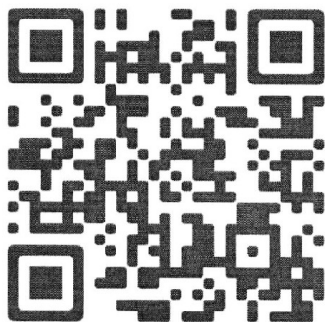




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 7,
 - C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 1,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 4, а y — увеличить на 4. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 12xy$.
3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi y - \sin \pi x) \sin \pi y = (\cos \pi y + \cos \pi x) \cos \pi y$.
- б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arccos \frac{x}{7} - \arcsin \frac{y}{4} > -\frac{\pi}{2}?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 11 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = 16$, $BP = 8$, $AC = 22$.
6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 4 \sin \alpha)(y - 4 \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 36. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Найдите угол наклона боковой грани пирамиды к плоскости её основания.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = \overline{kkkk}$$

$$A = k \cdot 11 \cdot 101 \Rightarrow \text{до полного квадрата} \Rightarrow$$

$$\cancel{A} \quad C = 11 \Rightarrow; \quad B = k \cdot 101 \Rightarrow$$

$$k = 7; \quad 2) \quad (7777; 707; 11); \quad \text{и.к.}$$

$\&$ C - грубое ~~с-е~~ ~~фрагм~~ и содержит

1 мо C=11 единичный шаг

$$2) \quad C = 44$$

2)

$$\text{Ответ: } (7777; 707; 11)$$

$$\text{Ответ: } (7777; 707; 11)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$k = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy} = k +$$

по условию: $k = \frac{1}{x-4} + \frac{1}{y+4} + \frac{3}{(x-4)(y+4)}$

$$k = \frac{x+y+3}{xy} = \frac{x+y+3}{(x-4)(y+4)}; \text{ н.к. по условию } x, y > 0$$

то $x+y+3 > 0 \Rightarrow xy = (x-4)(y+4) \Rightarrow$

~~$0 = x - y - 4 \Rightarrow$~~ $xy = xy + 4x - 4y - 16$

$0 = x - y - 4 \Rightarrow x = y + 4$

$$M = (y+4)^3 - y^3 - 12(y+4)y =$$

$$= y^3 + 3 \cdot 4 \cdot y^2 + 3 \cdot 4^2 \cdot y + 4^3 - y^3 - 12(y+4) \cdot 2 \cdot y =$$
$$- 3 \cdot 4^2 \cdot y = 4^3 = 64$$

Ответ: 64



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 7 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

а) Пусть $\pi y = a - b$; $\pi x = a + b$; тогда
 $(\sin(a-b) - \sin(a+b)) \sin(a-b) = \cos(a-b)(\cos(a-b) + \cos(a+b))$

$$\begin{aligned} & (\sin a \cos b - \sin b \cos a - \sin a \cos b - \sin b \cos a) \sin(a-b) = \\ & = \cos(a-b) \cdot 2 \cos a \cos b \\ & = 2 \sin b \cos a \cdot \sin(a-b) = 2 \cos a \cos b \cdot \cos(a-b) \end{aligned}$$

1) $\cos a \neq 0$

$$\cos(a-b) \cos b + \sin(a-b) \cdot \sin b = 0$$

$$\cos(a-b-b) = 0$$

$$\cos\left(\pi\left(y - \frac{x-y}{2}\right)\right) = 0 \quad \cos\left(\pi\left(\frac{3}{2}y - \frac{x}{2}\right)\right) = 0$$

$$\frac{\pi}{2} + \pi k \quad \pi\left(\frac{3}{2}y - \frac{x}{2}\right) = \frac{\pi}{2} + \pi k; k \in \mathbb{Z}$$

$$3y - x = 1 + 2k; k \in \mathbb{Z}$$

$$x = 3y - 1 + 2k, k \in \mathbb{Z}$$

2) $\cos a = 0$; уравнение верно $\Rightarrow$

$$\pi\left(\frac{x+y}{2}\right) = \frac{\pi}{2} + \pi n; n \in \mathbb{Z}$$

$$x + 2n = y; n \in \mathbb{Z}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: а) все точки вида $(3y-1+2k; y)$ и $(7+2n-y; y)$; где $y \in \mathbb{R}$; $n, k \in \mathbb{Z}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

