



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 2

1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:

- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
- B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 1,
- C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 5,
- произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.

2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 3, а y — увеличить на 3. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 9xy$.

3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x - \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$.

- б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arccos \frac{x}{4} + \arccos \frac{y}{9} < 2\pi?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 3,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = \frac{16}{5}$, $BP = 2$, $AC = 4$.

6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x - 2 \cos \alpha)(y - 2 \sin \alpha) \geq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 9. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Найдите угол наклона бокового ребра пирамиды к плоскости её основания.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

A - четырехзнач. число, состоящее из одинак. цифр

?

если $B \in \overline{aabb}$, где $a \in [1; 9] \in \mathbb{Z}$

?

$$A = a \cdot 1111 = a \cdot \underbrace{11 \cdot 101}_{\text{прост. простое}}, a \leq 11 \Rightarrow a \geq 11$$

Чтобы произв. A, B, C было кв. нужно чтобы одно из B и C : 101, т.к.

B и C простых

ст. Входящ. $\overbrace{\text{числа}}$ не $\Rightarrow \geq 2$

$$C - \text{двухч.} \Rightarrow C < 100 \Rightarrow C \nmid 101 \Rightarrow B : 101$$

Причем B содержит 31 "1"

$$B = B \cdot 101 = \overline{B0B} \Rightarrow \text{такое возмож. только при } B=1 \Rightarrow B : 101 \\ B \in [1; 9] \in \mathbb{Z}$$

T.e., C должно : 11, т.к. ст. Входящ. B ABC четн., а A : 11 \geq 21, т.к.

?

$a \in [1; 9] \in \mathbb{Z}$

Причем C содержит 5 по условию $\Rightarrow C = 55$, иначе $C : 11 = \overline{CC}$ не содержит 5.

$$B = 101 \quad A = a \cdot 11 \cdot 101 \quad \text{T.к. B | C | 5 Входит единица раз.} \Rightarrow A : 5 \\ C = 55$$

иначе ABC не кв. $\Rightarrow a = 5$, т.к. $a \in [1; 9] \in \mathbb{Z}$ a is

Ответ: (5555; 101; 55)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$K_1 = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy} = \frac{y+x+z}{xy}$$

$$\begin{aligned} x &\rightarrow x-3 \\ y &\rightarrow y+3 \end{aligned} \text{ по условию } \Rightarrow K_2 = \frac{1}{x-3} + \frac{1}{y+3} + \frac{1}{(x-3)(y+3)} = \frac{(y+3)+(x-3)+1}{(x-3)(y+3)} =$$

$$K_1 = K_2 \Rightarrow \frac{x+y+1}{xy} = \frac{x+y+1}{(x-3)(y+3)}$$

$$= \frac{x+y+1}{(x-3)(y+3)}$$

числители равны \Rightarrow знам. равны

$$xy = (x-3)(y+3)$$

$$xy = xy + 3x - 3y - 9$$

$$x - y - 3 = 0 \quad x = y + 3$$

Причем $\frac{xy}{x-y-3} \geq 0$ $xy = (x-3)(y+3) \geq 0$, т.к. $x, y > 0 \Rightarrow$ Все пары $x = y + 3$

$x > 0$ подск. и других нет

$$M = x^3 - y^3 - 3xy = (x-y)(x^2 + xy + y^2) - 3(y+3)y = y^3 + 9y^2 + 27y + 27 - y^3 - 9y^2 - 27y = 0$$

