МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1

1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
   - A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
   - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 2,
   - C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
   - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.

2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 1, а y — увеличить на 1. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 3xy$.

3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$.

   б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству
$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 2,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1, описанной около остроугольного треугольника ABC. Окружность ω_2, описанная около треугольника BOC, пересекает отрезок AB в точке P. Найдите площадь треугольника ABC, если $AP = \frac{15}{2}$, $BP = 5$, $AC = 9$.

6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств
$$\begin{cases} \left(x - 3\sqrt{2}\sin\alpha\right)\left(y - 3\sqrt{2}\cos\alpha\right) \leqslant 0, \\ x^2 + y^2 \leqslant 25. \end{cases}$$

   Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α, при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади боковой поверхности пирамиды к площади её нижнего основания.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 [X] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5 [ ] 6 [ ] 7 [ ]

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Пусть число $A = \overline{aaaa}$, тогда $A = 1111a$.

$1111a = 11 \cdot 101a$. Чтобы $A \cdot B \cdot C$ был квадратом $A \cdot B \cdot C \vdots 101^2$ т.к. $A \vdots 101$, т.к. 101 простое и C двухзначное, то $B \vdots 101$. Т.к. B трехзначное и делиться на 101, то B вида $\overline{b0b}$, где b цифра. Чтобы в B хотя бы одна цифра была равна 2 $b = 2$. Тогда $B = 202$.

Также $A \vdots 11$, т.к. $B \not\vdots 11$, то $A \cdot C \vdots 11^2$, но $A \not\vdots 11^2$ $(a \leq 9)$

$\Rightarrow C \vdots 11$, тогда C вида $C = \overline{cc} = 11c$. ~~Чтобы~~ Чтобы в C была хотя бы одна 3 $c = 3 \Rightarrow C = 33$

$A \cdot B \cdot C = 11 \cdot 101 \cdot a \cdot 202 \cdot 33 = 101^2 \cdot 11^2 \cdot 6 \cdot a$

$\Rightarrow 6a$ полный квадрат $\Rightarrow a \vdots 6$, т.к. a цифра, то $a = 6$.

$\Rightarrow A = 6666$, $B = 202$, $C = 33$ $\Rightarrow ABC = 101^2 \cdot 11^2 \cdot 6^2$

Ответ: $(6666, 202, 33)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Из условия $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{2}{xy}=\frac{1}{x-1}+\frac{1}{y+1}+\frac{2}{(x-1)(y+1)}$

$$-\frac{1}{x(x-1)}+\frac{1}{y(y+1)}+2\frac{x-y-1}{xy(x-1)(y+1)}=0$$

$$-(y+1)y+x(x-1)+2(x-y-1)=0$$

$$x^2+x-y^2-3y-2=0$$

$$(x-y-1)(x+y+2)=0$$

$\Rightarrow$ либо $x=y+1$, тогда $M=x^3-y^3-3xy=$

$$=(y+1)^3-y^3-3y(y+1)=$$

$$=y^3+3y^2+3y+1-y^3-3y^2-3y=1.$$

$\Rightarrow \underline{M=1}$

либо $x=-y-2$, тогда $\cancel{M=x^3-y^3-3xy}=$

$\cancel{=(-y-2)^3-y^3+3(y+2)y}$

$\Rightarrow x=-(y+2)$ т.к $x>0$, то $-(y+2)>0$

$\Rightarrow y+2<0 \Rightarrow y<-2$, но $y>0$, этот случай не возможен.

Ответ: $M=1$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

а) $(\sin\pi x + \sin\pi y)\sin\pi x = (\cos\pi x + \cos\pi y)\cos\pi x$

$\sin^2\pi x - \cos^2\pi x = \cos\pi y\cos\pi x - \sin\pi y\sin\pi x$

$-\cos 2\pi x = \cos(\pi x + \pi y)$

$\cos(\pi x + \pi y) + \cos 2\pi x = 0$

$2\cos\frac{3\pi x + \pi y}{2}\cos\frac{\pi y - \pi x}{2} = 0$

$\Rightarrow \cos\frac{3\pi x + \pi y}{2} = 0$ или $\cos\frac{\pi y - \pi x}{2} = 0$

