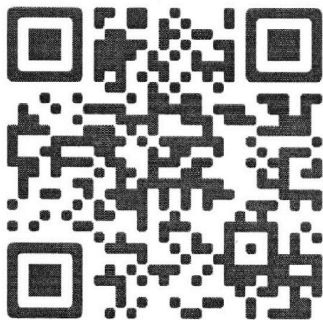




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:

- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
- B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 1,
- C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 5,
- произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.

2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 3, а y — увеличить на 3. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 9xy$.

3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x - \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$.

б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arccos \frac{x}{4} + \arccos \frac{y}{9} < 2\pi?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася выяснили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 3,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = \frac{16}{5}$, $BP = 2$, $AC = 4$.

6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x - 2 \cos \alpha)(y - 2 \sin \alpha) \geq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 9. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Найдите угол наклона бокового ребра пирамиды к плоскости её основания.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. Пусть $A = \overline{aaaa}$. Тогда $A = a \times 1111 = a \times 11 \times 101$.
 $a \in [1; 9]$
 $a \in \mathbb{N}$ 11 - простое, 101 - тоже

III. к. $A \times B \times C$ - квадрат, $A \times B \times C : 101 \rightarrow A \times B \times C : 101^2$,
(хотя бы 2)

a - четное натураль. число. a - цифра, не может дел. на 101.

III. к. 101 - простое, ситуация $\begin{cases} B : 101 \\ C : 101 \\ BC : 101 \end{cases}$ невозможна.

C - двузначн., значит < 101 и делится на 101 не может.

Значит $B : 101$, т.к. B - двузначн. трехзначное число с

"1", $B = 101$. $A : 101^2$, $A \neq 101^2$, $B = 101$, $B : 11 \rightarrow C : 11$.

III. к. C - двузначное с цифрой "5", $C = 55$. $\rightarrow A \times B \times C : 25$

$B : 5 \rightarrow A : 5 \rightarrow a : 5$, $a = 5$. III. к. $A = 5555$,

$B = 101$, $C = 55$, $ABC = 5555^2$

Ответ: $(5555, 101, 55)$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~2 По ум: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy} = \frac{1}{(x-3)} + \frac{1}{(y+3)} + \frac{1}{(x-3)(y+3)}$, $x > 0$, $y > 0$

$$\frac{x+y+\cancel{xy}}{xy} = \frac{x-3+y+3+1}{(x-3)(y+3)} = \frac{x+y+1}{(x-3)(y+3)}$$

1) $x+y+1=0$
не ур. отн x, y

2) $xy = (x-3)(y+3) = xy + 3x - 3y - 9$

$$3x - 3y - 9 = 0 \quad y = x - 3$$

$$x^3 - y^3 - 9xy = x^3 - (x-3)^3 - 9x(x-3) =$$

$$= x^3 - (x^3 - 9x^2 + 27x - 27) - 9x^2 + 27x =$$

$$= x^3 - x^3 + 9x^2 - 9x^2 - 27x + 27x + 27 = 27$$

Ответ: 27



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sim 3 \quad (\sin \pi x - \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$\sin^2 \pi x - \sin \pi x \sin \pi y = \cos^2 \pi x + \cos \pi x \cos \pi y$$

$$\cos^2 \pi x - \sin^2 \pi x = -(\cos \pi x \cos \pi y + \sin \pi x \sin \pi y)$$

$$\cos 2\pi x = -\cos(\pi x - \pi y) = \cos(\pi - \pi x + \pi y) \quad [-\cos \alpha = \cos(\pi - \alpha)]$$

$$\begin{cases} 2\pi x = \pi - \pi x + \pi y + 2\pi k \\ 2\pi x = -\pi + \pi x - \pi y + 2\pi k \end{cases} \quad \begin{cases} 2k = -x + y + (2k+1) \\ 2k = x - y + (2k-1) \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} 3x = y + (2k+1) \\ x = -y + (2k-1) \end{cases} \quad \text{a) Ответ: } \left(\frac{t + (2k+1)}{3}; t \right), \left(-t + (2k-1); t \right) \\ t \in \mathbb{R}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\arccos \frac{x}{4} + \arccos \frac{y}{4} \leq 2\pi \quad 0 \leq \arccos t \leq \pi, -1 \leq t \leq 1 \\ \downarrow \\ -4 \leq x \leq 4, -4 \leq y \leq 4$$

$$\arccos \frac{x}{4} + \arccos \frac{y}{4} \leq \pi + \pi = 2\pi, \quad 2\pi \text{ достигается только при } (-4; -4).$$

