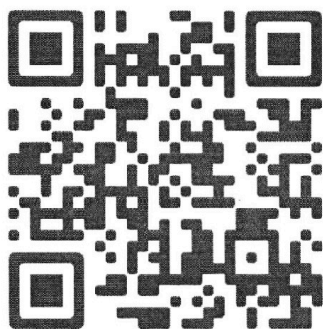




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 7,
 - C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 1,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 4, а y — увеличить на 4. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 12xy$.
3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi y - \sin \pi x) \sin \pi y = (\cos \pi y + \cos \pi x) \cos \pi y$.
- б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arccos \frac{x}{7} - \arcsin \frac{y}{4} > -\frac{\pi}{2}?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася выяснили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 11 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = 16$, $BP = 8$, $AC = 22$.
6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 4 \sin \alpha)(y - 4 \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 36. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Найдите угол наклона боковой грани пирамиды к плоскости её основания.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $A = aaaa \cdot 5a \cdot 1111$

попробуем
проверить, или число 1111 разлагается
на произведение:

$$1111/3, 1111/2, 1111/5$$

$$\begin{array}{r} 1111 \overline{) 7} \\ 7 \overline{) 15} \\ \underline{41} \\ 35 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1111 \overline{) 11} \\ 11 \overline{) 101} \\ \underline{90} \\ 11 \end{array} \quad 1111 = 11 \cdot 101 = 1100 + 11 = 1111 \oplus$$

$$\begin{array}{r} 101 \overline{) 7} \\ 7 \overline{) 31} \\ \underline{24} \\ 61 \end{array} \quad \begin{array}{r} 101 \overline{) 11} \\ 11 \overline{) 99} \\ \underline{88} \\ 11 \end{array} \quad \begin{array}{r} 101 \overline{) 13} \\ 13 \overline{) 91} \\ \underline{78} \\ 13 \end{array} \quad \begin{array}{r} 101 \overline{) 17} \\ 17 \overline{) 17} \\ \underline{0} \end{array}$$

101 - простое число.

то из $A = a \cdot 101 \cdot 11$.

по условию (A · B · C) - квадрат некоторого числа,

при этом 101 и 11 - простые, а - квадрат, B - трёх-ок,
C - двузначное. Тогда C: 11, B: 101.

по условию ^{согласно} из квадрата числа B равно 7, B трёх-
значное.

при условии, что B: 101 очевидно, что $B = 707$

по условию хотя бы из квадрата числа C равно 1,
при условии, что C - двузначное и C: 11, очевидно, что

$$C = 11$$

$$\text{имеем: } A \cdot B \cdot C = a \cdot 101 \cdot 11 \cdot (707) \cdot (11) =$$

$$= 101^2 \cdot 11^2 \cdot 7 \cdot 9, \text{ при условии, что } a - \text{квадрат, получаем,}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

что $a \neq 7$. тогда $ABC = 101^2 \cdot 11^2 \cdot 7^2 = (101 \cdot 11 \cdot 7)^2$ — чет-чет
натур-ого числа.

Для которых 19 -ая тройка $(7777; 707; 11)$.

Ответ: 1 тройка $(7777; 707; 11)$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x, y > 0$.

$$k \leq \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy}$$

k — по условию:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy} \leq \frac{1}{x-4} + \frac{1}{y+4} + \frac{3}{(x-4)(y+4)}$$

(или аналогично, что заменили выражения, когда мы увеличили x на 4, y убавили на 4, и увеличили k на 8, $x \neq 4$ из условия, $y+4 > 0 \Leftrightarrow (y > 0)$).