кол-во способов дать k билетов n
одинаковым лицам : $(\frac{n!}{(n-k)! \cdot k!})$; кол-во
способов ~~давать одинаковые билеты~~ $(\frac{k!}{(k-2)! \cdot 2!})$
~~по условию: $p_2 = \frac{n! \cdot k! \cdot k! \cdot (n-k)!}{(k-2)! \cdot 2! \cdot n!}$~~

по условию
 ~~$n! \cdot p_2 = p_2 \Rightarrow n! \cdot \frac{4! \cdot 4! \cdot (n-4)!}{2! \cdot 2! \cdot n!} = \frac{k! \cdot k! \cdot (n-k)!}{(k-2)! \cdot k! \cdot n!}$~~

~~$n! \cdot 4! \cdot 4! \cdot (n-4)! \cdot (n-5)! \cdot (n-k+1)! = k! \cdot (k-1)! \cdot k!$~~
 ~~$k: n$~~

кол-во благоприятных исходов (отдаем два
билета Лене и Ване а остальные распределяем):
 $(\frac{(n-2)!}{(n-k+2)! \cdot (k+2)!})$; $p_2 = \frac{(n-2)! \cdot (n-k+2)! \cdot k!}{(n-k+2)! \cdot (k+2)! \cdot n!}$

по условию

$n! \cdot 2! \cdot (n-2)! \cdot (n-4)! \cdot 4! = \frac{(n-2)! \cdot (n-k)! \cdot k!}{(n-k+2)! \cdot (k+2)! \cdot n!}$
 $n! \cdot (n-4)! = \frac{(n-2)! \cdot k! \cdot (k-1) \cdot (n-k)!}{(n-k+2)(n-k+1)(n-k)!}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n \cdot (n-4)! \cdot (n-k+2)/(n-k+1) = (k-1) \cdot k \cdot (n-2)(n-3)$$

k $k; n \in \mathbb{N}; n \geq k > 4$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи** отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

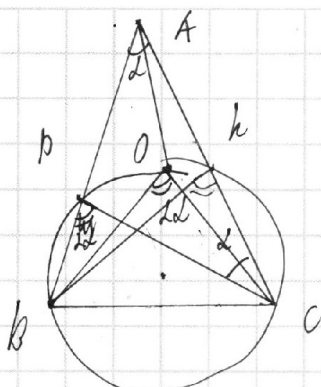
5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть $\angle BAC = 2d$, тогда
 $\angle BOC = 2d$ - центральный, а
 $\angle BAC$ вписанный для ω ,
 для ω_2 $\angle BOC = \angle BPC$

$\angle BPC = \angle BOC$ - углы вписанные, опирающиеся на одну дугу; $\triangle APC$: $\angle BPC$ - внешний $\Rightarrow$

$$\angle BPC = \angle PCA + \angle PAC \Rightarrow \angle PCA = \angle d \Rightarrow$$

$\triangle APC$ - равнобедренный $\Rightarrow AP = PC = 16$ но

нужно найти для $\triangle APC$:

$$PC^2 = AP^2 + AC^2 - 2 \cos d \cdot AC \cdot AP \Rightarrow$$

$$\cos d = \frac{AC}{2AP} = \frac{11}{16} \Rightarrow \sin d = \sqrt{1 - \cos^2 d} = \frac{\sqrt{256 - 121}}{16}$$

$$= \frac{\sqrt{135}}{16} = \frac{\sqrt{5 \cdot 27}}{16} = \frac{3\sqrt{15}}{16}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \sin d \cdot AC \cdot AB = \frac{1}{2} \sin d \cdot AC (AP + PB) =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{3\sqrt{15}}{16} \cdot 22 \cdot 24 = \frac{99\sqrt{15}}{2}$$

Ответ: $\frac{99\sqrt{15}}{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$M = \sqrt{AB} + \sqrt{CD} + AC + BD$$

$$A(36 - 16 \cos^2 \alpha)$$

$$R = 4 \quad \text{при } \alpha = 0$$

н. к. движение по окруж. $R = 4$; $\dot{x}_0 = 0$; $\dot{y}_0 = 0$
 Если есть α_0 при которой M - максимум
 то есть α диаметральной
 точка A и B ; $\alpha = \alpha_0 + \pi k$ с
 нами не значения M (поворот на 180°
 число не меняется). Отсюда AC и BD если есть
 если α принимает движение по окруж.
 k из длины дуги меньше не будет

$$\sqrt{AB} + \sqrt{CD} = \pi R \quad (\angle AKB = 90^\circ)$$

$$AC = 2 \cdot \sqrt{R^2 - 4 \cos^2 \alpha}; \quad BD = 2 \cdot \sqrt{R^2 - 4 \sin^2 \alpha}$$

$$M(\alpha) = \pi R + 2(\sqrt{R^2 - 4 \cos^2 \alpha} + \sqrt{R^2 - 4 \sin^2 \alpha})$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$M'(a) = 2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