$\frac{3\pi x + \pi y}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k,\ k \in \mathbb{Z}$ $\qquad$ $\frac{\pi y - \pi x}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k,\ k \in \mathbb{Z}$

$3x + y = 2\pi k$ $\qquad$ $y - x = 2\pi k$

$\cancel{x = \frac{2\pi k - y}{3}}$

$\Rightarrow$ Ответ а) $(x;\ 2\pi k - 3x)$, $(x,\ 2\pi k + x)$ $x \in \mathbb{R}$

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

Пусть в классе k человек, тогда вероятность что Петя и Вася пошли на концерт равна $\frac{4}{k}\cdot\frac{3}{k-1}$, т.к. вероятность того, чтобы Вася пошел на концерт равна $\frac{4}{k}$, тогда останется 3 билета среди $k-1$ человека и вероятность того, чтобы Петя пошел на концерт равна $\frac{3}{k-1}$, ~~а чтоб~~.

Аналогично пусть в конце месяца n билетов. тогда нужная вероятность равна $\frac{n(n-1)}{k(k-1)}$ (аналогично предыдущему случаю)

Из условия $\frac{12}{k(k-1)}\cdot 2{,}5 = \frac{n(n-1)}{k(k-1)}$

$$\Rightarrow n(n-1) = 30$$

$$n^2 - n - 30 = 0 \Rightarrow (n-6)(n+5) = 0 \Rightarrow n = 6 \ (n>0)$$

Ответ: 6.

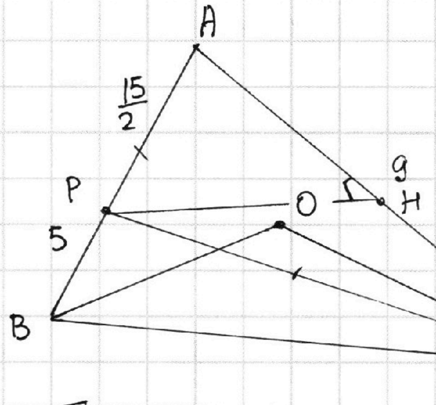
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№5



$\angle BOC = 2\angle A$, т.к. O центр

$\angle BPC = \angle BOC = 2\angle A$ т.к BPOC вписанный

$\angle PCA = \angle BPC - \angle A = \angle A$

$\Rightarrow AP = PC = \frac{15}{2}$

Тогда $\triangle APC$ р/б проведем $PH \perp AC$, тогда PH медиана

$AH = \frac{9}{2}$ по т. Пифагора $PH^2 = AP^2 - AH^2 = \frac{225-81}{4} = \frac{144}{4} = 36$

$\Rightarrow PH = 6 \Rightarrow \sin\angle A = \frac{PH}{AP} = \frac{6}{15/2} = \frac{4}{5}$

$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \sin\angle A = \frac{1}{2}\left(\frac{15}{2}+5\right)\cdot 9 \cdot \frac{4}{5} = \frac{25}{4}\cdot\frac{4}{5}\cdot 9 = 45$

Ответ: $S_{ABC} = 45$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Сделаем замену $\alpha = \frac{\pi}{2} - \beta$, тогда система примет вид

$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2}\cos\beta)(y - 3\sqrt{2}\sin\beta) \le 0 \quad (1) \\ x^2 + y^2 \le 25 \end{cases}$$

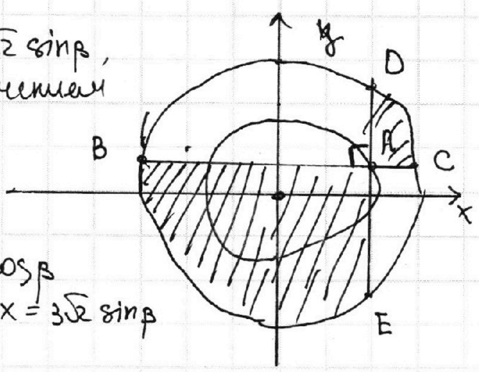
Точка $A(3\sqrt{2}\cos\beta, 3\sqrt{2}\sin\beta)$ лежит на окружности