$$= 27$$

Отвеш. 27



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

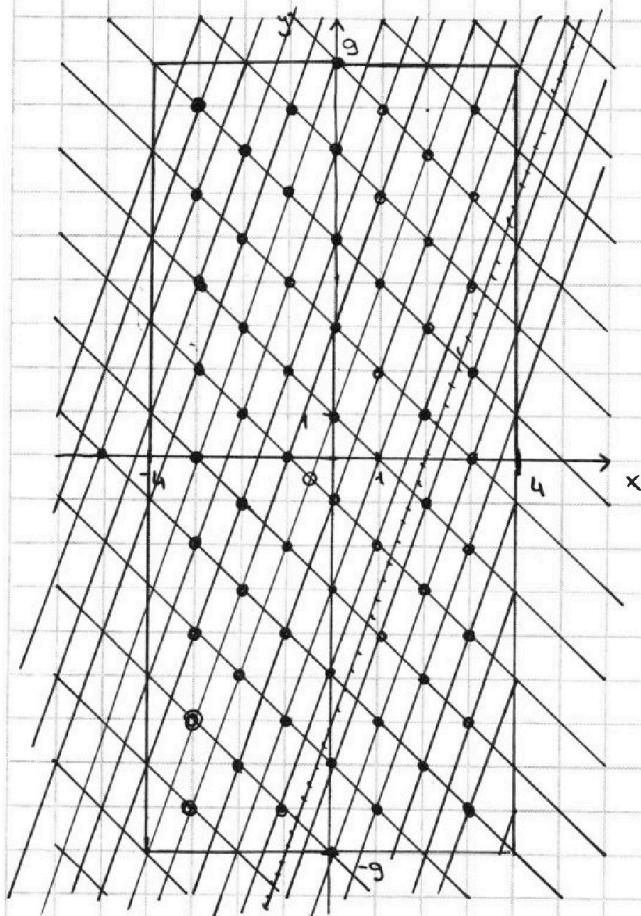
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА

2ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Изображение на координатной плоскости (x, y)



$$\begin{cases} y = 3x + 2k - 1 \\ y = -x + 2l + 1 \end{cases}$$

- семейство
 - предикт x
 $3x - 1$ со сдвигом $\frac{1}{3}$
 - семейство
 - предикт x
 $-x + 1$ со сдвигом на 2

Посчитаем кол-во

человеческих точек.

Внутри прямугл.

со стороны 8 и 16
все подсчит

$$8 \cdot 7 + 4 = 60$$

56

Ответ: 60



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(\sin \pi x - \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$\sin^2 \pi x - \sin \pi y \sin \pi x = \cos^2 \pi x + \cos \pi y \cos \pi x$$

$$\sin^2 \pi x - \cos^2 \pi x = \cos \pi y \cos \pi x + \sin \pi y \sin \pi x$$

$$-\cos 2\pi x = \cos(\pi x - \pi y)$$

$$\cos(\pi \cdot 2\pi x) = \cos(\pi x - \pi y) \Rightarrow \begin{cases} \pi - 2\pi x = \pi x - \pi y + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ 2\pi x - \pi = \pi x - \pi y + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

"

$$\begin{cases} y = 3x + 2k-1, k \in \mathbb{Z} \\ x+y = 2k+1, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3x+2k-1, k \in \mathbb{Z} \\ y = -x+2k+1, k \in \mathbb{Z} \end{cases}, \text{ т.е. } \begin{cases} y = 3x+2k-1, k \in \mathbb{Z} \\ y = -x+2k+1, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \text{ от } \times \text{ по } \text{неко...}$$

a) Общ. $\{(x, 3x+2k-1) | k \in \mathbb{Z}\} \cup \{(x, -x+2k+1) | k \in \mathbb{Z}\}$

b) $\arccos \frac{x}{4} + \arccos \frac{y}{9} < 2\pi$.

$$\arccos \frac{x}{4} \leq \pi \Rightarrow \text{Подходит } \forall x \in \mathbb{R}, \text{ т.е. } \text{в ОДЗ}$$

$$\arccos \frac{y}{9} \leq \pi$$

иначе $\arccos \frac{x}{4} = \pi$ $\Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{4} = -1 \\ y = -9 \end{cases} \begin{cases} x = -4 \\ y = -9 \end{cases}$

$x \in [-4; 4]$ $y \in [-9; 9]$

$\begin{cases} y = x+2k-1 \\ y = -x+2k+1 \end{cases}$ Все отриц. числа

$x = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$ $y = -8, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8$

$x = -2$

$x = -1$

$x = 0$

$x = 1$

$x = 2$

$x = 3$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3 было n одиннадцатилетних.