минимум максимум $M \rightarrow \max$ 2)

$$\sqrt{36 - 16 \cos^2 a} + \sqrt{36 - 16 \sin^2 a} \rightarrow \max$$

$$72 - 16(\cos^2 a + \sin^2 a) + 2\sqrt{(36 - 16 \cos^2 a)(36 - 16 \sin^2 a)} \rightarrow \max$$

$$-16 + 2\sqrt{36 - 16 \cos^2 a} \cdot \sqrt{36 - 16 \sin^2 a} \rightarrow \max$$

$$36 - 16(1 - 16 \cos^2 a \sin^2 a) + 16 \cdot 16 \cdot \sin^2 a \cos^2 a \rightarrow \max$$

$$4 \sin^2 a \cos^2 a \rightarrow \max$$

$$\sin^2 2a \rightarrow \max; \text{ так } \sin^2 2a \leq 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin^2 2a = 1 \quad 2a = \frac{\pi}{2} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$M = 60 + 2\sqrt{36 - 16 \cos^2 \frac{\pi}{2}} + \sqrt{36 - 16 \cdot \frac{1}{2}} =$$

$$= 60 + 2(4 \cdot \sqrt{36 - 8}) = 60 + 4 \cdot \sqrt{28} = 60 + 4 \cdot 2\sqrt{7}$$

$$\text{Ответ: } M = 60 + 8\sqrt{7};$$

$$a = \pm \frac{\pi}{4} + \pi k; k \in \mathbb{Z}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 1

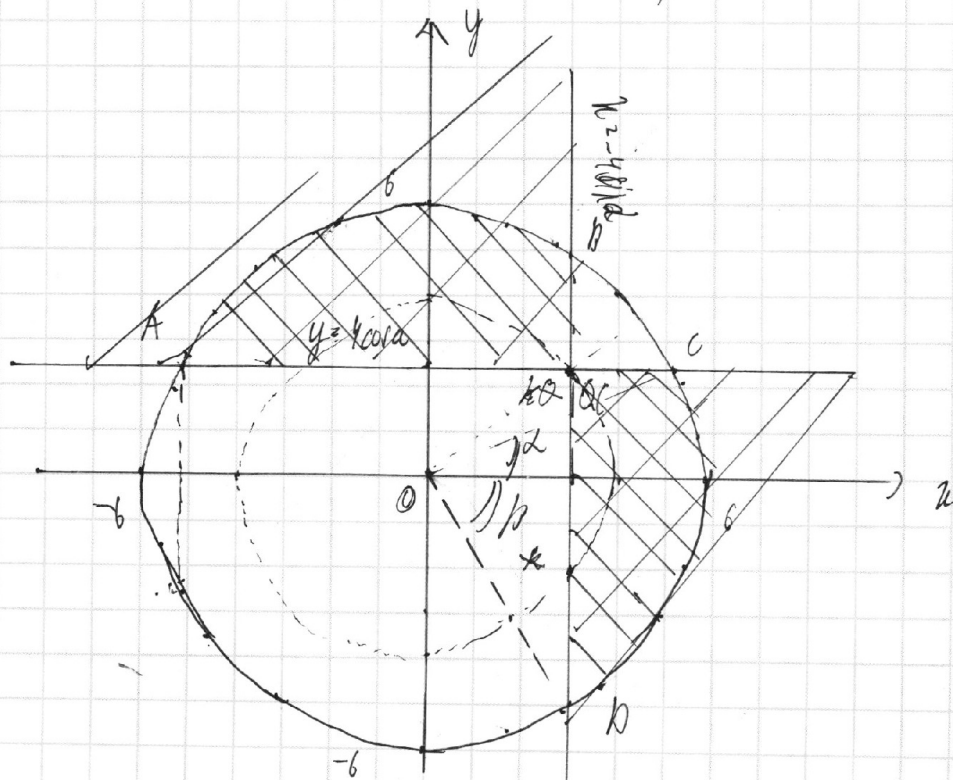
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x + 4 \sin \alpha)(y - 4 \cos \alpha) \leq 0$$

$$\begin{aligned} x &\geq -4 \sin \alpha; y \\ y &\leq 4 \cos \alpha \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x \geq -4 \sin \alpha \\ y \leq 4 \cos \alpha \\ x \leq -4 \sin \alpha \\ y \geq -4 \cos \alpha \end{cases}$$