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy} \leq \frac{1}{x-4} + \frac{1}{y+4} + \frac{3}{(x-4)(y+4)}$$

$$\frac{y+x+3}{xy} \leq \frac{y+4+x-k+8}{(x-4)(y+4)}$$

$$\frac{(y+x+3)}{xy} \leq \frac{y+x+3}{(x-4)(y+4)} \quad | \cdot (y+x+3) > 0$$

$$xy \geq (x-4)(y+4)$$

$$xy \geq xy + 4x - 4y - 16 \quad | :4$$

$$0 \leq x - y - 4$$

$$x \geq y + 4$$

$$\begin{aligned} M &\leq x^3 - y^3 - 12xy \leq (y+4)^3 - y^3 - 12(y+4)y = \\ &= y^3 + 3 \cdot 4^2 y + 3 \cdot 4 y^2 + 4^3 - y^3 - 12y^2 - 48y = \\ &= 4^3 \leq 2^6 = 64 \end{aligned}$$

Ответ: 64.

ОДЗ: ~~$x \neq 4$~~

$\begin{cases} x \neq 0 \\ y \neq 0 \\ xy \neq 0 \end{cases}$ или $x, y > 0$, ОДЗ: $x, y > 0$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
5 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

8) ~~пр~~ $45 - 2; 4; 1; 3$. ~~интервалу~~ ~~у~~ ~~подходит~~ ~~7~~ ~~чисел~~ ~~и~~

~~чисел~~
 $x: (45 - 6; -4; -2; 0; 2; 4; 6)$

$4 \cdot 7 = 28$ вариантов.

$28 + 39 = 67$ вариантов пер

Ответ: ~~67 вариантов~~ 67 пер

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
4 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

8) (продолжение): I $(x; \frac{2n+1+z}{3})$, II $(1+2k-y; y)$.
 $y \leq -4$
 $11+1$ - любое
 y - нечет.
 $11+2k \geq$ любое
 y - нечет. число
 $1+2k \leq a$. $a/2$
 $2n+1 \leq b$ $b/2$
 $I(x; \frac{b+z}{3})$, II $(a-y; y)$
 $y = -4$: из II: $(a+4; 4)$, тогда x может быть
 любое нечетное $(y = -4; x = -7; -5; -3; -1; 1; 3; 5; 7)$
 $\frac{b+z}{3} \leq -4$
 $b+z \leq -12$
 $z \leq -12 - b$ - любое нечет. число.
 3 варианта

II:
 Аналогично при четных y получим, что
 x в паре решения с ним - нечетное:
 $\frac{b+z}{3} \geq y$, $x \geq 3y - b$, при $y \geq 0$ x - нечетное, т.е. $1/2$.
 $a - y \leq 1$ при четных y .
 $y = -2; 0; 2; 4$. рассмотрим y соответ. в эк. x .
 очевидно, имея a, b получим любое $x/2$.
 $5 \cdot 8 \leq 40$ ок.
 минимум $(7; 4)$, 3 варианта.

при любых нечетных y :
 $x \geq 3y - b$ - любое число (очевидно, имея b ,
 получим любое $x/2$).
 $x \leq a - y$ - любое число (очевидно, имея
 a , получим любое $x/2$)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a) (\sin \pi y - \sin \pi x) \sin \pi y = (\cos \pi y + \cos \pi x) \cos \pi y$$

~~$$2 \sin \pi x \sin \pi y = \cos \pi x \cos \pi y$$~~

$$\sin^2 \pi y - \sin \pi x \sin \pi y = \cos^2 \pi y + \cos \pi x \cos \pi y$$

$$\sin^2 \pi y - \cos^2 \pi y = \sin \pi x \cos \pi y + \cos \pi x \sin \pi y$$

$$-\cos 2\pi y = \cos(\pi x - \pi y)$$

$$\cos 2\pi y + \cos(\pi x - \pi y) = 0$$

$$\textcircled{I} \quad 2 \cos \left(\frac{2\pi y + (\pi x - \pi y)}{2} \right) \cos \left(\frac{2\pi y - (\pi x - \pi y)}{2} \right) = 0 \quad \textcircled{II}$$

$$I: \cos 2\pi y + \cos \frac{\pi x - \pi y}{2} = 0$$

$$\frac{\pi y + \pi x}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k \quad | :2 \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\pi y + \pi x = \pi + 2\pi k \quad (:\pi \neq 0)$$

