неравенство $\arccos \frac{x}{4} + \arccos \frac{y}{9} < 2\pi$

не выполняется только если $\frac{x}{4} = -1$ и $\frac{y}{9} = -1$

$$\frac{x}{4} \in (-1; 1]$$

$$\frac{y}{9} \in (-1; 1]$$

Осталось посчитать, сколько пар

$x \in [-3; 4]$ и $y \in [-8; 9]$ удовлетворяют.

$x + y + 1 \geq 2 \Leftrightarrow x$ и y разной четности.

Заметим, что у нас 4 нечетных x и 4 четных

x . Поесть какому y подходит ровно

$4x$. $\Rightarrow$ всего пар $18 \cdot 4 = 72$.

Ответ: 72



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{(x-1)}{y(y-1)} \cdot 3,5 = \frac{(x-3)}{4!}$$

$$6 \cdot 7 \frac{x-1}{y(y-1)} = \frac{(x-3)}{4!}$$

$$6 \cdot 7 (x-1) = y(y-1) (x-3)$$

$$6 \cdot 7 (x-1) : x-3$$

$(x-1)$ и $x-3$ имеют НОД 2, так как различаются на 2

$$= 2 \cdot 6 \cdot 7 : 2 \cdot x-3$$

$$3 \cdot 2 \cdot 7 : x-3$$

$$6 \cdot 7 x - 6 \cdot 7 = (y^2 - y)(x-3)$$

$$6 \cdot 7 x - 6 \cdot 7 = y^2 x - y x - 3 y^2 + 3 y$$

$$x(6 \cdot 7 - y^2 + y) = 6 \cdot 7 - 3 y^2 + 3 y$$

$$6 \cdot 7 - 3 y^2 + 3 y : 6 \cdot 7 - y^2 + y \quad (\text{вычитаем 3 раза})$$

$$= 2 \cdot 6 \cdot 7 : 6 \cdot 7 - y^2 + y$$

$$= 2 y^2 - y \leq 3 \cdot 6 \cdot 7$$

$$2 y^2 - y : 6 \cdot 7 - y^2 + y$$

линейная дробь будет положительной



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$y = 9:$$

$$2 \cdot 6 \cdot 7: 6 \cdot 7 - 81 + 9.$$

$$2 \cdot 2 \cdot 7: 2 \cdot 7 - 27 + 3.$$

$$28: 14 - 27 + 3$$

$$28: -10$$

неверно

$$y = 10.$$

$$84: 42 - 100 + 10.$$

$$84: -48.$$

неверно

$$y = 11:$$

$$84: 42 - 121 + 11.$$

$$84: -79 + 11$$

$$84: -68.$$

неверно.

Отметим проверить $y = 6$ и $y = 8$.

при $y = 6$.

$$x = \frac{42 - 3 \cdot 36 + 18 < 0}{42 - 36 + 6 > 0} < 0. \text{ не существует.}$$

при $y = 8$.

$$x = \frac{42 - 3 \cdot 64 + 3 \cdot 8 < 0}{42 - 64 + 8 < 0} > 0 \text{ не существует}$$

Ответ: в конце выделено было 8 билетов.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☒5
☐6
☐7
☐

СТРАНИЦА

1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть всего x людей. Пусть выдано в конце месяца y билетов.

Сначала кол-во исходов, где Тим и Вася попадают на концерт вместе равно

C_{x-2}^2 . Количество вариантов просто раздать билеты C_x^y .
 $\Rightarrow$ вероятность $\frac{C_{x-2}^2}{C_x^y}$

аналогично в конце месяца вероятности

$$\frac{C_{x-2}^{y-2}}{C_x^y}$$

По условию:

$$\frac{C_{x-2}^2}{C_x^y} \cdot 3,5 = \frac{C_{x-2}^{y-2}}{C_x^y} \cdot 0,5$$

$$\frac{(x-2)(x-1)}{2} \cdot \frac{x!}{x(x-1)} \cdot 3,5 = \frac{(x-2)!}{(x-y)! \cdot (y-2)!} \cdot \frac{x(x-1)(x-2)(x-3)}{4!}$$

