



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 7,
 - C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 1,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 4, а y — увеличить на 4. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 12xy$.
3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi y - \sin \pi x) \sin \pi y = (\cos \pi y + \cos \pi x) \cos \pi y$.
- б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arccos \frac{x}{7} - \arcsin \frac{y}{4} > -\frac{\pi}{2}?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася выяснили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 11 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = 16$, $BP = 8$, $AC = 22$.
6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 4 \sin \alpha)(y - 4 \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 36. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Найдите угол наклона боковой грани пирамиды к плоскости её основания.



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☒

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = \overline{aaaa} = 1111 \cdot \bar{a} = 101 \cdot 11 \cdot \bar{a}$$

$$(101, 11) = 1$$

$$C \nmid 101 \text{ т.к. } 100 < 101 < 110$$

B не может делиться на оба
простых, $\bar{a}$ может $\Rightarrow$

$$\Rightarrow C \nmid B \quad B \nmid 101$$

$$C \nmid 11$$

$$\text{т.к. } B \nmid 11 \Rightarrow B = 707$$

$$a \nmid B \text{ если } 1 \Rightarrow C = 11$$

$$\Rightarrow \bar{a} \cdot 7 = X^2 \text{ где } a - \text{цифра} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \bar{a} = 7.$$

Ответ: 7777; 707; 11



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy} - \frac{1}{x-y} - \frac{1}{y+y} - \frac{3}{(x-y)(y+y)} = 0.$$

$$\frac{-y(y(y+y)) + y(x(x-y)) + 3(yx - yy - 16)}{x(x-y)y(y+y)} = 0.$$

За знаменатель равен 0. (Сократили
на y)

$$-y^2 - yy + x^2 - yx + 3x - 3y - 16 = 0$$

$$x^2 - x - y^2 - 7y - 16 = 0$$

Зарешим квадрат этого уравнения

$$x_1 = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 4y^2 + 28y + 64}}{2} =$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{2y+7}}{2} = y+y \text{ и}$$

$$x_1 = y+y$$

$$x_2 = -y-3$$

подставим эти значения в М.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(y+y)^3 - y^3 - 12(y(y+y))^3 =$$
$$= y^3 = 64.$$

подставим $y=2$, $x=-3-y$

получим $x+y=0$

тогда $y>0$ тогда $-y<0$

$-3-y<0 \Rightarrow x<0$?!

ответ: 64.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a) (\sin \pi y)^2 - \sin \pi x \sin \pi y =$$

$$= (\cos \pi y)^2 + \cos \pi x \cos \pi y$$

$$\begin{aligned} (\sin \pi y)^2 - (\cos \pi x)^2 &= \cos \pi \cdot \cos \pi y + \sin \pi \sin \pi y \\ - \cos(2\pi y) &= \cos(\pi(x-y)) \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \pi(x-y) = 2\pi k_1 + \pi + 2\pi y \quad k_1 \in \mathbb{Z}$$

$$\pi(x-y) = 2\pi k_2 + \pi - 2\pi y \quad k_2 \in \mathbb{Z}$$

$$(x-y) = 2k_1 + 1 + 2y$$

$$x-y = 2k_2 + 1 - 2y$$

$$x = 2k_1 + 1 + 3y$$

$$x = 2k_2 + 1 - y$$

Отв. пары (x, y) такие что

$$x = 2k_1 + 1 + 3y \quad k_1 \in \mathbb{Z} \text{ или}$$

$$x = 2k_2 + 1 - y \quad k_2 \in \mathbb{Z}$$

$$b) \text{ заметим, что } \arcsin x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \\ \arccos \pi \in [0; \pi] \Rightarrow$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

☐

2

☐

3

☒

4

☐

5

☐

6

☐

7

☐

СТРАНИЦА

2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

единственным способ, тогда
неравенство было неверным, это

$$y = -4 \quad y = 4 \quad x = 7 \quad (\text{так } \arcsin \frac{y}{4} = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{а } \arccos \frac{x}{7} = 0.$$

все случаи кроме этих
и когда $x \in [-7; 7]$ $y \in [-4; 4]$
нам подходят.