$$y + x = 1 + 2k$$

$$x = 1 + 2k - y$$

ограничим по ОДЗ и найдем, получив, что нам подходит пара $(1 + 2k - y, y)$, где $k \in \mathbb{Z}$, $y \in \mathbb{R}$

$$II \quad \cos \left(\frac{2\pi y - (\pi x - \pi y)}{2} \right) = 0 \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{3\pi y - \pi x}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n \quad | :2$$

$$3\pi y - \pi x = \pi + 2\pi n \quad | : \pi$$

$$3y - x = 1 + 2n, \quad y = \frac{2n + 1 + x}{3}$$

~~$$x = 3y - 1 - 2n$$~~



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

подходящие пары $(x; \frac{2n+1+x}{3})$ где $n \in \mathbb{Z}$ и $x \in \mathbb{R}$.

Мыслим совокупность, запишем ответ: ответ (и нуль): $(x; \frac{2n+1+x}{3})$; $(1+2k-y; y)$,
 $k, n \in \mathbb{Z}, x, y \in \mathbb{R}$.

~~ДОТА: $\arcsin x = \arcsin \frac{y}{2}$~~

ДОТА: $\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$

$$\sin(a+b) = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$$

$$\sin a \cos b + \sin b \cos a = 1$$

$$x \cdot x = \sqrt{1-x^2} \cdot \sqrt{1-x^2} = 1$$

$1 = 1 \oplus$ или $\sin(a+b) = \sin \frac{\pi}{2}$ равносильно тому,
что $a+b = \frac{\pi}{2}$, т.е. $\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$ только при $x \in [0, 1]$

~~при $x \in [-1, 0]$ больше 0 $\arccos x$~~

при том $\arcsin x \in [-\frac{\pi}{2}; 0]$, или $x \geq 0$, то $\arcsin x \in [0; \frac{\pi}{2}]$
 ~~$\arccos x \in [\frac{\pi}{2}; \pi]$, $\arcsin x \in [0; \frac{\pi}{2}]$~~

тогда $\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$

$$\arccos x = \arcsin \frac{y}{2} \Rightarrow (-\arcsin \frac{y}{2} - \arccos \frac{y}{2})$$

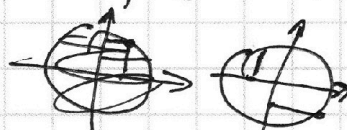
ОАТ ~~доказали:~~

$$\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$$

$$\sin(a+b) = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

$$\sin a \cos b + \sin b \cos a = 1$$

$$x \cdot x =$$



$$\text{Coefficient: } \frac{(n-2)(n-3)\dots(n-(t+1))}{(t+2)!}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

по условию

Вероятно в конце месяца Мис и Васа поехали

были на концерте

Пусть в конце месяца было t билетов ($t \geq 4$).
Ваша стоимость разговора и поездки C_n^*

Вероятно Вероятно разговора, при условии, что
Мис и Васа будут были на концерте: $C_{n-2}^{(t-2)}$

Вероятно, что Мис и Васа поедут вместе:

$$C_{n-2}^{(t-2)} : C_n^* = \frac{(n-2)(n-3)(n-2)!}{(t-2)!(n-2-(t-2))!} \cdot \frac{(n-t)(t-1)!}{n!} =$$

$$= \frac{(n-2)! (n-t)! t!}{(t-2)!(n-t)! n!} = \frac{t \cdot (t-1)}{n \cdot (n-1)}$$