1



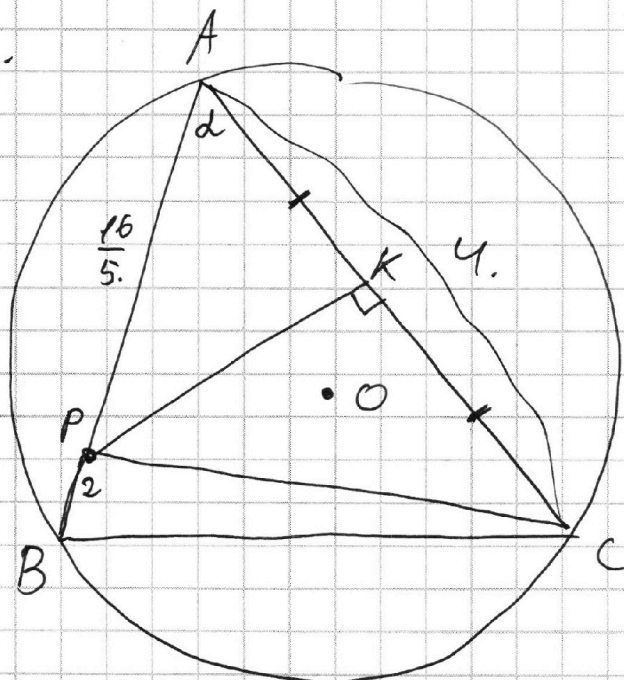
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☒	☐	☐

СТРАНИЦА
10 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 5.



О внешн. $\triangle ABC$, т.к. он описан на окружности.

$$\angle A = \alpha \Rightarrow \angle BOC = 2\alpha \Rightarrow \angle BPC = 2\alpha$$

т.к. $BPOC$ - на озн. окружности.

$$\Rightarrow \angle APC = 180^\circ - 2\alpha$$

$$\angle A = \alpha$$

$$\Rightarrow \angle PCA = \alpha$$

по сумме углов в $\triangle$

$$\Rightarrow PC = PA.$$

Пусть PK - высота в $\triangle PAC$.

PK - медиана, т.к. $AP = PC$.

$$\sin \alpha = \frac{PK}{AP} \quad \cos \alpha = \frac{AK}{AP} = \frac{2}{\frac{16}{5}} = \frac{5}{8}$$

$$\alpha < 90^\circ \Rightarrow \sin \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{5}{8}\right)^2} = \sqrt{\frac{64 - 25}{64}} = \sqrt{\frac{39}{64}} = \frac{\sqrt{39}}{8}$$

$$S = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin \alpha}{2} = \frac{\left(2 + \frac{16}{5}\right) \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{39}}{8}}{2} = \frac{26}{5} \cdot \frac{1}{4} \cdot \sqrt{39} = \frac{13\sqrt{39}}{10}$$

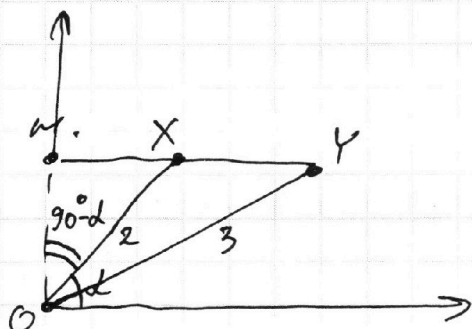


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Отметим точки как на рисунке

$$\frac{MO}{XO} = \frac{\cos}{\sin} 90^\circ - \alpha = \frac{\sin}{\cos} \alpha.$$

$$MO = 2 \cos \alpha.$$

по т. пиф.: $MY = \sqrt{3^2 - 4 \sin^2 \alpha}$
горизонтальный

$\Rightarrow$ весь пунктирный отрезок равен $2 \sqrt{9 - 4 \sin^2 \alpha}$

$$2 \sqrt{9 - 4 \sin^2 \alpha}$$

Аналогично второй равен $2 \sqrt{9 - 4 \cos^2 \alpha}$.