$(2k-1)$ и $(2k+1)$ означают "любое нечет. число". Нам

нужно найти любые пары $(x; y)$ равной четности [м.к.

$$x = -y + (2k-1) \rightarrow x+y = (2k-1) \quad \begin{matrix} \text{найдем } k \\ \text{выполним} \end{matrix} \text{ и не парно}$$

$$\text{ни одна пара не подходит} \quad \begin{cases} 3x - y + (2k+1) \equiv 1 \\ x + y = (2k-1) \equiv 1 \end{cases} \quad \text{Греша доказывает.}$$

значит $x \in [-4, -1, -2 \dots 4]$ 5 чет., 4 нечет.; $y \in [-4, -1, -2 \dots 4]$ 5 чет., 4 нечет., но

$$(-4; -4) \text{ не парно. } 5 \times 10 + 4 \times 4 - 1 = 50 + 16 - 1 = 65.$$

(x -четный, y -нечет или наоборот) б) Ответ: 85.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~ 4

X - кол-во оркеструтиклянинов
B - кол-во билетов.

Посчитали вероятность двух друзей одновременно
пойти на концерт. Всего распределений C_X^B , а
подразделит C_{X-2}^{B-2} (мы считаем, что 2 билета

уже куплены двумя людьми). $P_B = \frac{C_{X-2}^{B-2}}{C_X^B} = \frac{(X-2)! B! (X-B)!}{(B-2)! (X-B)! X!} =$
 $= \frac{(X-2)!}{X!} \times \frac{B!}{(B-2)!} = \frac{B(B-1)}{X(X-1)}$. Тут же раздам в билетах.

$$P_4 = \frac{4 \times 3}{X(X-1)} \quad P_B = \frac{B(B-1)}{X(X-1)} \quad \text{По ум.} \quad \frac{P_B}{P_4} = 3,5 = \frac{7}{2}$$

$$\frac{B(B-1)X(X-1)}{X(X-1) \times 4 \times 3} = \frac{7}{2} \quad \frac{B(B-1)}{2 \times 3} = 7 \quad B^2 - B = 7 \times 6 = 42$$

$$(B-7)(B+6) = 0 \quad B = -6 \quad \text{или} \quad B = 7 \quad B^2 - B - 42 = 0$$

Ответ: 7 билетов.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

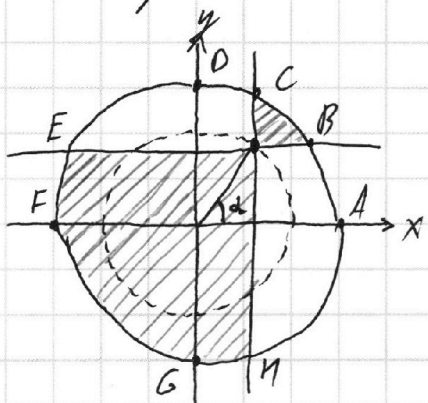
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sim 6 \quad \begin{cases} (x-2\cos 2)(y-2\sin 2) \geq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 9 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq 2\cos 2 \\ y \geq 2\sin 2 \\ x \leq 2\cos 2 \\ y \leq 2\sin 2 \end{cases} (1)$$

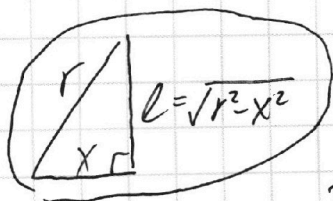
Построим.