$$\text{по условию: } \frac{t(t-1)}{n(n-1)} = 11 \cdot \frac{12}{n(n-1)}$$

$$t^2 - t - 11 \cdot 12 = 0$$

$$D = 1 + 48 \cdot 11 = 1 + 440 + 38 = 529 = 23^2$$

$$t_1 = \frac{1+23}{2} = 12$$

$$t_2 < 0$$

Ответ: в конце месяца было продано
12 билетов



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

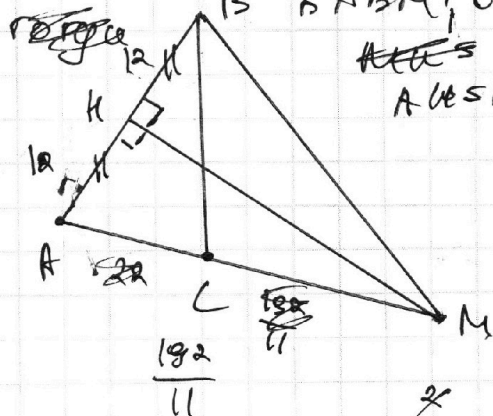
СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~по кос. косинусов~~ $\angle A$ тогда $\angle ABM = 180 - (180 - 2\alpha) - \alpha = \alpha$, тогда в $\triangle ABM$ - равн-к-с ($\angle M = \angle B$).

~~по косинусов~~ Сумма вт-ой теоремы
в $\triangle ABM$; опустим высоту AK в $\triangle ABM$:
 $AK = KB$ (т.к. $\triangle ABM$ - равн-к-с).
 $AK = KB = AB \cdot \frac{1}{2} = 12$



$$\cos \angle MAK = \frac{AK}{AM} = \frac{12}{\frac{182}{11}} = \frac{12 \cdot 11}{182} = \frac{11}{16}$$

(а именно, что $AK \in AE$, иначе не могло получиться, так как AK - высота, а AE - медиана, т.е. $\triangle ABC$ - остр-к-с).

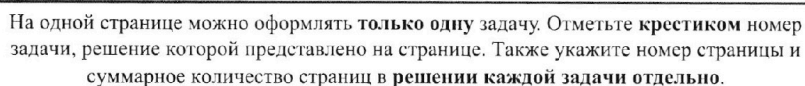
$$\sin \angle MAK = \sqrt{1 - \left(\frac{11}{16}\right)^2} = \sqrt{\frac{256 - 121}{16^2}} = \sqrt{\frac{135}{16^2}} = \frac{3\sqrt{15}}{16}$$

тогда $\triangle ABC$:

$$S_{\triangle ABC} = AB \cdot AC \cdot \sin \angle BAC = 24 \cdot \frac{182}{11} \cdot \frac{3\sqrt{15}}{16} = \frac{99\sqrt{15}}{2}$$

Ответ: $S_{\triangle ABC} = \frac{99\sqrt{15}}{2}$

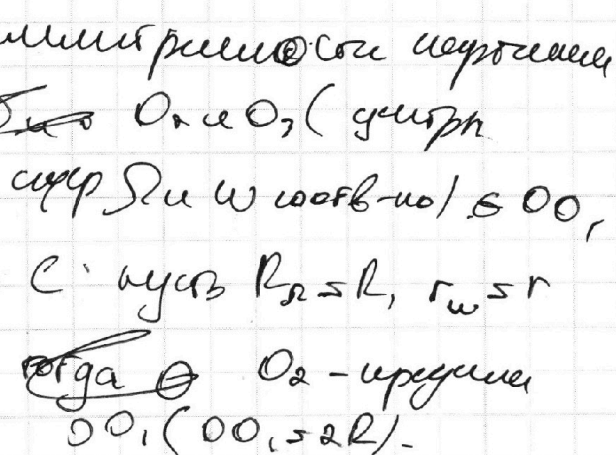
Большая или бн-мб, (меньше или он-сд или (сд)с).
 чет-ли О ВМС - бн-мб, тогда $\angle BMS \leq 180^\circ - \angle BOC$
 $\leq 180^\circ - \alpha$.



СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

O_1 - центр $\triangle A_1 B_1 C_1$, O - центр $\triangle ABC$. Радиус



~~Одобрено~~

из Σ выведем грам A, B, C в виде K
($0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99$)

Очевидно $0,5 \cdot 0 < 0,5 \cdot 0$ (свернуто). Ввиду $\Gamma \cap F$ (свернуто)
 $\Gamma F \perp AB$ в силу единственности перпендикуляра.

Кусок O_2 в ионизатор ВСУ и СС, в формулу SO_2 и SO_3 . Тогда $\text{O}_2 \text{ SO}_2 \text{ SO}_3 \text{ HCl}$ (концентрация)
 тогда в ионизатор углерод $\text{BS} \text{ HCl}$, так как
 в ионизаторе и ионизаторе $\text{BS} \text{ SO}_2$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten mathematical work on grid paper, including diagrams, calculations, and algebraic derivations.

Diagrams and Calculations:

- Top left: $A \leq a a a a$, $A \leq c c \cdot 1111$
- Top right: $22 \cdot (22 - 40) \div 5 = 170 \div 118$
- Middle left: $A \cdot B \cdot C$ with a diagram of a circle and a triangle.
- Middle right: $22 - 45$, 1111 , 23 , 92 , 1917
- Bottom left: $4444 \cdot 4 = 4 \cdot 1111$, $9 \cdot 1111$
- Bottom right: $1111 \div 7$, $1111 \div 11$, $1111 \div 13$

Algebraic Derivations:

Left side:

$$\begin{aligned} & (2x^3 - 5x^2 + 4x - 3) \cdot x - \\ & 49x^3 - 5x^2 - 5x - 5 \\ & 5x^3 + 12x^2 \\ & 6x^3 - 4x^2 + 12x - 10 \\ & 4x^2 + 8x \\ & 5x^3 - 5x^2 - 5x + 8x - 10 = \\ & 5x^3 - 5x^2 - 5x + 8x - 10 = \\ & 5x^3 - 5x^2 - 5x + 8x - 10 = \end{aligned}$$

Right side:

$$\begin{aligned} & (x^3 - 5x^2 + 4x - 3) \cdot x - \\ & 49x^3 - 5x^2 - 5x - 5 \\ & 5x^3 + 12x^2 \\ & 6x^3 - 4x^2 + 12x - 10 \\ & 4x^2 + 8x \\ & 5x^3 - 5x^2 - 5x + 8x - 10 = \\ & 5x^3 - 5x^2 - 5x + 8x - 10 = \end{aligned}$$

Final result:

$$x^3 - 5x^2 + 4x - 3 = 1$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\arccos \frac{x}{7} - \arccos \frac{y}{4} = -\frac{\pi}{2}$$

$$x \in [-3; 23]$$

$$y \in [-4; 4]$$

$$\arccos \frac{x}{7} + \frac{\pi}{2} = \arccos \frac{y}{4}$$

$$\arccos \frac{x}{7} = -\arccos \frac{y}{4}$$

$$x \in [-7; 7]$$

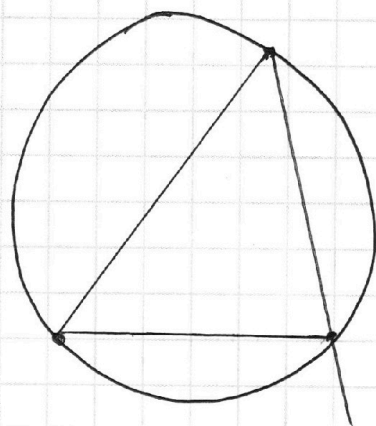
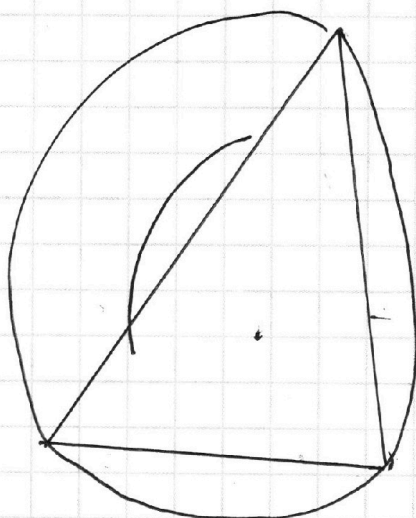
$$-7; \quad 2n + \pi - 6$$