Значит их сумма равна $2 \sqrt{9 - 4 \sin^2 \alpha} + 2 \sqrt{9 - 4 \cos^2 \alpha}$

~~Р~~ Заметим, что верно неравенство:

$$\frac{a+b}{2} \leq \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$$

$$(a+b)^2 \leq (a^2+b^2) \cdot 2.$$

$$2ab \leq a^2+b^2$$

$$(a-b)^2 \geq 0.$$

и равенство только если $a = b$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



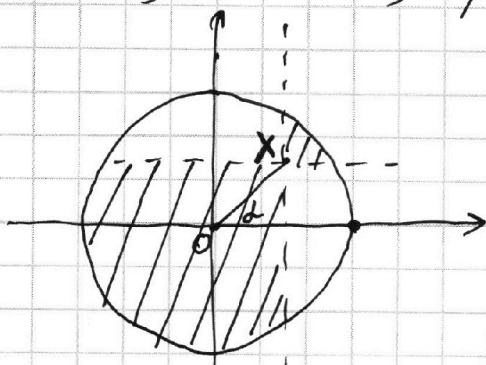
СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N6.

$$\begin{cases} (x-2\cos\alpha)(y-2\sin\alpha) \geq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 9 \end{cases}$$

→ круг с центром $(0;0)$ и радиусом 3.



Заметим, что точка пересечения прямых, ограничивающих область: $(2\cos\alpha; 2\sin\alpha)$
 $(2\cos\alpha)^2 + (2\sin\alpha)^2 = 4 \Rightarrow$ точка пересечения находится на расстоянии 2 от $(0;0)$
 $\Rightarrow$ она находится внутри круга.

Угол между прямой и осью $\Rightarrow$ сумма высклонных дуг равна 180° всегда. $\Rightarrow$

сумма их длин постоянна. То есть сумма длин ~~двух~~ пунктирных отрезков.

Х имеет координаты $(2\cos\alpha; 2\sin\alpha)$

$\Rightarrow$ Х лежит на круге, соответствующем на углу α .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

По этому неравенству:

$$\frac{\sqrt{9-4\sin^2\alpha} + \sqrt{9-4\cos^2\alpha}}{2} \leq \sqrt{\frac{18-4\cos^2\alpha-4\cos^2\alpha}{2}}$$
$$= \sqrt{\frac{18-4}{2}} = \sqrt{7}.$$

и равенство только при $9-4\sin^2\alpha = 9-4\cos^2\alpha$

$$\sin^2\alpha = \cos^2\alpha$$

$$\text{Получается при } \alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} \cdot k \quad k \in \mathbb{Z}$$

Прибавим к $\sqrt{7}$ длину наименьшей окружности и получим, что максимальный периметр равен $\sqrt{7} + 3\pi$. и достигается только при $\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} \cdot k, k \in \mathbb{Z}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

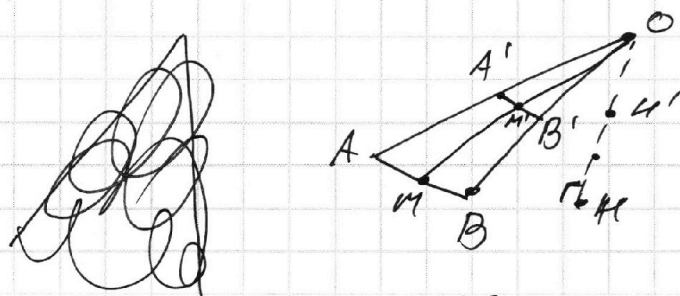
6
☐

7
☒

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим произвольное ребро AB ,
и, соответствующее ему, ребро $A'B'$

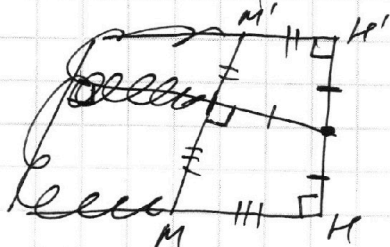


Пусть $AA' \cap BB' = O$. Пусть проекция O на
плоскость равна H .