$x^2 + y^2 = 18$, т.к. $(3\sqrt{2}\cos\beta)^2 + (3\sqrt{2}\sin\beta)^2 = 18$

Решение нер-во (1) будет совокупность $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \le 3\sqrt{2}\cos\beta \\ y \ge 3\sqrt{2}\sin\beta \end{cases} \\ \begin{cases} x \ge 3\sqrt{2}\cos\beta \\ y \le 3\sqrt{2}\sin\beta \end{cases} \end{array}\right.$

Решение нер-во (2) будет круг с центром в (0,0) и радиусом 5.

Проведем прямую $x = 3\sqrt{2}\cos\beta$ и $y = 3\sqrt{2}\sin\beta$, тогда точка A будет их пересечением



Решением системы будет часть окружности, которая ниже $y = 3\sqrt{2}\sin\beta$ и выше $x = 3\sqrt{2}\cos\beta$ или выше $y = 3\sqrt{2}\sin\beta$ и ниже $x = 3\sqrt{2}\sin\beta$

Пусть $y = 3\sqrt{2}\sin\beta$ пересекает $x^2+y^2=25$ в точках B и C

Он будет это делать всегда т.к. A лежит на окружности $x^2+y^2=18$ которая полностью находится внутри круга $x^2+y^2 \le 25$. Пусть $x = 3\sqrt{2}\cos\beta$ пересекает окружность $x^2+y^2=25$ в точках D и E. Т.к. $DE \perp BC$, то дуги $\smile BE$, $\smile BC$ в сумме 180° $\Rightarrow \smile BE + \smile BC = \frac{2\pi r}{2}$ $\Rightarrow \smile BE + \smile BC = 5\pi$

Точка D, E имеет координаты $(3\sqrt{2}\cos\beta, \sqrt{18\sin^2\beta + 4})$ и $(3\sqrt{2}\cos\beta, -\sqrt{18\sin^2\beta + 4})$ соответственно.

Т.к. $(3\sqrt{2}\cos\beta)^2 + (\pm\sqrt{18\sin^2\beta + 4})^2 = 25$

Аналогично B и C имеют координаты $(3\sqrt{2}\sin\beta; \sqrt{18\cos^2\beta+4})$ и ~~$(3\sqrt{2}\cos\beta$~~ $(3\sqrt{2}\sin\beta, \sqrt{18\cos^2\beta+4})$ т.к. $(3\sqrt{2}\sin\beta)^2+(\sqrt{18\cos^2\beta+4})^2=25$

$$DE^2=(3\sqrt{2}\cos\beta-3\sqrt{2}\cos\beta)^2+(\sqrt{18\sin^2\beta+7}+\sqrt{18\sin^2\beta+4})^2=$$
$$=4(18\sin^2\beta+7)$$

$$BC^2=(3\sqrt{2}\sin\beta-3\sqrt{2}\sin\beta)^2+(-\sqrt{18\cos^2\beta+4}-\sqrt{18\cos^2\beta+4})^2=$$
$$=4(18\cos^2\beta+4).$$

Периметр $M=\cup BE+\cup DC+DE+BC=5\pi+DE+BC$

$\Rightarrow$ Нужен максимум $DE+BC$ ~~для этого тоже есть~~

$$(DE+BC)^2=DE^2+BC^2+2DE\cdot BC\le DE^2+BC^2+DE^2+BC^2=$$
$$=2(DE^2+BC^2)=8(18\sin^2\beta+18\cos^2\beta+14)=8\cdot 32$$

$\Rightarrow DE+BC\le 16$ равенство при $DE^2+BC^2=2DE\cdot BC$

$\Rightarrow DE=BC \Rightarrow DE^2=BC^2 \Rightarrow \sin^2\beta=\cos^2\beta$

$\Rightarrow \cos 2\beta=0 \Rightarrow 2\beta=\frac{\pi}{2}+\pi k \Rightarrow \beta=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi k}{2} \Rightarrow \frac{\pi}{2}-\alpha=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi k}{2}$ $k\in\mathbb{Z}$