$$[-4; 4]$$

$$-7$$

$$-7; \quad 2n - 6$$

$$-7;$$



$$-n) \cos + \left(\frac{6}{96 + 9 - n} \right) \cos x$$

$$2 \cdot 9 \cos + \left(\frac{6}{96 + 9 - n} \right) \cos$$

$$\left(\frac{6}{9 + n} \right) \cos \leq 9 \cos -$$

$$9 \cos \cos + 9 \sin \sin \leq 9 \cos - 9 \sin$$

$$9 \cos (\cos + 9 \sin) \leq 9 \sin (9 \sin - 9 \sin) \quad \text{if } \sin$$

$$9 \sin (\cos + 9 \sin) \leq 9 \sin (9 \sin - 9 \sin)$$

$$9 \sin$$

$$9 \sin (9 \sin - 9 \sin)$$



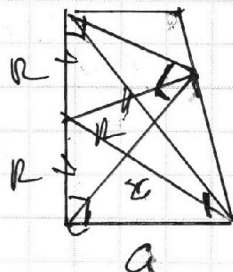
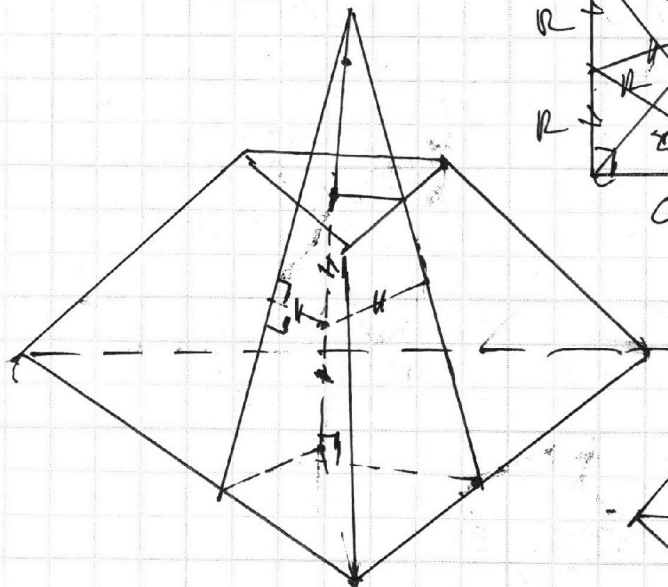
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

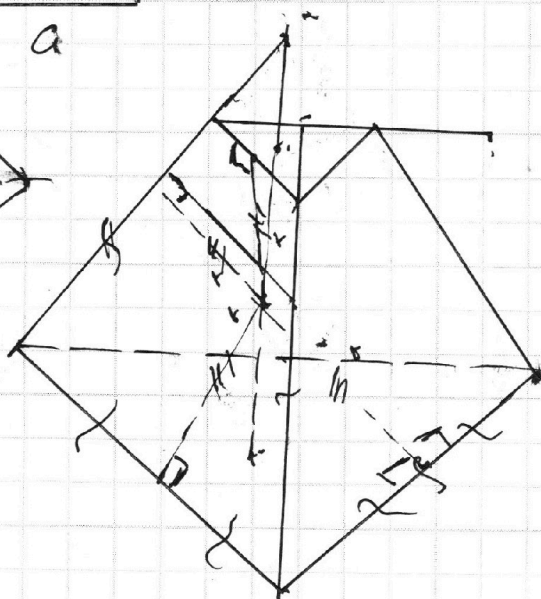
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$xy - 16 \cos \alpha \cdot x + y \sin \alpha + 16 \cos \alpha \sin \alpha \leq 0$$



$$x^2 \leq 16 \cos^2 \alpha$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