Поместим на центр окружности, которой
касается все ~~две~~ стороны. Средство
его на $(AA'B'B)$ и найдем, что это проек-
ция, — центр вписанной окружности $AA'B'B$

$\Rightarrow$ эта трапеция описанная.

M и M' середины AB и $A'B'$
рассмотрим $(MM'H'H)$



$$\Rightarrow M'H' + MH = MM'$$

$$\sqrt{3^2 - (2 \cdot \sin d.)^2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\overline{aaaa} = A$$

$$: 1111$$

$$\overline{xyz} = B$$

$$= 11 \cdot 101$$

↑
1

$$78.7$$

$$ABC = p.$$

$$= 70 + 56$$

$$\overline{ke} = C$$

$$p : 11^2 \cdot 101^2 = 126.$$

↑
5.

$$12 \cdot 144 - 12$$

$$= 132.$$

$$\frac{p}{x} + \frac{p}{y} + \frac{1}{xy} = \frac{p}{x-3} + \frac{p}{y+3} + \frac{p}{(x-3)(y+3)}$$

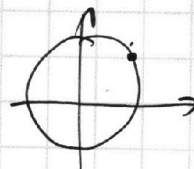
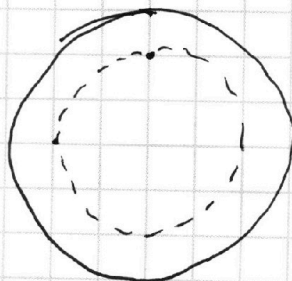
$$\frac{x+y+1}{xy} = \frac{x+x+1}{(x-3)(y+3)}$$

$$6x^2 + 24x + 3.$$

$$2x^2 + 8x + 1.$$

$$D = 64 - 8 = 56. \quad 28.$$

$$\frac{-8 \pm \sqrt{56}}{4} = \cancel{2} \pm \frac{\sqrt{14}}{2} < 2.$$



$$78.7$$

=



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

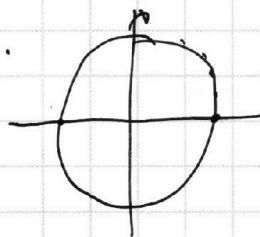
___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin^2 \pi x - \sin \pi x \sin \pi x = \cos^2 \pi x + \cos \pi x \cos \pi x$$

$$- \cos 2\pi x =$$

x и y разный центр.



$$y^2 - y.$$

$$y = 12.$$

$$144 - 12 = 132.$$

$$\begin{array}{r} 3 \cdot 6^2 \cdot 7 = \\ \times 21 \\ 36 \\ 21 \\ + 36 \\ 72 \\ 756 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