~~$y = -4$ подходит. x и y противоположны~~

заметьте, то есть y - целое то
нам подходит любой другой целый

x . другой заметим

y целых от -4 до 4 5

y - перебираем y

x целых 7

x перебираем 8.

$$\text{идея формулы } 5 \cdot 8 + 4 \cdot 7 - 7 =$$

$$= 67$$

Ответ: 67



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

если было a учеников, то
нам было известно на конкурс

$$P_1 = \frac{C_{a-2}^2}{C_a^4} = \frac{12}{a(a-1)}$$

пусть было x билетов, тогда
на нам известно что

$$P_2 = \frac{C_{a-2}^{x-2}}{C_a^x} = \frac{x(x-1)}{a(a-1)}$$

$$P_2 = 11P_1 = \frac{12 \cdot 11}{a(a-1)} \Rightarrow x(x-1) = 12 \cdot 11$$

$$x^2 - x \quad x = 12 \quad x = -11$$

$$x - \text{число билетов} \Rightarrow x > 0 \quad x = 12$$

Ответ: 12



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА

1 из 4

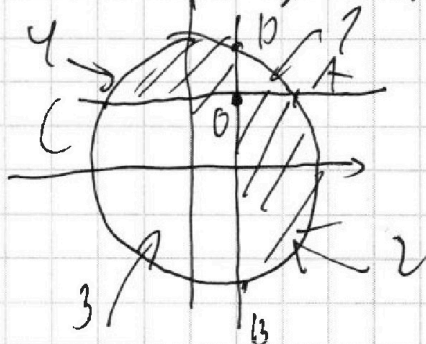
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Второе уравнение

$x^2 + y^2 \leq 36$ задаёт круг
с центром в $O(0,0)$ и радиусом 6.

а уравнение $(x + 4\sin t)(y - 4\cos t) = 0$
задаёт 2 прямых - касательных
(прямых) к кругу $x = -4\sin t$

$y = 4\cos t$ из формулы
поиск касательных к кругу.



обозначим точки пересечения
прямых и окружности за A, B, C, D

Заметим, что длины дуги

кр. кр. $\angle$ из того, что каждая её вып.

$$\angle DBC + \angle BCA = 180^\circ - \angle COB = 90^\circ.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☒7
☐СТРАНИЦА
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

кривоизогнутая CBK $\angle BCA = 90^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow$ дуга дуги вогнутой
в периметр всегда половина
обуей $\pi \cdot r$.

теперь заметим, что точка

C координатами $(-4 \sin \alpha, 4 \cos \alpha)$

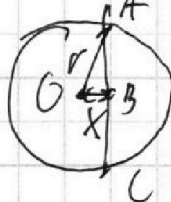
лежит на окружности с

центром $O(0,0)$ и радиусом 4 .

длина кривоизогнутой дуги отрезков,

высчитаем по формуле.

$$2 \cdot \sqrt{r^2 - x^2} + 2 \cdot \sqrt{r^2 + x^2 - 16}$$



$$AB^2 = OA^2 - OB^2$$

$$AC = 2AB = 2 \sqrt{OA^2 - OB^2}$$

возьмем производную, тогда найдем
экстремум.

$$\frac{-2x}{\sqrt{r^2 - x^2}} + \frac{2x}{\sqrt{r^2 + x^2 - 16}} = 0 \Rightarrow$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА

3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow \sqrt{x} \text{ мб } x=0$$

$$\text{мб } \sqrt{x^2} = \sqrt{x^2 + 16}$$

$$2x^2 = 16 \quad x^2 = 8 \quad x = 2\sqrt{2}$$

Проверим значение функции

$$6x = 4 = 1\sqrt{2} \quad \text{и} \quad 6x = 0 \quad y = 4$$

$$2 \cdot \sqrt{36 - 0} + 2 \cdot \sqrt{36 - 16} =$$

$$2 \cdot 6 + 2 \cdot \sqrt{20}$$

$$7 \cdot \sqrt{28} + 2 \cdot \sqrt{28} = 9 \cdot \sqrt{28}$$

$$2x^3 + x \cdot \sqrt{20} \quad ? \quad 9 \cdot \sqrt{28}$$

$$3 + \sqrt{5} \cdot \sqrt{28}$$

$$9 + 6\sqrt{5} + 5 \cdot \sqrt{28}$$

$$6\sqrt{5} \quad ? \quad 24$$

$$3\sqrt{5} \quad ? \quad 7$$

$$45 \quad ? \quad 44$$

$$45 < 44$$

максимум при $x = 2\sqrt{2}$ и $x = -2\sqrt{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\lambda = \frac{\pi}{4} \quad \lambda = \frac{3\pi}{4}; \quad \lambda =$$

