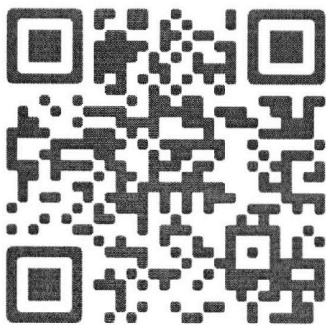




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:

- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
- B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 1,
- C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 5,
- произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.

2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 3, а y — увеличить на 3. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 9xy$.

3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x - \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$.

б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arccos \frac{x}{4} + \arccos \frac{y}{9} < 2\pi?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 3,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

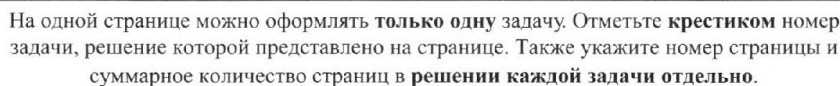
5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = \frac{16}{5}$, $BP = 2$, $AC = 4$.

6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x - 2 \cos \alpha)(y - 2 \sin \alpha) \geq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 9. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Найдите угол наклона бокового ребра пирамиды к плоскости её основания.



СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Чтобы число $A \cdot B \cdot C$ было полным квадратом, оно должно точно состоять из множителей $x^2, 11^2, 101^2 \Rightarrow$ должны быть еще числа, делящиеся на $x, 11$ и 101 . Поскольку число C — трехзначное, то оно не может делиться на 101 ^{на 101} $\Rightarrow$ было число B делится на 101 . _{или числом 1}

Поскольку число B — трехзначное, делится нацело на 101 и содержит хотя бы 4 единицы, то $B = 101$ (т.к. нет других чисел, делящихся на 101, удовлетворяющих этим условиям).

Поскольку 101 не делится нацело на 11, то число B не делится нацело на 11. Число C должно делиться нацело на 11, чтобы $A \cdot B \cdot C$ было полным квадратом.

Поскольку число C - двузначное, делится нацело на 11 и содержит хотя бы одну цифру 5, то $C = 55$ (т.к. нет других чисел, делящихся на 11 и удовлетворяющих этим условиям).

Тогда $A \cdot B \cdot C = x \cdot 11 \cdot 101 \cdot 101 \cdot 55 = x \cdot 11^2 \cdot 101^2 \cdot 5$. Число $A \cdot B \cdot C$ было полным квадратом x должен быть равен 5. $\Rightarrow A = 5555$. Тогда $A = 5555$, $B = 101$, $C = 55$

Other: $(5555, 101, 55)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$k_1 = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy}, k_2 = \frac{1}{x-3} + \frac{1}{y+3} + \frac{1}{(x-3)(y+3)}; x > 0, y > 0$$

Т.к. $k_1 = k_2$, то:

$$\frac{x+y+1}{xy} = \frac{x-3+y+3+1}{(x-3)(y+3)} = \frac{x+y+1}{(x-3)(y+3)}$$
$$\frac{(x+y+1)}{x+y+1=0} \left(\frac{1}{xy} - \frac{1}{(x-3)(y+3)} \right) = 0$$

Т.к. $x > 0, y > 0$, то $x+y+1 > 0$

$$\frac{xy - 3y + 3x - 9 - xy}{xy(x-3)(y+3)} = 0 \quad \begin{cases} x-y=3 \\ x \neq 0, y \neq 0 \\ x \neq 3, y \neq -3 \end{cases} \Rightarrow x=y+3$$

Т.к. $y > 0$, то $x > 3 \Rightarrow$ все условия выполняются

* $x-y=3$

$$M = x^3 - y^3 - 9xy = (x-y)(x^2 + xy + y^2) - 9xy = (x-y)((x-y)^2 + 3xy) - 9xy =$$