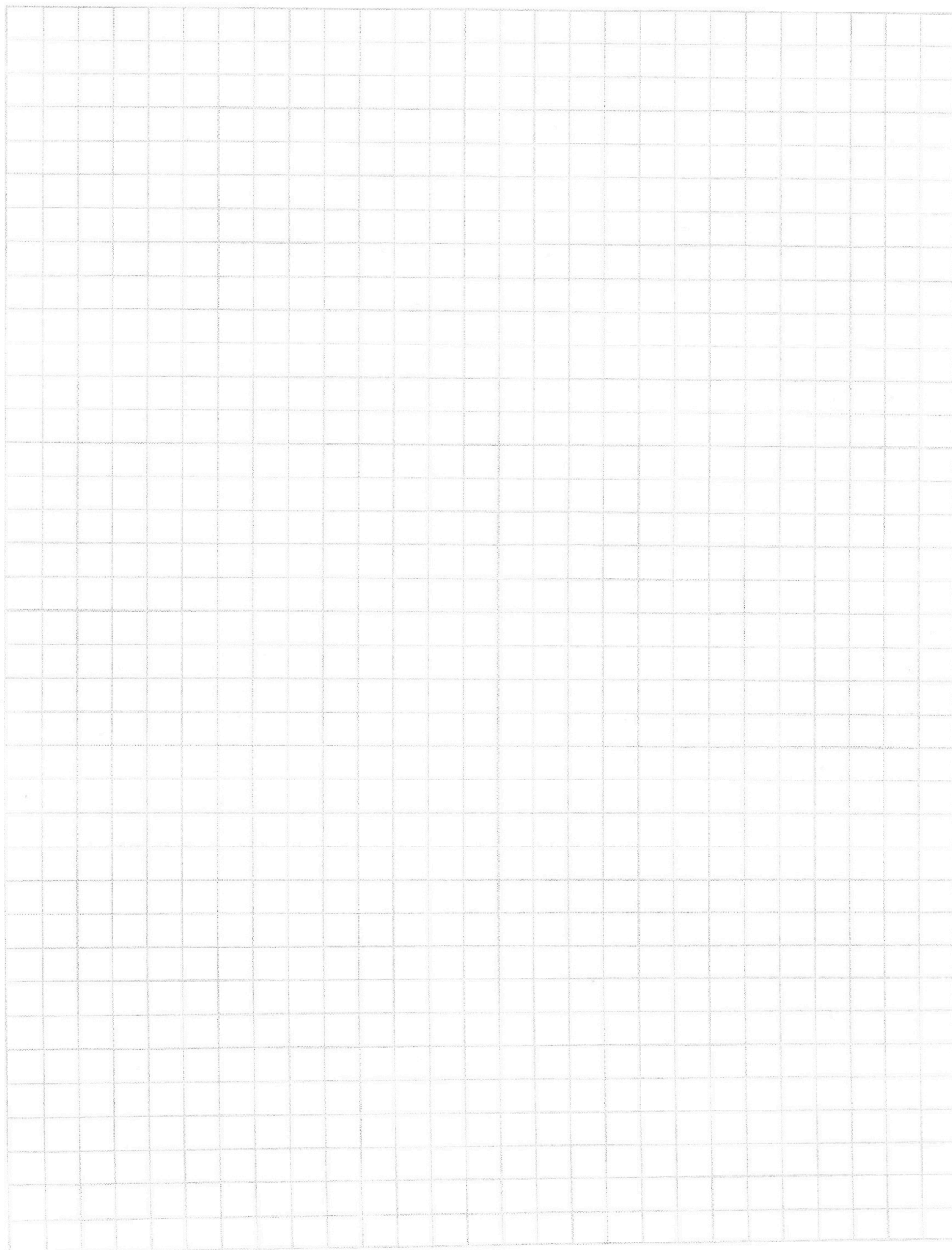
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