$$\lambda = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} \cdot k \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\varphi(\lambda)_{\text{min}} = 6\pi + 4\sqrt{2}\pi$$

$$\text{Ответ: } 6\pi + 4\sqrt{2}\pi; \quad \lambda = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k \quad k \in \mathbb{Z}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒

СТРАНИЦА

1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что это
будет для любого угла
для всех правильных
пирамид, независимо от ко-ва
вершин в основании.

т.к. все углы при
окружности лежат на
одной окружности то достаточно
для каждой окружности проверить
3 точки, а от забвения
мысли от углов.

(достаточно для каждой 3 т.к.
есть 3 точки ребра и
3 вершины углов).

поэтому будем решать
задачу для всех четырех-
угольных пирамид.



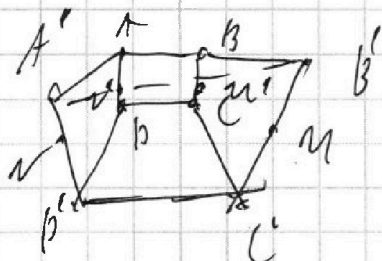
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒

СТРАНИЦА
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



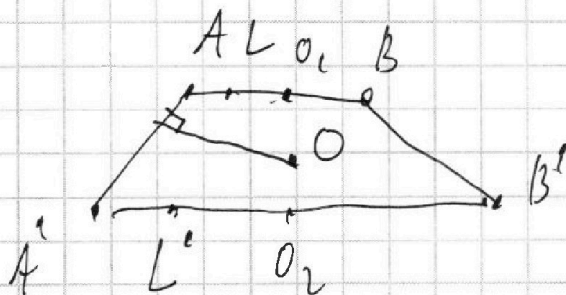
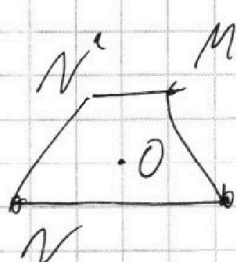
$NN', N'M', M'M$
параллельны
середины сторон
основ

параллельным сечем

$NN'M'M$. это трапеция
криним ONM

$$\Rightarrow N'M' + NM = 2NN'$$

им $N'M' = a$, а $NN' = d$
то $N'N = M'M = \frac{a+b}{2}$
параллельным
сечем $A'A C'C'$



O_1, a, O_2
середины
сторон
 $a \quad L'O_1 = a$
 $L'O_2 = b$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА

3 из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$f(0; L_1) = f(0; NN') \text{ и к}$$

прямые равны

$$a \quad f(0, L_1) \cdot \frac{0, A}{0, L} = f(0, AA_1)$$

$$AB = 2\sqrt{a} \Rightarrow AO_1 = \sqrt{a} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f(0, AA_1) = \sqrt{a} f(0, NN')$$

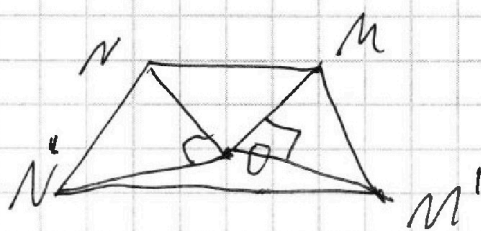
$$\text{но } f(0, AA_1) = 0 \text{ NN}' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle N'ON = 90^\circ.$$

Введем систему координат
в центре $M'MNN'$, то

$O = (0, 0)$ ось $Y \perp M'N'$

ось $X \perp$ ось Y .