$$= (x-y)^3 + 3xy(x-y) - 9xy = (x-y)^3 + 3xy(x-y-3)$$

Подставим $x-y=3$: $(3)^3 + 3xy(3-3) = 27$ - это единственное значение M

Ответ: 27



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

a) $(\sin \pi x - \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$
 $2 \sin \frac{\pi}{2}(x-y) \cdot \cos \frac{\pi}{2}(x+y) \cdot \sin \pi x = 2 \cos \frac{\pi}{2}(x-y) \cos \frac{\pi}{2}(x+y) \cos \pi x$
 $\cos \frac{\pi}{2}(x+y) (\cos \frac{\pi}{2}(-x-y) - \cos \frac{\pi}{2}(3x-y) - \cos \frac{\pi}{2}(-x-y) - \cos \frac{\pi}{2}(3x-y)) = 0$
 $\cos \frac{\pi}{2}(x+y) = 0$
 $\frac{\pi}{2}(x+y) \in \mathbb{Z}$
 $|x+y| \equiv 1$
 $\frac{\pi}{2}(x+y) = \frac{\pi}{2} + \pi h, h \in \mathbb{Z}$
 $x+y = 1+2h, h \in \mathbb{Z}$
 $y = 1+2h-x$
 $y = 1+2h - \frac{h+k+1}{2} = \frac{1+3h-k}{2}$

$\cos \frac{\pi}{2}(3x-y) = 0$
 $\frac{\pi}{2}(3x-y) \in \mathbb{Z}$
 $|3x-y| \equiv 1$
 $\frac{\pi}{2}(3x-y) = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$
 $3x-y = 1+2k, k \in \mathbb{Z}$
 $3x - 1 - 2h + x = 1+2k$
 $4x = 2(h+k+1)$
 $x = \frac{h+k+1}{2}$

Ответ: $(\frac{h+k+1}{2}, \frac{1+3h-k}{2}), h \in \mathbb{Z}, k \in \mathbb{Z}$

б) $\arccos \frac{x}{4} + \arccos \frac{y}{9} < 2\pi$. Это неравенство неверно тогда и только тогда, когда $\frac{x}{4} = 1$ и $\frac{y}{9} = 1$, т.е. $x=4$ и $y=9$

Тогда, когда $\frac{x}{4} = -1$ и $\frac{y}{9} = -1$, т.е. $x=-4$ и $y=-9$

$\frac{h+k+1}{2} = -4$
 $\frac{3h-k+1}{2} = -9$
 $k = -9-h$
 $h = -7$
 $\Rightarrow x = \frac{-7-9+1}{2} = -4, y = -9$

Ответ: все, кроме одной $(-4, -9)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Выразим вероятность происхождения события через сочетания. Пусть x - кол-во одноклассников, y - кол-во дополнительно выделенных билетов. Тогда:

$$\frac{C_4^y}{C_x^y} \cdot 35 = \frac{C_{4+y}^y}{C_x^y} \Rightarrow \frac{4! \cdot (x-y)! \cdot 4!}{2! \cdot 2! \cdot x!} \cdot \frac{7}{2} = \frac{(4+y)! \cdot (x-y)! \cdot (4+y)!}{2! \cdot (2+y)! \cdot x!} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{(x-y)! \cdot 4! \cdot 7}{(x-y)!} = \frac{(y+3)(y+4) \cdot (x-y)! \cdot (4+y)!}{(y+3)(y+4)(4+y)!} \Rightarrow$$
$$\frac{(x-y)!}{(x-y)!} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 24}{6 \cdot 7 \cdot 24}$$

Поскольку слева получается натуральное число, которое состоит из y последовательных натуральных чисел, то справа тоже должно получиться натуральное число, множителями которого будут последовательные натуральные числа

1) Если y будет < 3 , то в числителе правой части не будет числа, множителем которого будет 7 $\Rightarrow$ правая часть не будет натуральным числом $\Rightarrow$ равенство не достигается

2) Если y будет > 3 , то в числителе правой части будут как минимум 2 множителя $y+4$, из-за чего правая часть не будет натуральным числом, множителями которого будут последовательные натуральные числа $\Rightarrow$ равенство не достигается

3) Если $y=3$: $\frac{(x-4)!}{(x-7)!} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 7!}{6 \cdot 7 \cdot 4!}$
 $(x-5)(x-6)(x-4) = 5 \cdot 6 \cdot 7$

$x=11$ - натуральное число кол-ва одноклассников, при котором достигается равенство

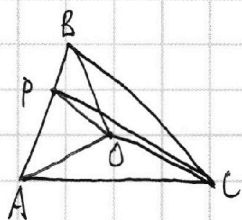
Тогда в конце месяца было выделено $4+3=7$ билетов
Ответ: 7



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано: ω_1 - о.вр. опис. около $\triangle ABC$; O - центр ω_1 ; ω_2 - о.вр. опис. около $\triangle BOC$; $\omega_2 \cap AB = P$; $AP = \frac{16}{5}$; $BP = 2$; $AC = 4$
Найти: $S_{\triangle APC}$