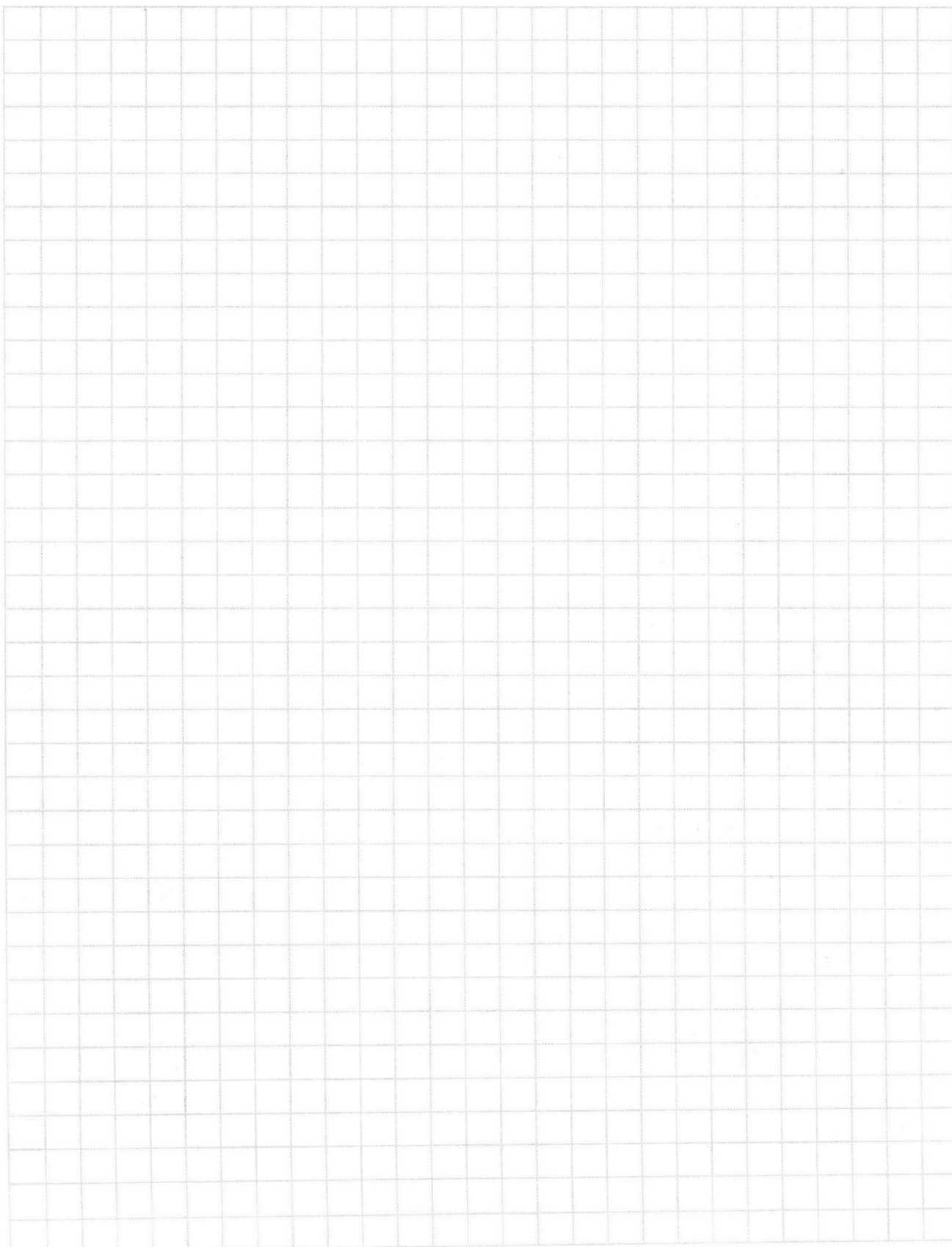
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