Пусть координаты

$M = (a, b)$

тогда

$M' = (b, -a)$

$N = (a, -b)$

$N' = (-b, -a)$

$$MM_1 = 2(d^2 + b^2) \text{ но}$$

(формула расстояния)

$MM_1 = d + b$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☐☒

СТРАНИЦА
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(a+b)^2 = 2a^2 + b^2$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = 2a^2 + b^2$$

$$2ab = a^2 + b^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = b \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ это не пирамида,
а призма.

Ответ: 90° / ториз не считается.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\overline{aa\,aa} = a \cdot 1111 = \boxed{a \cdot 11 \cdot 101} \left(1 + \frac{1}{x}\right) \left(1 + \frac{1}{y}\right) =$$

$$\begin{aligned} & \text{то } 101 \cdot 11 \\ & (x-y)(y+y) = \\ & = xy + yx - yy - 10 \\ & 11 \end{aligned}$$

$$3(xy + yx - yy - 10)$$

$$a \cdot 101 \cdot 101 \cdot 11 = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy} + 1$$

$$a \cdot 11 > x^2 \quad a \cdot 11 \in (1, 10)$$

$$3xy + 12x - 12y - 16 \cdot 3$$

$$x^3 - y^3 = (x-y)(x^2 + xy + y^2)$$

- 1 → 3
- 2 → 2
- 3 → 1
- 4 → 3
- 5 → 1
- 6 → 1
- 7 → 1
- 8 → 2
- 9 → 3

$$3 + 2 + 1 = 6$$

$$6 + 5 + 6 = \boxed{17}$$

$$30^1$$

$$x = -y$$

$$-6y^2 + y^3 + 12y$$

$$101 \cdot 7 =$$

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x-y} = \frac{xy - x}{x-y} = -1$$

$$7777$$

$$11$$

$$xy - yy + yx - 16$$

$$3xy -$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{3}{xy} =$$

$$\cancel{xy - x + yx -} \\ \cancel{-7 - yy}$$

$$4x^2 - 16x$$

$$-4y^2 - 16y$$

$$= \frac{1}{x-y} + \frac{1}{y+y} + \frac{3}{xy}$$

$$\begin{aligned} & \frac{-y}{x(x-y)} + \frac{y}{y(y+y)} + \frac{3(x-y)(y+y) - 3xy}{xy(y+y)(x-y)} = \\ & \frac{y(x)(x-y) - yy(y+y) + 16x - 16y - 16y + 16x - 6y}{xy^2 - 4x} \end{aligned}$$

$$yx^2 - 4x$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + x(4)$$

$$x^2 - x \quad \cancel{4x^2} - \cancel{4x} - 74 - 12$$

$$7 \cdot 4 = 28$$

$$x_n = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 44^2 + 784 + 48}}{2}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{(24+7)^2}}{2}$$