"

$\frac{C_{n-2}^2}{C_n^4}$, кол-во способов выбрать из n-2 человек 2 (т.ч. 2 билета отдали Петя и Вася)

Вероятность $P_1 =$

C_n^4

Всего кол-во способов выбрать из n человек 4

$$\textcircled{=} \quad \frac{\frac{(n-2)!}{2!(n-4)!}}{\frac{n!}{4!(n-4)!}} = \frac{(n-2)! \cdot 4!}{2! (n-4)! \cdot n!} = \frac{4!}{(n-4)(n-3)} \cdot \frac{4 \cdot 3}{n(n-1)} = P_1$$

Вероятность посчит.

$\frac{C_{n-2}^{a+2}}{C_{n-a}^{4+a}}$, кол-во способов дать a+2 билета n-2 людям (т.ч. 2 были Петя и Вася)

3 добавили a билетов.

кол-во способов дать 4+a билетов
из n людем

$$\textcircled{=} \quad \frac{\frac{(n-2)!}{(a+2)!(n-a-4)!}}{\frac{n!}{(a+4)!(n-a-4)!}} = \frac{(n-2)! \cdot (4+a)!}{(a+2)! n!} = \frac{(4+a)(3+a)}{n(n-1)} = P_2$$

"

$$P_2 = 3,5 P_1$$

$$3,5 \frac{12}{n(n-1)} = \frac{(4+a)(3+a)}{n(n-1)} \Rightarrow 4a = 12 + 7a + a^2$$

$$a^2 + 7a - 30 = 0$$

$$(a+10)(a-3) = 0$$

$$\begin{cases} a=3 \\ a=-10 \end{cases} \Rightarrow a=3 \quad \text{т.к.}$$

добавили

половину. кол-во билетов

$$a+4 = 7$$

Ответ: 7

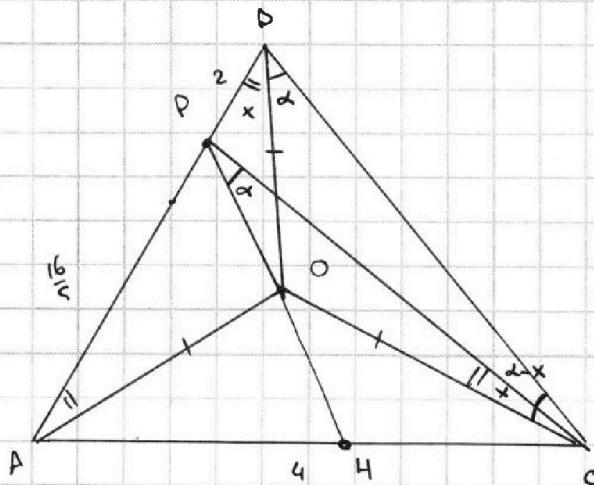


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
— из —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$OA = OB = OC = R$$

$$\angle ABO = \angle OBC \Rightarrow \angle CBO = \angle OCB$$

$$\begin{aligned} \angle BCO &= \alpha \\ \angle PCO &= x \\ \Rightarrow \angle BCP &= \alpha - x \\ &\quad " \\ \angle BCO - \angle PCO & \end{aligned}$$

POCB-Биц., т.к. Тонки и
агр. оп.

$$\angle PBO = \angle PCP = x$$

$$\angle BPC = 180^\circ - \angle PBC - \angle PCB = 180^\circ - (x+2) - (2-x) = 180^\circ - 4$$

$$\angle OPC = \angle OBC = \alpha \Rightarrow \angle APO = 180 - \angle BPC - \angle CPO = 180 - (180 - 2\alpha) - \alpha = 180 - \alpha$$