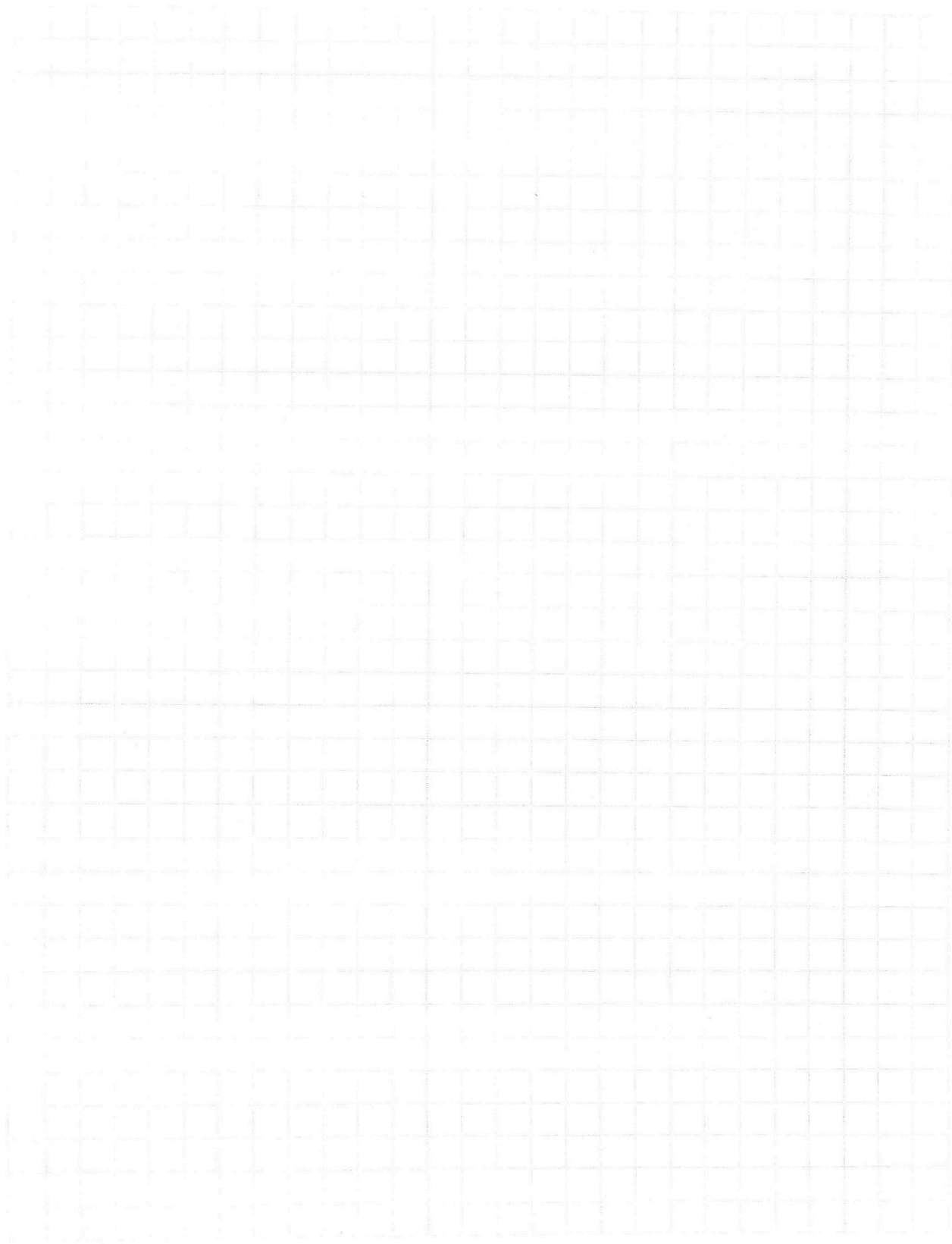


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
8 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Решено. $k = y^2 \cdot y$~~

~~$2k : 6^2 \cdot 7 - k.$~~

~~$2k \geq 6^2 \cdot 7 - k.$~~



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

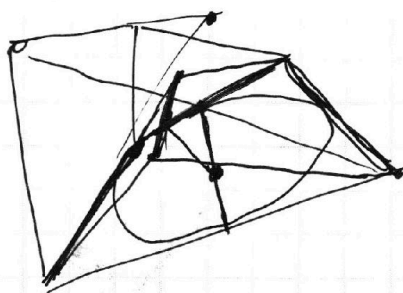
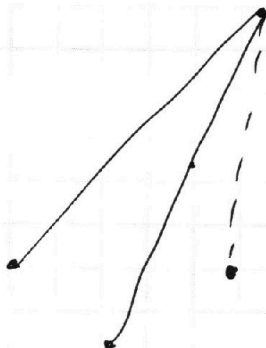
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$y^2 - y \leq 2 \cdot 6^2 \cdot 7.$$
$$= 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7.$$

$$3 \cdot 2 \cdot 4.$$

$$= 12 \cdot 2$$