2-е нерав-во описывает круг с ц. (0;0) и рад. 3. Наметим вспомогат. окруж с ц. (0;0) и радиусом 2, выберем точку на ней, проведем через нее прямые, $\perp OX$ и $\perp OY$.

Получимся крестик $x=2\cos 2$ и $y=2\sin 2$ (2 показан на чертеже); из (1) понятно, что попадают области справа сверху и слева снизу, пересек этих областей и круга мы искомые заштрихованные. $P(\Phi(2)) = \sim HG + \sim GF + \sim FE + \sim CB + EB + CH$. Длина большой

окружности $2\pi r = 6\pi$. По рисунку $\sim FG = \frac{6\pi}{4}$ (AFB OX и OY делит на 4 равные части). $\sim EF = \sim AB$, $\sim GH = \sim CD \rightarrow \sim HG + \sim EF + \sim CB = \sim AD = \frac{6\pi}{4}$



$$\rightarrow CH = \frac{2\sqrt{9-4\cos^2 2}}{2\sqrt{5}|\sin 2|}, EB = \frac{2\sqrt{9-4\sin^2 2}}{2\sqrt{5}|\cos 2|}$$

Прод. на след листе.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☒7
☐СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

н б продолжит.

$$P(\varphi(\alpha)) = \frac{6\pi}{4} + \frac{6\pi}{4} + 2\sqrt{5}|\sin \alpha| + 2\sqrt{5}|\cos \alpha| =$$

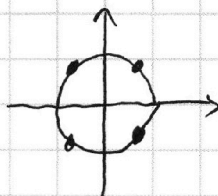
$$= 3\pi + 2\sqrt{5}(|\sin \alpha| + |\cos \alpha|) \quad \text{Пусть } \sin \varphi = |\sin \alpha|,$$

$$\cos \varphi = |\cos \alpha| \quad (\varphi \in [0; \frac{\pi}{2}]) \quad \text{Тогда } P = 3\pi + 2\sqrt{5}(\sin \varphi + \cos \varphi) =$$

$$= 3\pi + 2\sqrt{10} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \sin \varphi + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \varphi \right) = 3\pi + 2\sqrt{10} \sin \left(\varphi + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\sin \left(\varphi + \frac{\pi}{4} \right) \leq 1 \rightarrow P \leq 3\pi + 2\sqrt{10} \quad \text{Рассмотрим при}$$

$$\varphi = \frac{\pi}{4} \quad \begin{cases} |\sin \alpha| = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ |\cos \alpha| = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k, \quad k \in \mathbb{Z}$$



Ответ: $M = 3\pi + 2\sqrt{10}$ при $\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k, \quad k \in \mathbb{Z}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x - y - 3 = 0$$

$$x^3 - y^3 - 9xy$$

$$(4, 4) \quad (3, 0)$$

$$(x - y - 3)^2 = x^2 + y^2 + 9 - 2xy - 6x + 6y$$

$$\begin{aligned} 64 - 1 - 36 &= \\ &= 63 - 36 = 27 \end{aligned}$$

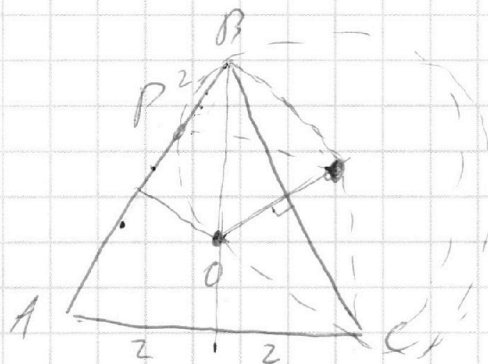
$$y = x - 3 \quad x^3 - (x - 3)^3 - 9x(x - 3) =$$

$$= \cancel{x^3} - \cancel{x^3} + \cancel{9x^2} - \cancel{27x} + \cancel{27} - \cancel{27x^2} + \cancel{27x} =$$