как смежный

T. e. PO-Sue-ca B & APC

$$\angle BAO = \angle ABO = x, \text{ i.u. } \triangle ABO - p/8 \Rightarrow \triangle APC - p/8, \text{ i.u. } \angle PAO + \angle OAC \\ \angle OAC = \angle OCA \neq, \text{ i.u. } \triangle AOC - p/8$$

$$\angle OAC = \angle OCA + \text{, t.u. } \triangle AOC - 90^\circ$$

$$\angle PCO + \angle OCA$$

po - Бисекта и медиана

$$AH = HC, \text{ r.u. PO-meguania} \Rightarrow \cos \angle = \frac{\cancel{16}}{\cancel{5}} = \frac{2}{\frac{16}{5}} = \frac{5}{8}$$

$$\text{7.u. } \text{PA} - \text{Bucora} \Rightarrow \angle \text{PA} = 90^\circ$$

$$\sin d = \sqrt{1 - \frac{25}{64}} = \frac{\sqrt{39}}{8} \Rightarrow S = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin d}{2}$$

$$S = \frac{\frac{26}{5} \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{39}}{8}}{2} = \frac{13\sqrt{39}}{10}$$

Orbit: $\frac{13539}{10}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Анализично для горизонта. } = 6 \sqrt{-\frac{4\sin^2 \alpha}{g} + 1}$$

Сумма двух дуг, получ. пересеч. гориз. $\alpha_{\text{гор}} = \frac{1}{2}$ земли шир =

$$= \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 3 = 3\pi$$

↑

$$P_{\max} = 6 \sqrt{-\frac{4\cos^2 \alpha}{g} + 1} + 6 \sqrt{-\frac{4\sin^2 \alpha}{g} + 1} + 3\pi$$

$$\text{достат. при } \max \sqrt{-\frac{4\cos^2 \alpha}{g} + 1} + \sqrt{1 - \frac{4\sin^2 \alpha}{g}} =$$

$$= \sqrt{1 - \frac{4 - 4\sin^2 \alpha}{g}} + \sqrt{1 - \frac{4\sin^2 \alpha}{g}} = \sqrt{\frac{5 + 4\sin^2 \alpha}{g}} +$$

$$\sqrt{\frac{9 - 4\sin^2 \alpha}{g}}$$

$f(\alpha)$

$$\text{Ищем } \max \sqrt{5 + 4\sin^2 \alpha} + \sqrt{9 - 4\sin^2 \alpha} \quad (30)$$

$f(\alpha)^2$ имеет ~~то же самое~~ максимум

$$5 + 4\sin^2 \alpha + 9 - 4\sin^2 \alpha + 2\sqrt{(5 + 4\sin^2 \alpha)(9 - 4\sin^2 \alpha)}$$

$$14 + 2\sqrt{(5 + 4\sin^2 \alpha)(9 - 4\sin^2 \alpha)}$$

Макс?

$$\sqrt{4\sin^2 \alpha} = t, \quad t \geq 0$$

$$(5 + 4t)(9 - t) = 45 + 4t - t^2 \quad \text{макс в вершине} \quad t = \frac{4}{2} = 2$$

$$4\sin^2 \alpha = 2 \Rightarrow \sin^2 \alpha = \pm \frac{1}{4}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

т.е. макс P достат. при $\alpha = 45^\circ$

$$\cos \alpha = \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Ответ:

$$\text{Посчитаем } M = 6 \sqrt{1 - \frac{4}{g} \cdot \frac{1}{2}} + 6 \sqrt{1 - \frac{4}{g} \cdot \frac{1}{2}} + 3\pi = [3\pi + \frac{12\sqrt{2}}{g}]$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА

12 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} (x - 2\cos \alpha)(y - 2\sin \alpha) \geq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 9 \end{cases}$$

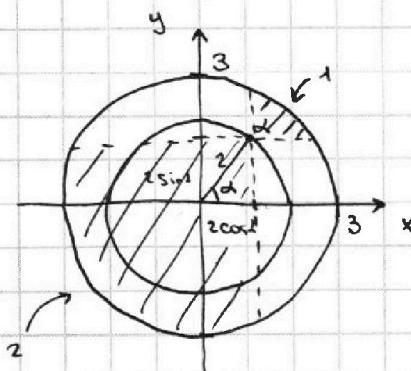
$$\textcircled{1} \quad \cancel{x - 2\cos \alpha} \quad \left[\begin{array}{l} x - 2\cos \alpha \geq 0 \\ y - 2\sin \alpha \geq 0 \end{array} \right] \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x \geq 2\cos \alpha \\ y \geq 2\sin \alpha \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{l} x - 2\cos \alpha \leq 0 \\ y - 2\sin \alpha \leq 0 \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{l} x \leq 2\cos \alpha \\ y \leq 2\sin \alpha \end{array} \right]$$

Изобразим на чертеже фигуры.