$$1 \pm (24+7) =$$

$$x = \begin{cases} 4+4 \\ -4-3 \end{cases}$$

$$x^3 -$$

$$(4+4)^3 - 8y^3 - 12y(4+4) =$$

$$= y^3 + 12y^2 + 12y^4 + 4^3 - y^3 - 12y^2 - 12 \cdot 4 \cdot y = \boxed{4^3}$$

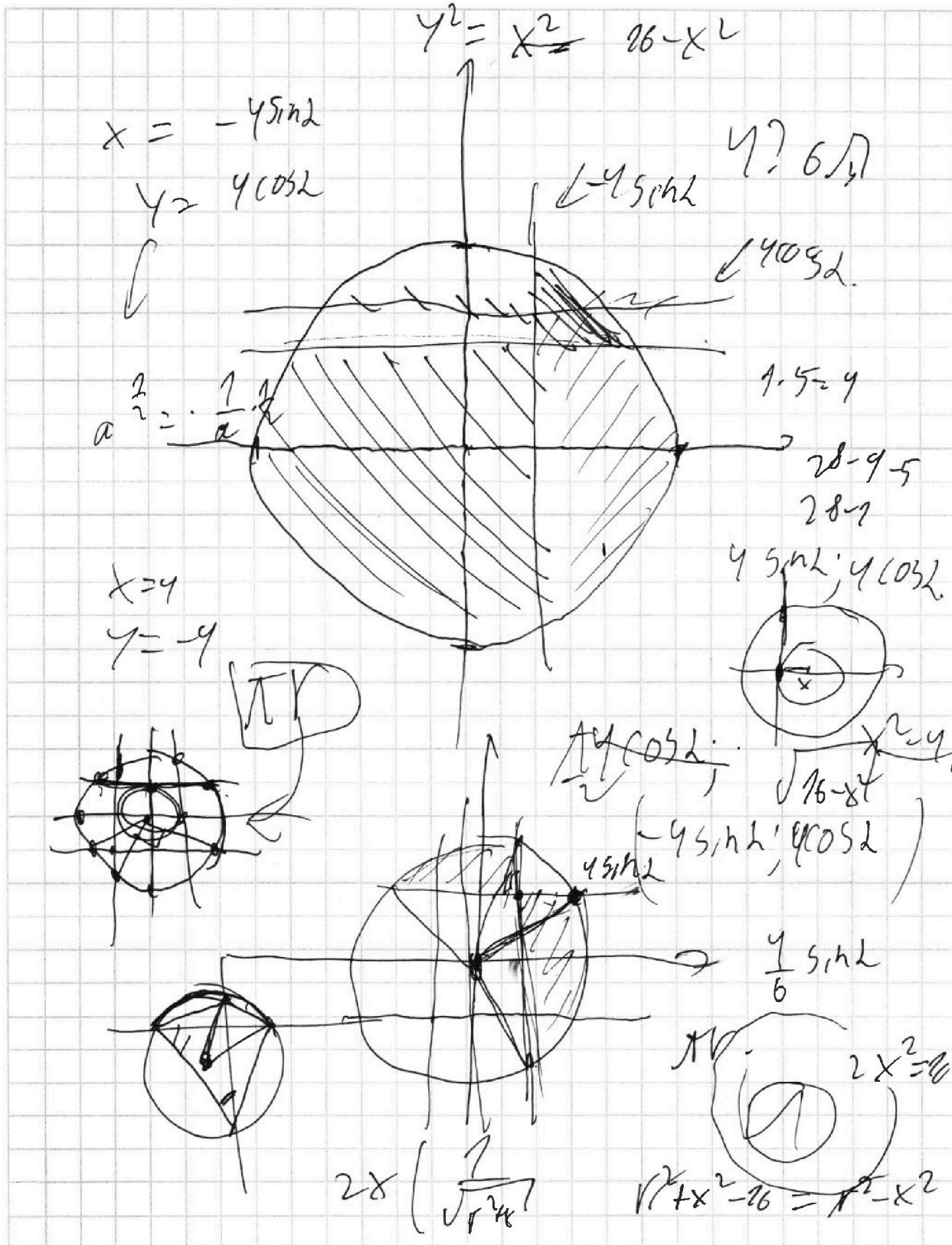


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

C^4

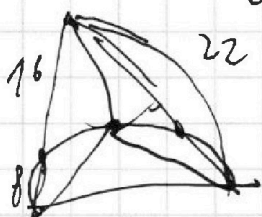
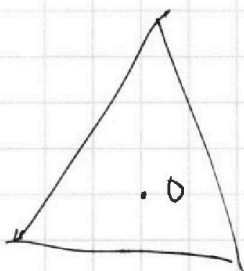
$$\frac{C_{a-2}^2}{C_n^4} = P_1$$