Т.к. O - центр ω_1 , то $AO = OB$ как радиусы $\Rightarrow \triangle AOB$ - р/д $\Rightarrow \angle BAO = \angle ABO$
В ω_2 : $\angle PBO = \angle PCB$ как вписанные углы, опирающиеся на одну дугу $\Rightarrow \angle ABO = \angle PCO \Rightarrow \angle PCO = \angle BAO = \angle PAO$
 $\angle ABO = \angle BAO$

Т.к. O - центр ω_1 , то $AO = OC$ как радиусы $\Rightarrow \triangle AOC$ - р/д $\Rightarrow \angle OAC = \angle OCA$
 $\angle PAC = \angle PAO + \angle OAC$
 $\angle PCA = \angle PCO + \angle OCA$
 $\angle PCO = \angle PAO, \angle OAC = \angle OCA$
 $\Rightarrow \angle PAC = \angle PCA \Rightarrow \triangle APC$ - р/д $\Rightarrow AP = PC = \frac{16}{5}$

По формуле Герона: $S_{\triangle APC} = \sqrt{\frac{\frac{16}{5} + \frac{16}{5} + 4}{2} \cdot \frac{\frac{16}{5} - 4}{2} \cdot \frac{\frac{16}{5} - 4}{2} \cdot \frac{\frac{16}{5} + \frac{16}{5} - 4}{2}} = \sqrt{\frac{26}{5} \cdot 2 \cdot 2 \cdot \frac{6}{5}} = \frac{2}{5} \sqrt{26 \cdot 6} = \frac{4}{5} \sqrt{39}$

Проведем высоту CH $\triangle APC$. $S_{\triangle APC} = \frac{1}{2} CH \cdot AP = \frac{1}{2} CH \cdot \frac{16}{5} = \frac{4}{5} \sqrt{39}$
($CH = \frac{\sqrt{39}}{2}$)

$\triangle ABC$ и $\triangle APC$ имеют общую высоту CH из вершины $C \Rightarrow S_{\triangle ABC} : S_{\triangle APC} = \frac{AB}{PA} \Rightarrow$
 $\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{\frac{16}{5} + 2}{\frac{16}{5}} \cdot \frac{4}{5} \sqrt{39} = \frac{26}{5} \cdot \frac{4}{5} \sqrt{39} = \frac{13 \sqrt{39}}{10}$
Ответ: $\frac{13 \sqrt{39}}{10}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

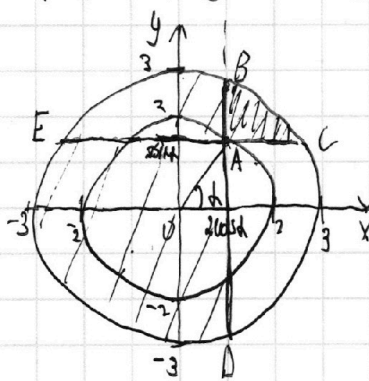
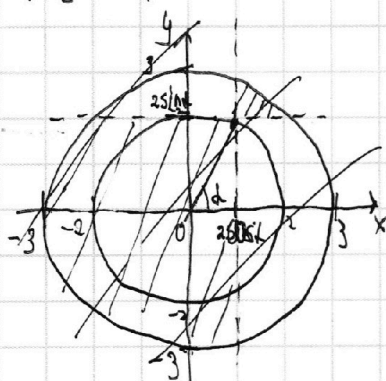
СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} (x-2\cos\alpha)(y-2\sin\alpha) \geq 0 & (1) \\ x^2 + y^2 \leq 9 & (2) \end{cases} \quad (1); \begin{cases} x \geq 2\cos\alpha \\ y \geq 2\sin\alpha \\ x \leq 2\cos\alpha \\ y \leq 2\sin\alpha \end{cases}$$

(2) В эту область входят все точки, которые находятся внутри (в том числе на линии) окружности с центром $(0;0)$ и радиусом 3

(1) $x = 2\cos\alpha$ - это абсцисса точки, лежащей на окружности с центром $(0;0)$ и радиусом 2, которая видна под углом α (относительно положительного направления оси абсцисс), а $y = 2\sin\alpha$ - это соответственно ордината этой точки. Изобразим решение этой системы, взяв произвольный угол α .