$x^2 + y^2 \leq 36$ — круг с центром в начале координат с радиусом $R=6$; $k \in (-4 \sin \alpha; 4 \cos \alpha)$



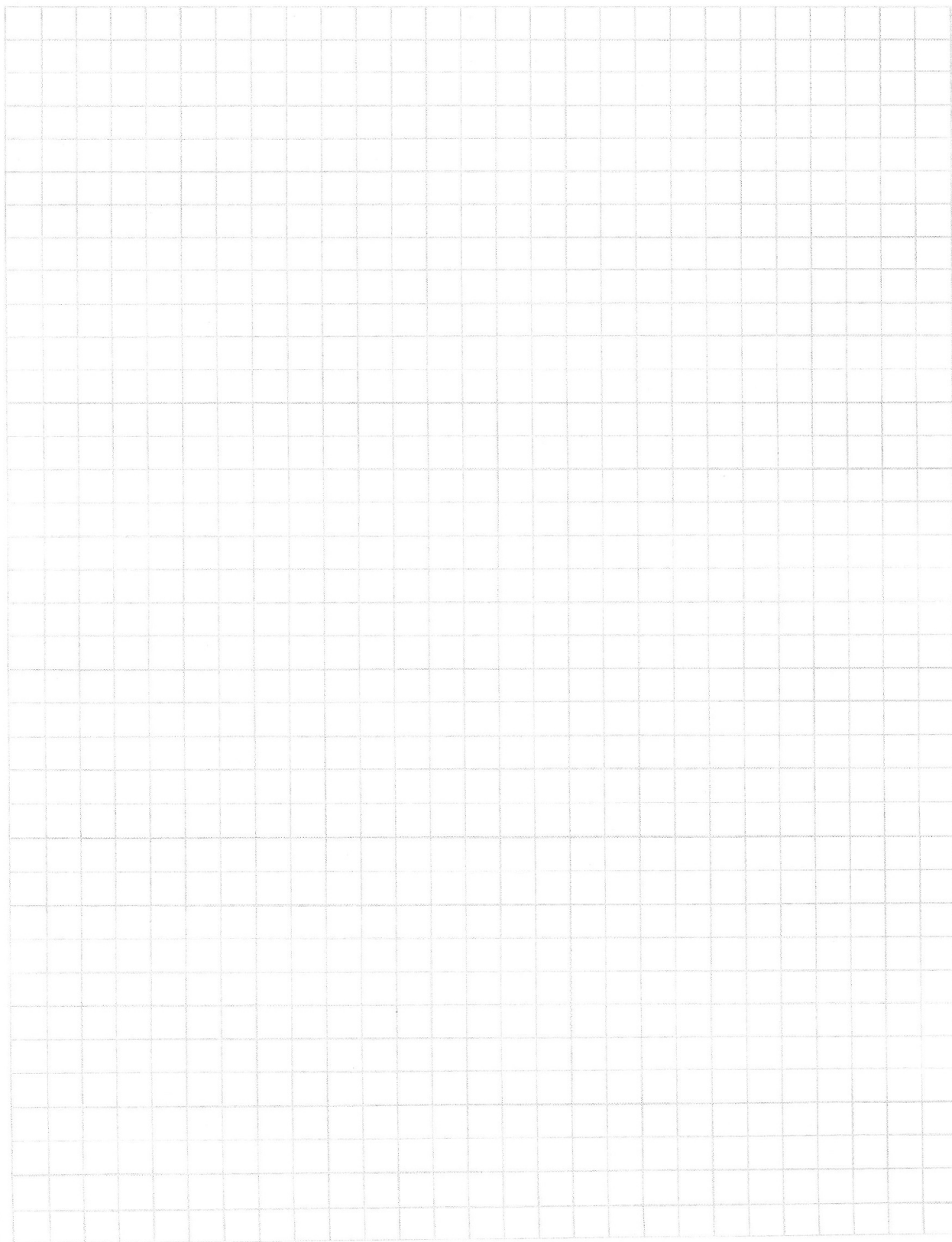


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{(n-4)!}{(n-10)!} = 5 \cdot 5 \cdot 10$$