$$\frac{11 \cdot 24}{22} =$$

$$P_2 = \frac{C_{a-2}^{x-2}}{C_a^x} = 11 P_1$$

$$\frac{C_4^{01}}{C_5^1} \quad 5$$

$$\frac{(a-2)(a-3) \cdot 24 \cdot 12}{2(a)(a-1)(a-2)(a-3)}$$

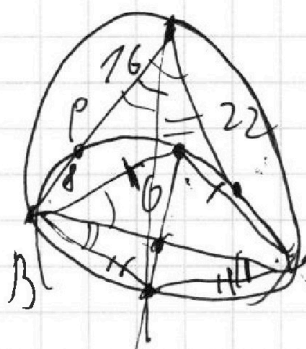


$$= \frac{12}{a(a-1)}$$

4

$$\frac{x(x-1)}{a(a-1)} = \frac{12 \cdot 11}{a(a-1)}$$

$$\frac{x(x-1)}{a(a-1)} = \frac{12 \cdot 11}{a(a-1)}$$



$$x = 12$$

$$\frac{16}{8} \quad \frac{16}{11} \quad 24 \cdot 22 \cdot x$$

$$24 \cdot 22 \cdot x$$

$$16 \cdot 12 = 11 \cdot x$$

$$16 \cdot 24 = 22 \cdot x$$

$$16 \cdot 12 = 11 \cdot 22$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ 16 \\ 12 \\ 12 \\ 12 \\ 12 \\ 12 \\ 12 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(\sin \pi y)^2 - \sin \pi k \sin \pi y = (\cos \pi y)^2 + \cos \pi k \cos \pi y$$

$$1 - \frac{y^2}{(ar b)^2} = \cos \beta$$

$$(\sin(\pi y))^2 - (\cos \pi y)^2 = \cos(\pi(x-y))$$

$$-\cos(2\pi y) = \cos(\pi(x-y))$$

$$1 - 2\cos \dots$$

$$1 - \cos \beta$$



$$2\pi k + \pi - \ell$$

$$a+b=k$$

$$b=t$$

$$-\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \pi y \cdot \pi(x-y) = \pi k + \pi + 2\pi y$$

$$x=7$$

$$\pi(x-y) = 2\pi k + \pi - 2\pi y$$

$$y=-4$$

$$(x-y) = 2k + 1 + 2y$$

$$x \in (-7; 7)$$

$$(x-y) = 2k + 1 - 2y$$

$$y \in (-4; 4)$$

$$x = 2k + 1 + 3y$$

$$x = 2k + 1 - y$$

$$= 67$$

$$\arccos \frac{x}{7} - \arcsin \frac{y}{4} = -\frac{\pi}{2}$$

$$x = \arccos \frac{2k+1+3y}{7}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{-4}{x(x-4)} + \frac{4}{y(y+4)} + \frac{3(\cancel{xy} + 4x - 4y - 16 - \cancel{xy})}{xy(x-4)(y+4)} = 0$$

$$\frac{-4(y(y+4)) + 4(x(x-4)) + (3(4x - 4y - 16))}{x(x-4)y(y+4)} = 0$$

$$\begin{aligned} -4y^2 - 16y + 4x^2 - 16x + 12x - 12y - 48 &= 0 \\ -y^2 - 4y + x^2 - x - 12 &= 0. \end{aligned}$$

$$(x^2 + y^2 + xy) \quad 4 - 2y^2 - 7y - x - 12 - \cancel{xy} = 0 \quad \text{разложим на } x-y$$

$$\begin{aligned} x^3 - y^3 - (x \cdot y^2 + 2y^3 - 7xy + 7y^2 - x^2 + xy - 12x + 12y - \\ - x^2y + \cancel{xy^2}) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^3 - y^3 - xy^2 + 2y^3 - 6xy + 7y^2 - x^2 + 12y - 12x - \\ - x^2y &= 0 \end{aligned}$$

$$M + (6xy - xy^2 + 2y^3 + 7y^2 - x^2 + 12y - 12x - x^2y) = 0$$

$$\begin{aligned} -6y^2 + y^3 + 2y^3 + 7y^2 - y^2 + 12y + 12y - \\ - y^3 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

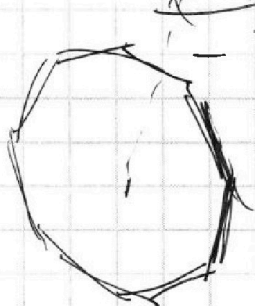
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos\left(\beta + 45^\circ \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{a+b}{d}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos \beta - \sin \beta)$$