\textcircled{2} \Rightarrow (x, y) лежит внутри окр. радиуса 3, т.е. $x^2 + y^2 = \text{расст}^2$ до точки (x, y) по т. Пифагора.



Кроме того изобразим окр. радиуса 2

$\Rightarrow 2\cos \alpha = \text{проекция отрезка из центра координат в т. A} \text{ на ось } x$

$2\sin \alpha = \text{проекция } OA \text{ на ось } y$

Если $\begin{cases} x \geq 2\cos \alpha \\ y \geq 2\sin \alpha \end{cases}$ - это 4 четверти, леж. внутри 1

Если $\begin{cases} x \leq 2\cos \alpha \\ y \leq 2\sin \alpha \end{cases}$ - 2 четверти, лежащие внутри 2

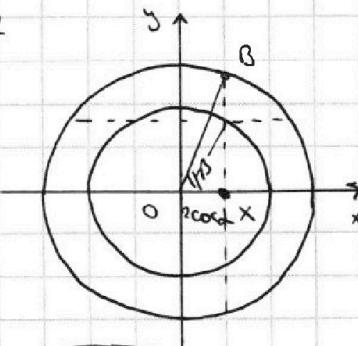
Найдем мин периметр всех таких овалов

Найдем β : $\angle \triangle BOX: \cos \beta = \frac{OB}{OX} =$

$$= \frac{2\cos \alpha}{3}$$

$$BX = OB \sin \beta = 3 \sin \beta = \sqrt{3^2 - \frac{4\cos^2 \alpha}{9}} = \sqrt{9 - \frac{4\cos^2 \alpha}{9}}$$

$$\text{Вертик. миним.} = 6 \sqrt{\frac{4\cos^2 \alpha}{9} + 1}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

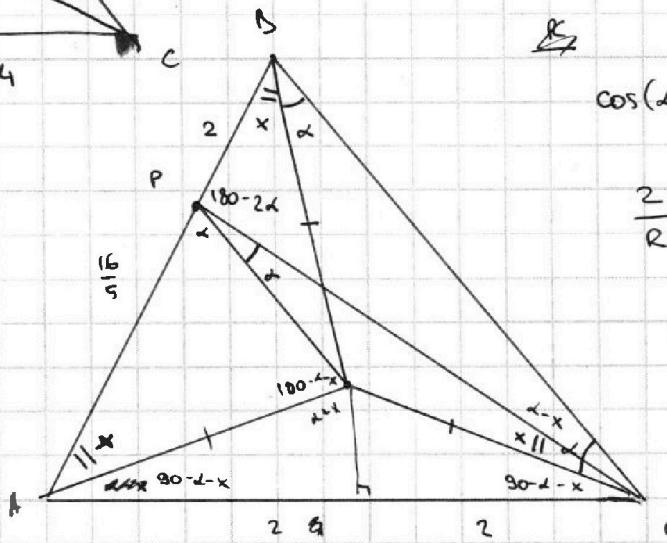
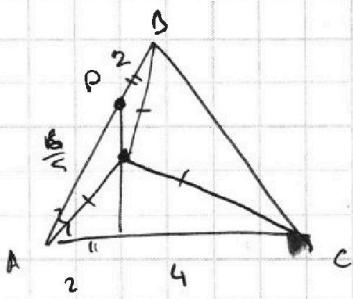
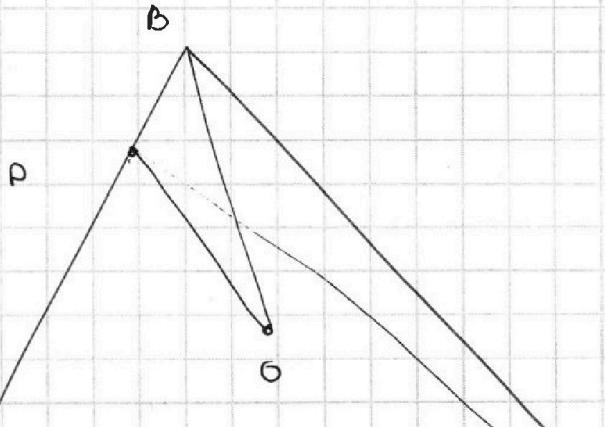
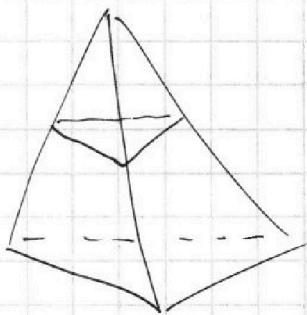