$\Rightarrow \alpha=\frac{\pi}{2}-\frac{\pi k}{2}.$

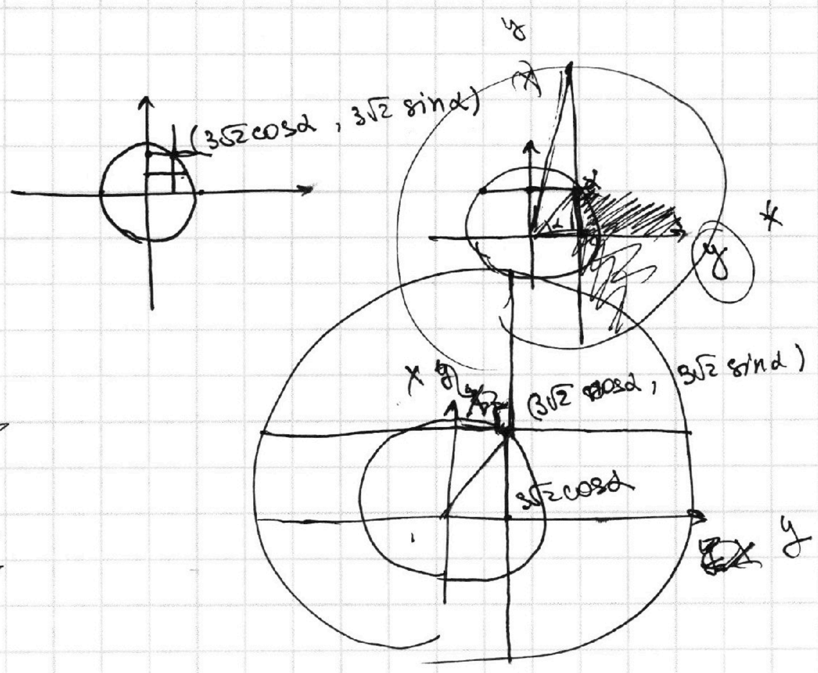
Ответ: ~~$\pi/2$~~ Максимум $M=16+5\pi$ при $\alpha=\frac{\pi}{2}-\frac{\pi k}{2}$ $k\in\mathbb{Z}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



$+\begin{array}{r}18\\14\end{array}$

$+\begin{array}{r}18\\14\\\hline 32\end{array}$

$y=$ $X = 3\sqrt{2}\cos\alpha$ $y=$ π

$x = 3\sqrt{2}\sin\alpha$

$8\cdot 8\cdot 4$ $y = 3\sqrt{2}\cos\alpha$

x^2 $18\sin^2\alpha + y^2 = 25$

$y^2 = 18\cos^2\alpha + 4$ $x^2 = 3\sqrt{2}\sin\alpha$

$4+4=8$ $2\sqrt{18\cos^2\alpha+4} + 2\sqrt{18\sin^2\alpha+7} \to max$

$\sqrt{25-18\sin^2\alpha} + \sqrt{18\sin^2\alpha+4} \to max$

$\cos^2\alpha = \sin^2\alpha$ $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ $\sqrt{a} + \sqrt{32-a} \to max$