$$4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \frac{(n-4)!}{(n-10)!} = 11! \cdot 4 \cdot 10$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy} = \frac{1}{x-4} + \frac{1}{y+4} + \frac{3}{y+4 \cdot y \cdot (x-4)}$$

$$\frac{y+x+3}{x \cdot y} = \frac{x+y+3}{x \cdot (y+4)(x-4)}$$

$$11 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 3 \cdot (n-4)! = 11! \cdot 4 \cdot 10$$

$$11 \cdot 12 \cdot 12 = k \cdot (k-1)(k-2)(k-3)(k-4)$$

1) $y+x+3=0$; $y+x=-3$; $y, x > 0$

$$M = (x-4)(x^2+xy-y^2) - 12xy =$$

$$= x^3 + (x+3)^3 + 12x(x+3) =$$

$$= x^3 + (x^2+9+6xy)(x+3) + 12x^2 + 36x =$$

$$= x^3 + x^3 + 9x + 6x^2 + 3x^2 + 27 + 18x + 12x^2 + 36x =$$

$$= 2x^3 + 21x^2 +$$

2) $xy = (y+4)(x-4)$

$$xy = yx + 4x - 4y - 16$$

$$0 = x - y - 4$$

$$x - y = 4$$

$$\frac{(n-2)!}{(n-k-2)! \cdot (k-2)!}$$

$$M = (y+4)^3 - y^3 - 12(y+4)y =$$

$$= y^3 + 4^3 + 3y^2 \cdot 4 + 12 \cdot 4 \cdot y - y^3 - 12(y+4)y =$$

$$= -12y^2 - 32y$$

$$\sin^2 xy - \sin x \cos xy \sin y = \cos^2 xy + \cos x \cos y$$

$$= \cos 2xy$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

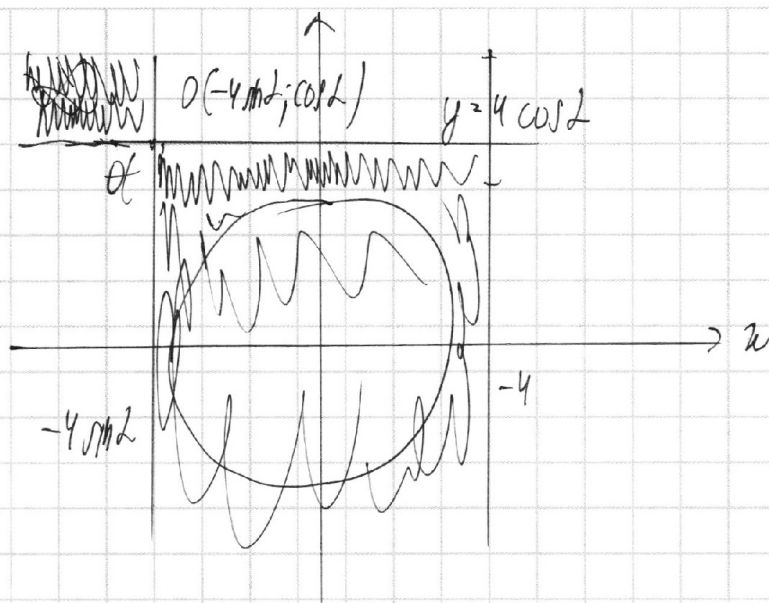
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$11. \frac{1}{2} = \frac{k-1}{k}$$

$$\sin \frac{\pi}{2} = \sin \frac{\pi}{2}$$

$$\sin x = a + b$$

$$\sin y = a - b$$

$$k=1$$

$$\frac{1}{2} \cdot (1-1)(1-1) = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot (1-1)$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\sin x - \sin y = 2b$$

$$\sin x + \sin y = 2a$$

$$\sin a \cdot \cos b - \sin b \cdot \cos a = (\sin a \cos b + \sin b \cos a) - 2 \sin b \cos a \cdot \sin(a-b)$$