Поскольку периметр данной фигуры зависит от угла (расположения точки A на окружности), то достаточно рассмотреть только расположение точки A в верхней половине (в нижней будут те же фигуры, только отраженные).
Наибольшее значение периметра фигуры будет достигаться при $\alpha = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.
Тогда координаты B, C, D и E будут $(\sqrt{2}, \sqrt{2}), (\sqrt{7}, \sqrt{2}), (\sqrt{2}, -\sqrt{2}), (-\sqrt{7}, \sqrt{2})$ соответственно.

Периметр этой фигуры будет равен: $BD + EC + 2B(-ED)$ (U - это длина дуги)

$$BD = 2\sqrt{7}, EC = 2\sqrt{7}$$

$$BC = \sqrt{2} \cdot (\sqrt{7} - \sqrt{2}), ED = \sqrt{2} \cdot (\sqrt{7} + \sqrt{2})$$

$$\cos \angle BOC = \frac{9+9-2(9-2\sqrt{14})}{2 \cdot 9} = \frac{4\sqrt{14}}{9} \Rightarrow \angle BOC = \arccos \frac{2\sqrt{14}}{9} \cdot 3$$

$$\cos \angle EAD = \frac{9+9-2(9+2\sqrt{14})}{2 \cdot 9} = -\frac{2\sqrt{14}}{9} \Rightarrow \angle EAD = (\pi - \arccos \frac{2\sqrt{14}}{9}) \cdot 3$$

$$\text{Периметр равен: } 2\sqrt{7} + 2\sqrt{7} + 3\arccos \frac{2\sqrt{14}}{9} + 3\pi - 3\arccos \frac{2\sqrt{14}}{9} = 4\sqrt{7} + 3\pi$$

$$\text{Ответ: } 3\pi + 4\sqrt{7}; \alpha = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☒

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пирамида
Поскольку пирамида - усеченная правильная, то боковыми её гранями являются равнобедренные трапеции, а гранями оснований - правильные многоугольники. $\Rightarrow$ вокруг каждой грани можно описать окружность.
Центром шара Ω является точка пересечения перпендикуляров, проведенных к граням в центрах описанных около них окружностей.
Центром шара Ω является точка пересечения биссектрис трехгранных углов усеченной пирамиды.
Все эти точки лежат на высоте усеченной пирамиды.
Чтобы это было возможно, боковые ребра должны быть наклонены под углом 45° к плоскости основания пирамиды.
Ответ: 45°



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$k = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy} = \frac{1}{(x-3)} + \frac{1}{(y+3)} + \frac{1}{(x-3)(y+3)}$$

Поскольку уравнение $k = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy}$ - симметричное, то справедливы его пары (x, y) и (y, x) являются его решениями $\Rightarrow$ подставим $y=x$ в наше уравнение

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = \frac{1}{x-3} + \frac{1}{x+3} + \frac{1}{x^2-9}$$

$$\frac{2x+1}{x^2} = \frac{x+3+x-3+1}{x^2-9}$$

$$\frac{2x+1}{x^2} = \frac{2x+1}{x^2-9} \Rightarrow (2x+1) \left(\frac{x^2-9-x^2}{x^2(x^2-9)} \right) = 0$$

$$-9(2x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2x+1=0 \\ x \neq 0 \\ x \neq \pm 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1/2 \\ x \neq 0 \\ x \neq \pm 3 \end{cases}$$

Тогда $y = -1/2 = x$. Тогда $M = x^3 - y^3 - 9xy = (-1/2)^3 - (-1/2)^3 - 9(-1/2)(-1/2) = -9/4 = -2,25$

Отв. $M = -2,25$

$$k = \frac{x+y+1}{xy} = \frac{x-3+y+3+1}{(x-3)(y+3)} = \frac{x+y+1}{(x-3)(y+3)}$$

$$xy = (x-3)(y+3) = xy - 3y + 3x - 9$$

$$x-y=3 \quad x^2-2xy+y^2=9$$

$$x^3 - y^3 - 9xy = (x-y)(x^2+xy+y^2) - 9xy = (x-y)((x-y)^2 + 3xy) - 9xy = (x-y)^3 + 3xy(x-y-3) = (x-y)^3 = 27$$

$$(\sin(\pi x) - \sin(\pi y)) \sin(\pi x) = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$2 \sin \frac{\pi}{2}(x-y) \cdot \cos \frac{\pi}{2}(x+y) \cdot \sin \pi x = 2 \cos \frac{\pi}{2}(x+y) \cdot \cos \frac{\pi}{2}(x-y) \cdot \cos \pi x$$