$\cos 2\alpha = 0$ $8\sqrt{2}$

$a+b = 18+14 = 32$

$2\alpha = \frac{\pi}{2} + \pi k$

$a + 32 - a + 2\sqrt{(32-a)a} \le 32 + \frac{32}{4}$ $\cancel{48} =$

$\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}$ $a = 32 - a$ $a = 16$

1

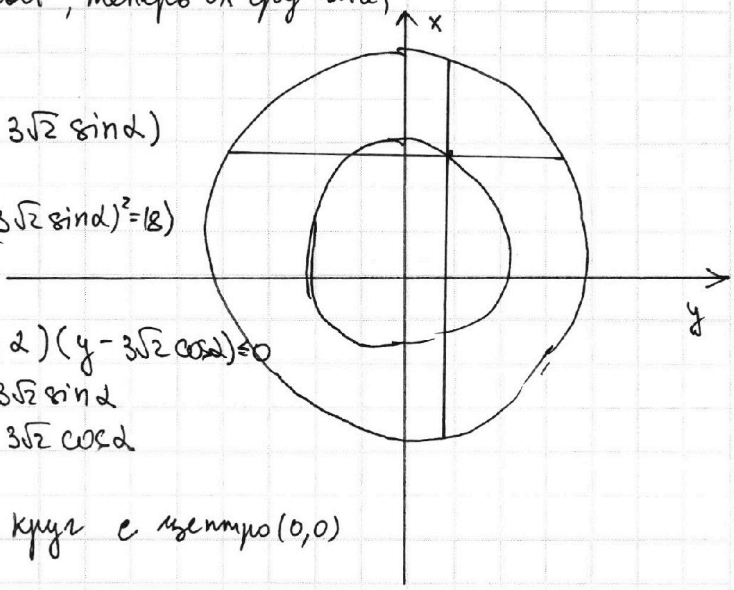
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Поменяем оси координат, теперь Ox ордината, OY абсцисса.



Заметим $A(3\sqrt{2}\cos\alpha,\ 3\sqrt{2}\sin\alpha)$ лежит на окружности
$x^2+y^2=18$ $\left((3\sqrt{2}\cos\alpha)^2+(3\sqrt{2}\sin\alpha)^2=18\right)$

Решение $(x-3\sqrt{2}\sin\alpha)(y-3\sqrt{2}\cos\alpha)\leq 0$

$\begin{cases} x\leq 3\sqrt{2}\sin\alpha \\ y\geq 3\sqrt{2}\cos\alpha \end{cases}$ или $\begin{cases} x\geq 3\sqrt{2}\sin\alpha \\ y\leq 3\sqrt{2}\cos\alpha \end{cases}$

Решение $x^2+y^2\leq 25$ круг с центром $(0,0)$ и радиусом 5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7	СТРАНИЦА
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$A = aaaa = 1111a = 101 \cdot 11 \cdot a$

$B = \ \vdots 101$ $\qquad \underline{\underline{202}}$

$C = \ \vdots 2 \cdot 11 = 22b$

$1111 : 11 = \underline{\underline{101}}$, 11, 011

$101 / 43 \times 57 \qquad 17.$

$\underline{aoa}$

$101 \quad 303$

$202 \quad 404$

$101^2 \cdot 11^3 \cdot 2 \cdot 22b \cdot a = \underline{\underline{ab}}$

$a = 1 \quad b = 4, \ b = 9$

$a = 2 \quad b = 2, \ b = 8$

$a = 3$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{1}{x+1} + \frac{1}{y-1} + \frac{2}{(x+1)(y-1)}$$

$$\frac{1}{x(x+1)} + \frac{y-1-y}{y(y-1)} + 2\frac{(x+1)(y-1) - xy}{xy(x+1)(y-1)} = 0$$

$$\frac{1}{x(x+1)} - \frac{1}{y(y-1)} + 2 \cdot \frac{-x+y-1}{xy(x+1)(y-1)} = 0 \qquad x^3 - y^3 - 3xy$$

$$y(y-1) - x(x+1) + 2(-x+y-1) = 0$$

$$y^2 - y - x^2 - x + 2y - 2x - 2 = 0$$

$$y^2 + y = x^2 + 3x + 2 \qquad (x-y)(x^2 + xy + y^2)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{2}{xy}=\frac{1}{x-1}+\frac{1}{y+1}+\frac{2}{(x-1)(y+1)}$$

$$\frac{x-1-x}{x(x-1)}+\frac{y+1-y}{y(y+1)}+2\left(\frac{(x-1)(y+1)-xy}{xy(x-1)(y+1)}\right)=0$$

$$\cancel{\frac{1}{x(x-y)}}\cdot -\frac{1}{x(x-1)}+\frac{1}{y(y+1)}+2\cdot\frac{x-y-1}{xy(x-1)(y+1)}=0$$