$$= 27$$

$$AP = \frac{16}{5} \quad BP = 2 \quad AC = 4$$

$$\frac{16}{5} \times \frac{26}{5} = \frac{416}{25}$$



$$\frac{101}{10431} \quad 12 \quad 8 \quad 8 \quad 11 >$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} (\sin \pi x - \sin \pi y) \sin \pi x &= (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x \\ \sin^2 \pi x - \sin \pi x \sin \pi y &= \cos^2 \pi x + \cos \pi x \cos \pi y \\ \cos^2 \pi x - \sin \pi x &= -(\sin \pi x \sin \pi y + \cos \pi x \cos \pi y) \\ \cos(2\pi x) &= -\cos(\pi x - \pi y) = -\cos d = \cos(\pi - d) \end{aligned}$$



$$\cos d = \cos p \rightarrow \begin{cases} d = p + 2\pi k \\ d = -p + 2\pi k \end{cases}$$

$$\cos(2\pi x) = \cos(\pi(1-x+y))$$

$$\begin{cases} 2x = 1-x+y+2k \\ 2x = x-y-1+2k \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x = y + (2k+1) \\ x = -y + (2k-1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -9 \leq x \leq 9 \\ -9 \leq y \leq 9 \end{cases}$$

$$\arccos \frac{x}{y} + \arccos \frac{y}{x} < 2\pi$$

$$0 \leq \arccos(n) \leq \pi$$

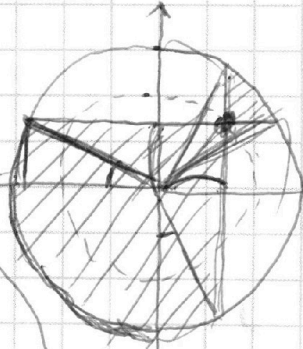
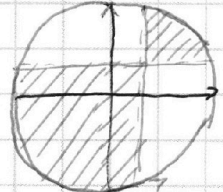
$$\begin{cases} x = -9 \\ y = -9 \end{cases}$$

$$-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$$

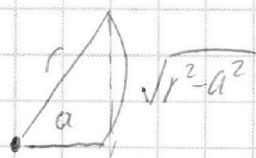
$$5 \times 10 + 9 \times 4 - 1 = 50 + 36 - 1 = 85$$

$$-9 \dots 9 \rightarrow 19 \text{ мкм } 10 \text{ нм, } 9 \text{ нм}$$

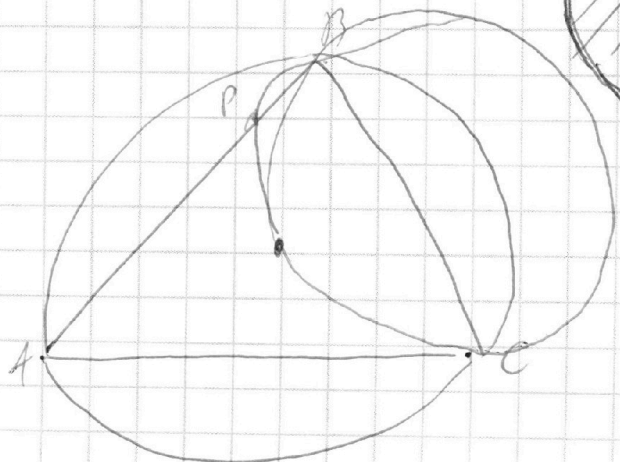
$$\begin{cases} x > 2\cos d \\ y > 2\sin d \end{cases}$$



$$(2\cos d; 2\sin d)$$



$$\begin{aligned} \phi(2) &= \frac{6\pi}{2} + 2\sqrt{9-4\cos^2} + \\ &\quad + 2\sqrt{9-4\sin^2} = \\ &= 3\pi + 2\sqrt{5}(\sin d + \cos d) \end{aligned}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1 2
 0 0
 1 1
 2 1