$$\cos a \cos b + \sin a \sin b + \cos a \cos b - \sin a \sin b = 2 \cos a \cos b$$

$$-2 \sin b \cos a \cdot \sin(a-b) = 2 \cos a \cos b - \sin a + b \cos(a-b)$$

$$1) \cos a = 0$$

$$2) -\sin b \cdot (\sin a \cos b - \sin b \cos a) = \cos b (\cos b \cos a + \sin a \sin b)$$

$$\sin b \sin a$$

$$\frac{1}{2} \cdot (1-1)(1-1) = \frac{1}{2} \cdot 10$$

$$\frac{1}{2} \cdot 5 = \frac{(10-1)(15-1)}{2 \cdot (1-1)(1-1)} = \frac{1}{2} \cdot (1-1) \cdot 12$$

$$2 \sin b \sin a \cos b = (1 - \cos^2 b) \cos a + \cos^2 b \cos a = 0$$

$$2 \cos b (\sin b \sin a + \cos a \cos b) = 1$$

$$2 \cos b (\cos a - b) = 1$$

$$2 \sin 2b \cdot \sin a + \cos a \cdot \cos 2b = 0$$

$$\cos a - b \cos(2b - a) = 0$$

$$\cos(\pi(x-y) - \frac{\pi x}{2} - \frac{\pi y}{2}) = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$11.4.3 \quad \underbrace{(n-4)}_n \cdot \underbrace{(n-5)}_i \cdot \dots \cdot \underbrace{(n-k+1)}_k = k! \cdot k \cdot (k-1)$$

~~11.4.3~~
n

k=n
n-10310
n ≥ 20

11.4.3. 216.15.

$$11. \quad \cancel{n-10} \quad \cancel{n-1} \quad \frac{n!}{n-1}$$

$$\cancel{n-1} \cdot \cancel{(n-2)} \cdot \cancel{(n-3)}$$

$$\frac{n!}{(n-4)! \cdot 4!}$$

$$\frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$$

$$\cancel{(n-k)! \cdot 4!}$$

$$\frac{2!}{2!}$$

$$\cancel{(n-2)! \cdot 2!}$$

4.3.

$$\frac{5!}{3!} = 5 \cdot 4$$

	1	2	2	1	$\frac{n!}{4!}$
11	1	234	1		
	2	341	2		
	3	412	3		
	4	123	4		

$$k \cdot (k-1)$$

$$p = \frac{\cancel{k} \cdot \frac{4 \cdot 3}{(k-1)} \cdot n \cdot (n-4)! \cdot 4!}{(n-4)! \cdot k!} = \frac{k(k-1) \cdot \frac{n!}{(n-k)!} \cdot k!}{n!}$$

$$k > 4$$

$$k-4 = d > 0$$

$$-k < -4$$

$$(n-k)! < (n-4)!$$

A

$$\begin{aligned} (n-4)! &= \frac{(n-4)!}{(n-4-d)!} = \frac{(n-4)!}{(n-4)!} \cdot (n-4)! \\ &= (n-4)! \cdot (n-5) \cdot \dots \cdot (n-k+1) \end{aligned}$$

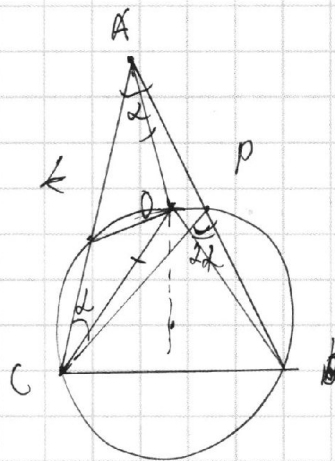
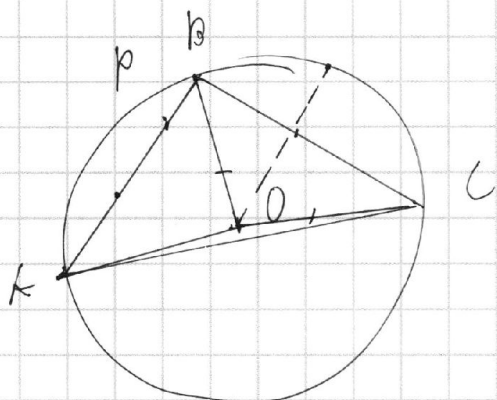


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



1) $n > -40ha$
 $y <$