$$-(y+1)y+x(x-1)+2(x-y-1)=0$$

$$-y^2-y+x^2-x+2x-2y-2=0$$

$$-y^2+x^2-3y+x-2=0$$

$$x^2-2y-2=y^2-x+y$$

$$x^2-3y=y^2-x+2$$

$$(x-y)(x-y)$$

$$M=y^2x-x^2+2x-y^3=y^2(x-y)-(x^2-2x+1)+1=$$

$$=(x-y)(y^2-x+y)+1=(x-y)(x^2-2y-2)+1$$

$$x^2-y^2+x-y=2y+2$$

$$(x-y)(x+y+1)=2(y+1)$$

$$x^2+x-y^2-3y-2=0$$

$$D=1+4y^2+12y+8=2^2y^2+2\cdot3\cdot2y+3^2=$$

$$=(2y+3)^2=0$$

$$x=\frac{-1\pm(2y+3)}{2}=\left[\begin{array}{l}\frac{2y+4}{2}=\cancel{y+2} \quad \frac{2y+2}{2}=y+1\\ \frac{-2y-4}{2}=-y-2\end{array}\right.$$

$$(x+y+1)(x-y-2)=0$$

$$x=-y-1 \quad \Big|\Big| \quad x=y+2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$(x+y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + 1$

$x^2 + y^2 = 25$

$-(y+1)^3 = (y^3 + 3x^2 + \cancel{y}\, 3x + 1)$

$(3\sqrt{2}\sin\alpha)^2 + (3\sqrt{2}\cos\alpha)^2 =$

$-y^3 - 3x^2 - 3x - 1 \quad -y^3 + 3(y+1)\cancel{y}$

$= 18$

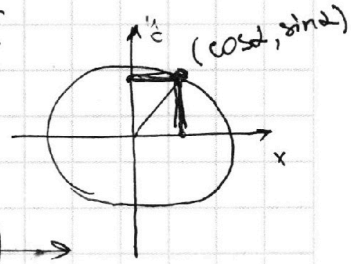
$x \le 3\sqrt{2}\cos\alpha$

$-(y^3 + 6y^2 + 12y + 8) - y^3 + 3y^2 + 6y = -$

$\cancel{y} \le$

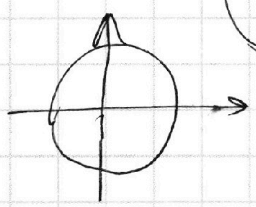
$-(y+2) > 0$

$\arcsin\alpha - \arcsin\beta \le \frac{\pi}{2}$



$y < -2$

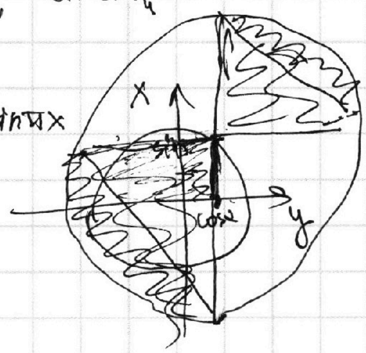
$2\sin\frac{\pi x + \pi y}{2}\cos\frac{\pi x - \pi y}{2} \quad \sin\pi x =$



$= 2\cos\frac{\pi x + \pi y}{2}\cos\frac{\pi x - \pi y}{2}\cos\pi x$

$\Rightarrow \cos\frac{\pi}{2}\frac{x-y}{2} = 0$

$\frac{\pi}{2} - \arcsin\frac{y}{4}$



$\sin^2\pi x - \cos^2\pi x = \cos\pi y\cos\pi x - \sin\pi y\sin\pi x$

$-\cos 2\pi x = \cos\pi(y+x)$

$\cancel{2}\ \cos\frac{\pi(y+3x)}{2}\cos\frac{\pi(y-x)}{2} = 0$

$\frac{\pi(y+3x)}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k$

$-1 < \frac{x}{5} < 1 \quad \frac{y}{4} < 1$

$\left[\begin{array}{l} y + 3x = 2\pi k \\ y - x = 2\pi k \end{array}\right.$

$-5 < x < 5 \mid -4 < y < 4$

$-19 \le y + 3x \le 4 + 15 = 19$

$6 \quad 3{,}15 \times 6 = 18{,}90$

$2\pi < 7$

$4\pi < 12$

$6\pi < 18{,}9$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$k \quad \frac{4}{k}\cdot\frac{3}{k-1}\cdot\frac{5}{2} =$