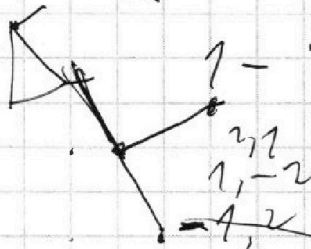
$$2(a^2+b^2) = 2(a-b)^2 + (b+a)^2 \quad \cos \beta - \sqrt{1-\cos^2 \beta} = \frac{2ab}{\sqrt{2}a}$$

$$2a^2 + 2b^2 = \frac{1 - \frac{4b^2}{(a+b)^2}}{2} - \sqrt{\quad}$$

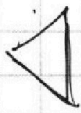


$$\frac{2b^2}{(a+b)^2} \sqrt{1 - \frac{4b^2}{(a+b)^2}} = \frac{2a+b}{\sqrt{2}a}$$

$$\sqrt{1 - \frac{4b^2}{(a+b)^2}} = \frac{2a+b}{\sqrt{2}a}$$

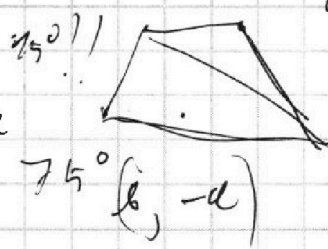
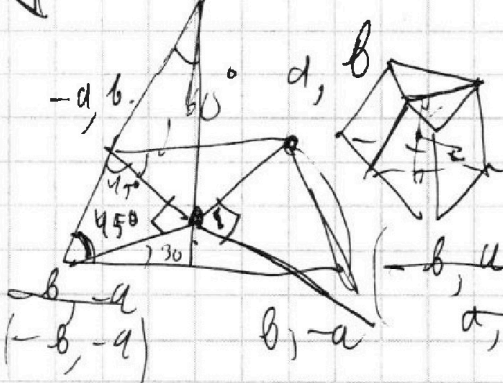


$$\frac{1 - \frac{4b^2}{k^2}}{k^2} - \frac{2b}{k} \sqrt{1 - \frac{4b^2}{k^2}} = \sqrt{1+b^2}$$



$$1 - x^2 = x \sqrt{1-x^2} = \sqrt{1+b^2}$$

$a-b \quad b+a$



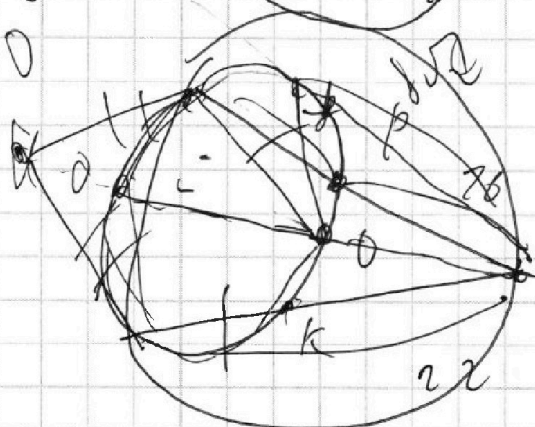
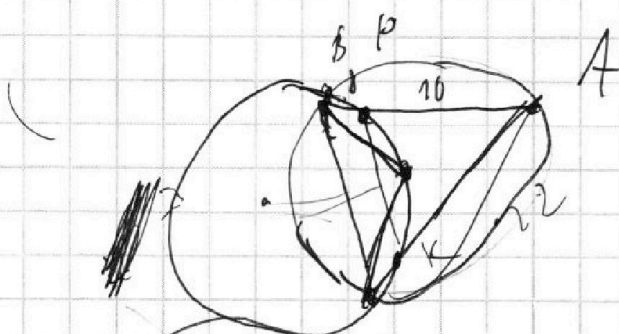
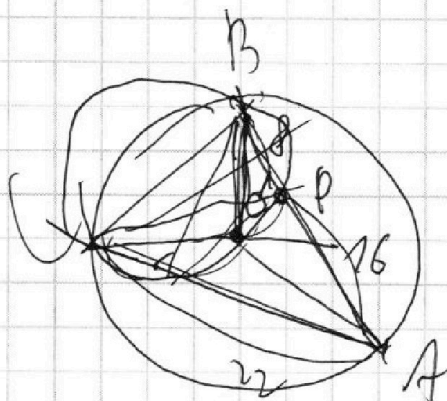