$$1111 \equiv 1$$

$$A = 1111 \times a$$

$$a \in [1, 9]$$

$$1111 = 11 \times 101$$

$$101 \quad 11 \quad 11 \quad 11 \quad 11 \quad 11$$

$$A \times B \times C : 11$$

$$B : 101$$

$$B = 101$$

$$A \times B \times C : 101$$

$$C : 11$$

$$C : a$$

$$C = \overline{aa}$$

$$a = 5$$

$$A \times B \times C : a$$

$$A = 1111$$

$$A = 2222$$

$$B = 101$$

$$B = 101$$

$$C = 11$$

$$C = 22$$

$$\begin{array}{r} 5555 \\ 101 \\ 55 \end{array}$$

$$x > 0, y > 0$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy} = \frac{1}{x-3} + \frac{1}{y+3} + \frac{1}{(x-3)(y+3)}$$

$$\frac{x+y+1}{xy} = \frac{x-3+y+3+1}{(x-3)(y+3)} + 1 = \frac{x+y+1}{(x-3)(y+3)}$$

$$1) x+y+1=0 \quad \emptyset$$

$$2) xy = xy + 3x - 3y - 9 \rightarrow x - y - 3 = 0$$

$$x^3 - y^3 - 9xy + 9 - 9 = x(x^2 - 9y)$$

$$(x-y-3)^3 = (x-y)^3 - 9(x-y)^2 + 27(x-y) - 27 =$$

$$(x-y)^2(x-y-9) = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 - 9x^2 + 18xy - 9y^3 + 27x - 27y - 27$$

$$x^3 - y^3 = (x-y)(x^2 + xy + y^2)$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 11 \\ 121 \\ 1331 \\ 14641 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$x-y=3 \quad x^3-y^3-9xy=? \quad x-y-3=0$$

$$x(x^2-9y) \quad (x-y-3)^2 = x^2+y^2+9-2xy$$

$$x-y-3 \times x^2 = x^3-x^2y-3x^2 \quad (1)$$

$$(x^3-y^3-9xy) - (1) = -y^3-9xy+x^2y+3x^2$$

$$x-y-3 \times y^2 = xy^2-y^3-3y^2 \quad (2)$$

$$-y^3-9xy+x^2y+3x^2 - (2) = -9xy+x^2y+3x^2-xy^2-3y^2 =$$

$$= xy(x-y-3) + \underline{-6xy-7xy}$$

$$+3x^2-3xy-3y^2 - 3x^2+3xy+9y = 9x-3y^2$$

X-ког-во чисел
 B-ког-во букв

~~X~~

$$P_1 = \frac{C_{x-2}^2}{C_x^4} = \frac{(x-2)!}{2!(x-4)!} \cdot \frac{x!}{4!(x-4)!} =$$

$$= \frac{(x-2)! \cdot 4! \cdot (x-4)!}{2!(x-4)! \cdot x!} = \frac{3 \times 4}{(x-1) \times x}$$

$$P_2 = \frac{C_{x-2}^{B-2}}{C_x^B} = \frac{(x-2)!}{(B-2)!(x-B)!} \cdot \frac{x!}{B!(x-B)!} =$$

$$= \frac{(x-2)! \cdot B!(x-B)!}{(B-2)!(x-B)! \cdot x!} = \frac{(x-2)!}{x!} \cdot \frac{B!}{(B-2)!} = \frac{B \times (B-1)}{x(x-1)}$$

$$\frac{B(B-1)}{7 \times 4} = \frac{7}{2}$$

$$B(B-1) = 7 \times 3 \times 2 = 42$$

$$B^2 - B - 42 = 0 \quad (B-7)(B+6) = 0 \quad \underline{B=7}$$

$$\sin(m+\alpha) - \sin(m-\alpha) = \sin m \cos \alpha + \sin \alpha \cos m - \sin m \cos \alpha + \sin \alpha \cos m$$

$$\sin(\alpha) - \sin(\beta) = 2 \sin \frac{\alpha-\beta}{2} \cos \frac{\alpha+\beta}{2}$$

$$\cos(m+\alpha) + \cos(m-\alpha) = \cos m \cos \alpha - \sin m \sin \alpha + \cos m \cos \alpha + \sin m \sin \alpha$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2}$$

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