$\frac{n(n-1)}{k(k-1)}$

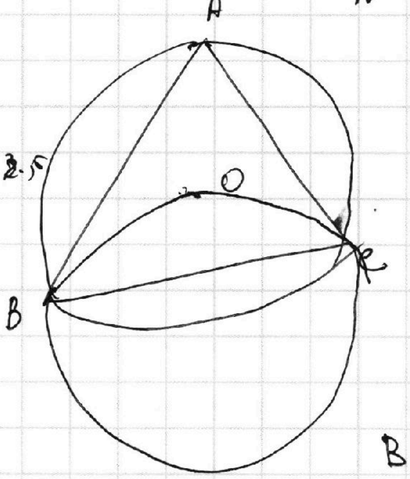
$30 = n(n-1)$

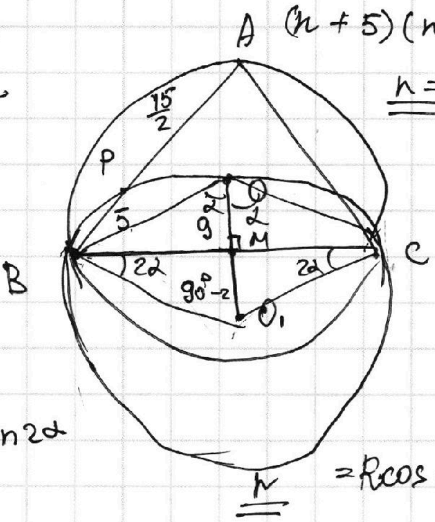
$n^2 - n - 30 = 0$

$(n-5)(n+6) = 30$

$\underline{n=6}$

$6\cdot 5 = 13\cdot 2.5$



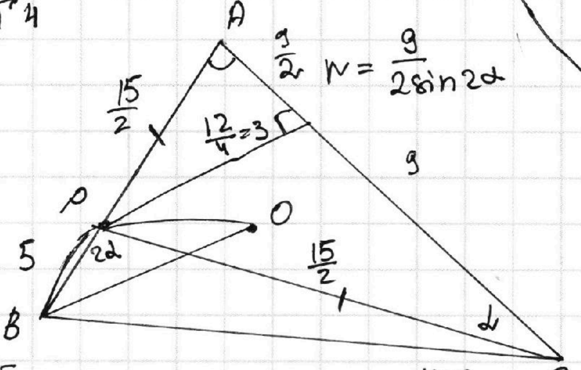


$\frac{225}{8} \quad 144$

$\frac{9}{2} \quad r = \frac{9}{2\sin 2\alpha}$

$\underline{r} = R\cos\alpha + r_3 \sin 2\alpha$

~~$R\cos\alpha +$~~



$\frac{9}{2} \qquad \frac{9}{2}\sin$

$\frac{\sin\beta}{\sin\alpha\cos\alpha} = \frac{15}{9}$

$180^\circ - \beta - \alpha = \alpha$

$\gamma - \alpha$

~~$ctg\alpha$~~

$\frac{\frac{15}{2}}{\sin\beta} = 2R_1 r$

$ctg\,\alpha = \frac{OM}{\frac{9}{2}}$

$\frac{r}{\frac{9}{2}} = \frac{\frac{9}{2}}{r}$

$\frac{9}{\sin 2\alpha} = \frac{15}{2\sin\beta} = 2\,\frac{\frac{9}{2}}{\sin 2\alpha}$

$559 : 29 = 1$, $559 - 29 = 269$

$\left(\frac{15}{2}\right)^2 = 25 + 81 - 90\cos\beta$

$106 \times 4 = 424$, $424 - 225 = 199$

$360 + 199 = 559$

$360 - 199 = 261$

$\frac{25}{4}\cdot 9$

$-\frac{225}{4}$

$81 + 25 = 106$

$\frac{199}{4\cdot 90} = \cos\beta$

360

$225 + 199 = 424$

$\frac{559\cdot 261}{360^2}$

$261 : 9 = 29$, $261 - 18 = 81$

$\frac{119}{360} -$