$$2 \cos \frac{\pi}{2}(x+y) (\sin \frac{\pi}{2}(x-y) \sin \pi x - \cos \frac{\pi}{2}(x-y) \cos \pi x) = 0$$

$$\cos \frac{\pi}{2}(x+y) = 0 \quad \frac{1}{2}(\cos \frac{\pi}{2}y - \cos \frac{\pi}{2}(2x-y)) \neq \cos$$

$$\begin{matrix} x+y \in \mathbb{Z} & x+y = 1+2\pi & \cos \frac{\pi}{2}(-x-y) = \cos \frac{\pi}{2}(3x-y) = \cos \frac{\pi}{2}(-x-y) = \cos \frac{\pi}{2}(3x-y) = 0 \\ 3x-y \in \mathbb{Z} & 3x-y = 1+2\pi & \cos \frac{\pi}{2}(-x-y) = \cos \frac{\pi}{2}(3x-y) = \cos \frac{\pi}{2}(-x-y) = \cos \frac{\pi}{2}(3x-y) = 0 \end{matrix}$$

$$\frac{C_4^2}{C_4^4} \cdot 3,5 = \frac{C_4^2}{C_4^4} \Rightarrow \frac{4!}{2! \cdot 2!} \cdot 3,5 = \frac{(4+y)!}{2! \cdot (2+y)!} \cdot \frac{(4+y)!}{(4+y)!}$$

$$(x-4)! \cdot 6 \cdot 24 \cdot 7 = (y+3)(y+4) \cdot \frac{(y+4)!}{(x-4)!} \cdot \frac{(4+y)!}{(4+y)!} \cdot 3,5 = (y+3)(y+4) \cdot (x-4+y)! \cdot \frac{(4+y)!}{(4+y)!}$$

$$y=1: 6 \cdot 24 \cdot 7 = 4 \cdot 5 \cdot (x-3) \cdot 5! \quad y=3: 6 \cdot 24 \cdot 7 = 6 \cdot 7 \cdot (x-1)(x-2)(x-3) \cdot 7!$$

$$\frac{4!}{2! \cdot 2!} \cdot 3,5 = \frac{a!}{2! \cdot 1!} \cdot \frac{(x-a)!}{(x-a)!} \cdot \frac{a!}{(x-a)!} \quad (x-4)(x-5)(x-6) = 5 \cdot 6 \cdot 7$$

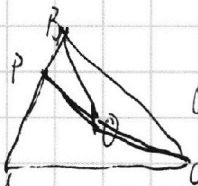
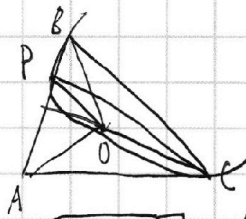


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

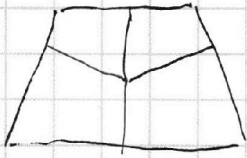
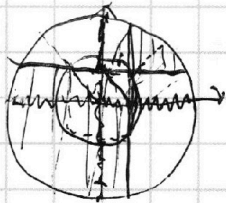


Дано: ω_1 - опис. около $\triangle ABC$; O - центр ω_1 ; ω_2 - опис. около $\triangle BOC$; $\omega_2 \cap AB = P$; $AP = \frac{16}{5}$; $BP = 2$; $AC = 4$
Найти: $S_{\triangle ABC}$

$$PO = \sqrt{r^2 - \left(\frac{13}{5}\right)^2 + \left(\frac{3}{5}\right)^2}$$
$$r^2 + 4 + 2r \cos \alpha = r^2 - \left(\frac{13}{5}\right)^2 + \left(\frac{3}{5}\right)^2 = r^2 - \frac{160}{25}$$
$$\frac{260}{25} = 4r \cos \alpha; \cos \alpha = \frac{2,6}{r}$$

$$\frac{256}{25} - 4 = \frac{236}{25} \quad \frac{16}{5}, \frac{16}{5}, 2$$
$$\frac{16}{5} + 2 = \frac{26}{5}$$

$$\angle PAO = \angle PCO, \angle OAC = \angle OCA \Rightarrow AP = PC = \frac{16}{5}$$
$$S_{\triangle APC} = \sqrt{\frac{36}{5} \cdot \frac{16}{5} \cdot \frac{16}{5} \cdot \frac{16}{5}} = 2 \cdot \frac{4}{5} \sqrt{26} = \frac{8}{5} \sqrt{26} = \frac{1}{2} h \cdot \frac{16}{5}$$
$$h = \sqrt{26}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