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

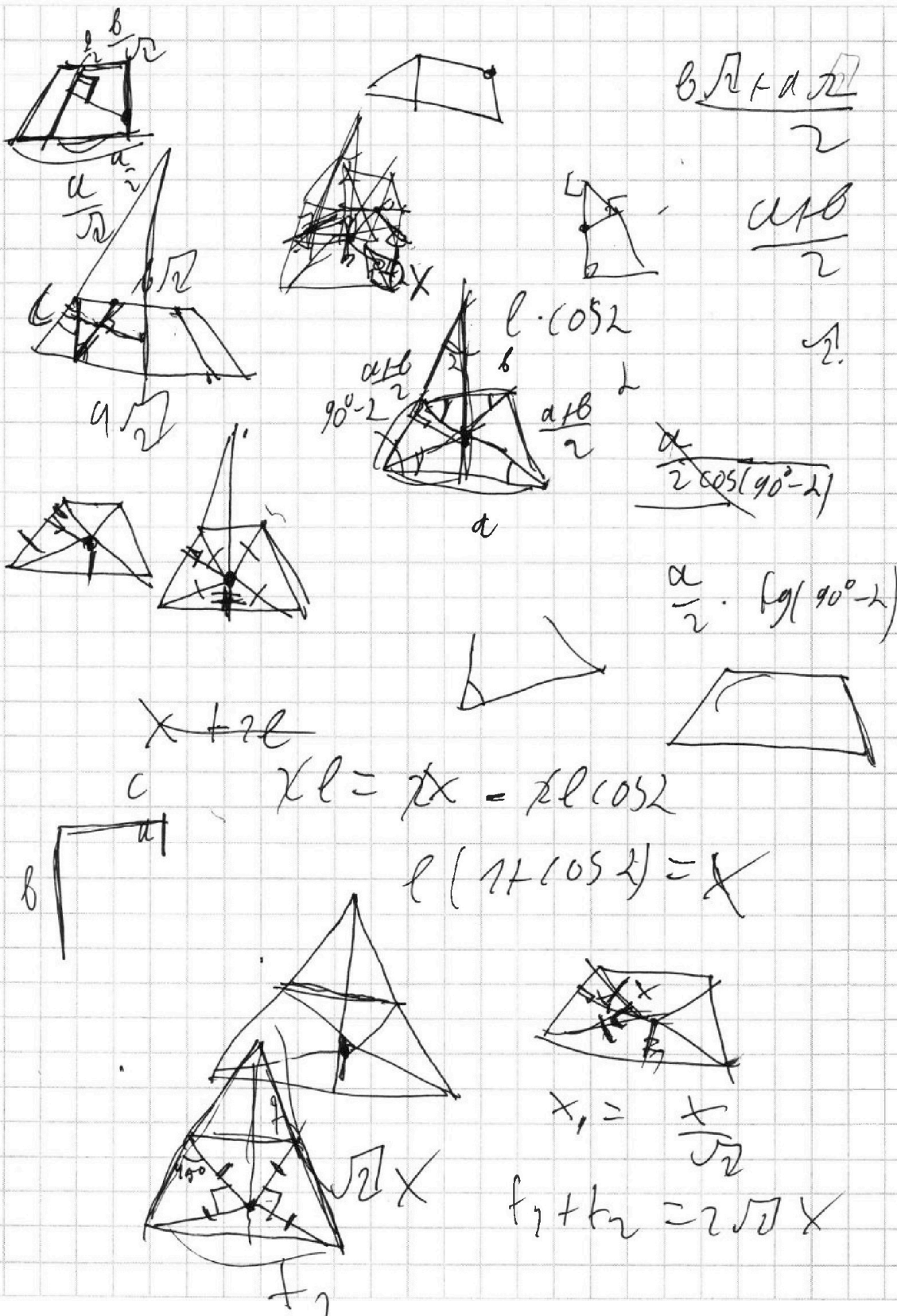
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$A_k = \frac{16 \cdot 24}{22}$$

$$8\sqrt{2}$$



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$= \frac{x^2(2-x^2)\cos\beta}{x\sqrt{2x^2}} = \frac{1-\frac{1}{2}x^2}{\sqrt{2}} = \cos\beta.$$