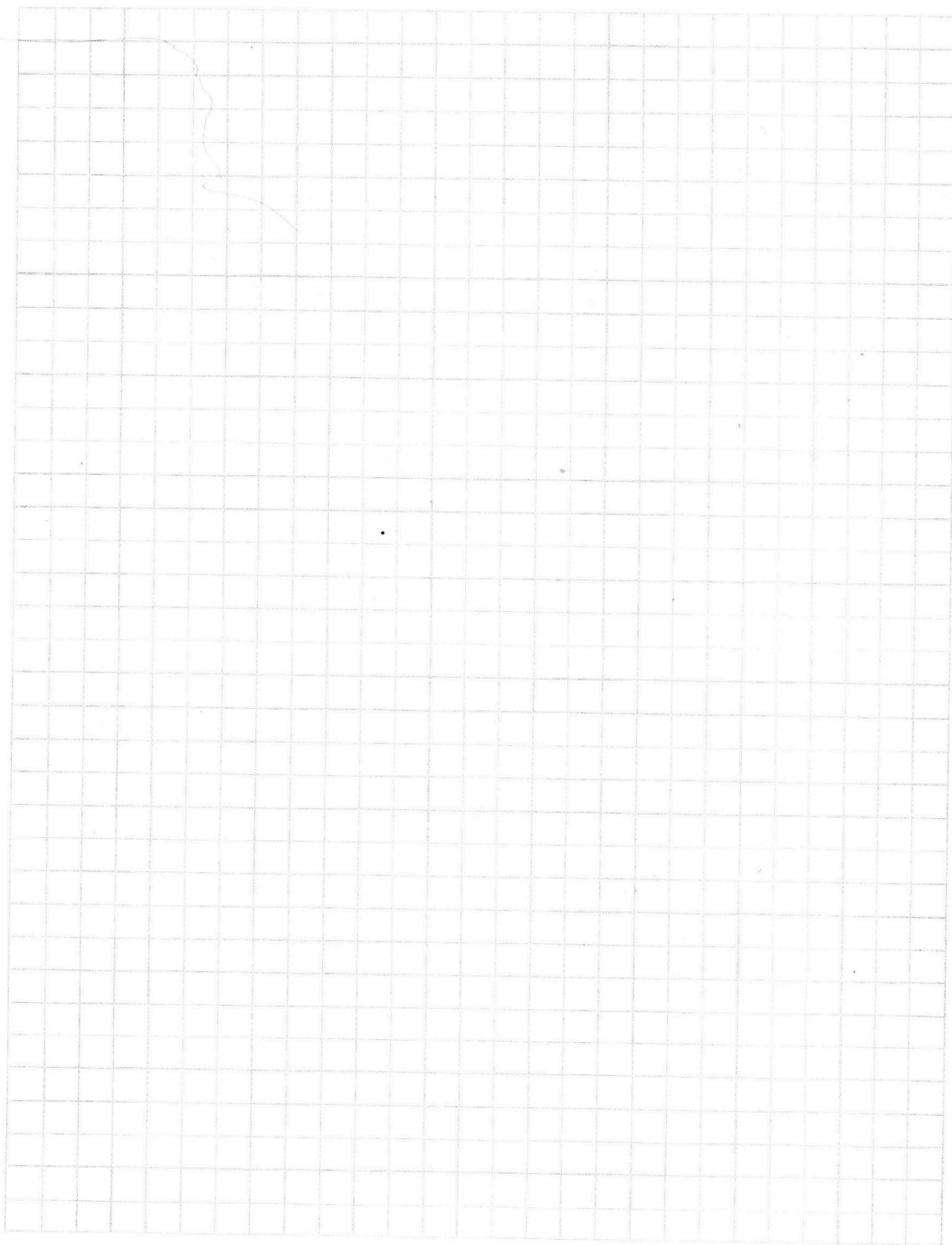
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