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\cos(\alpha+x) = \frac{2}{R}$$

$$\frac{2}{R} = \frac{\sin(\alpha-x)}{\sin(\alpha)}$$

$$\cos(\alpha+x) = \frac{\sin(\alpha-x)}{\sin\alpha}$$

$$\cos(\alpha+x)\sin\alpha = \sin(\alpha-x)$$

$$\sin\alpha\cos x$$

$$\sin x\cos\alpha$$

$$\frac{\sin(\alpha-x)}{2} = \frac{\cancel{\cos(\alpha+x)}}{\cancel{\cos(\alpha+x)}}$$

$$\sin\alpha = \frac{\sin(\alpha-x)}{\cos(\alpha+x)}$$

$$\frac{\frac{16}{5}}{\sin(\alpha+x)} = \frac{R}{\sin\alpha}$$

I-

I-



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin(\alpha + \beta) = \frac{R}{2}$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \frac{5}{16} R$$

$$R \cos \beta = \frac{13}{5}$$

$$\sin(\alpha + \beta) \cdot \sin(\alpha - \beta) = \frac{5}{8} R^2$$

$$\sin(\alpha + \beta) \cdot \sin(\alpha - \beta) = \frac{1}{2} (\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha)$$

$$\frac{\sin \alpha \sin \beta}{(\sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha)(\sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha)}$$

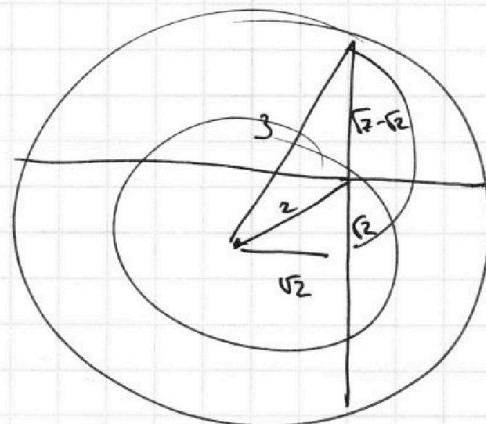
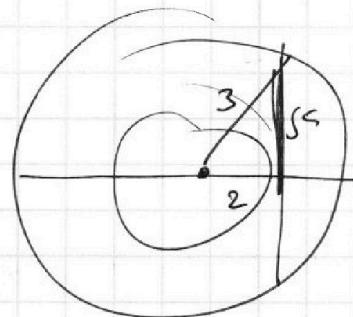
$$\frac{\sin^2 \alpha \cos^2 \beta - \sin^2 \beta \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha (1 - \sin^2 \beta) - \sin^2 \beta (1 - \sin^2 \alpha)}$$

$$\sin^2 \alpha - \sin^2 \beta$$

$$\frac{5}{4} R^2 = \cos \beta - \cos \alpha$$

$$\frac{5}{4} R^2 = \frac{13}{5} -$$

$$9 - 4 = 5$$



$$6 + 2\sqrt{5} ? \quad \frac{12\sqrt{2}}{8}$$

$$3 \cdot 2$$

$$18 + 6\sqrt{5} ? \quad 12$$

$$2\sqrt{7}$$

$$+$$

$$2\sqrt{7}$$

$$4$$

$$4\sqrt{7} + 3\pi$$

$$4$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 7 \\ \hline 112 \\ - 112 \\ \hline 56 \\ \times 4 \\ \hline 14 \end{array}$$

$$6 + \sqrt{20} < \sqrt{112}$$

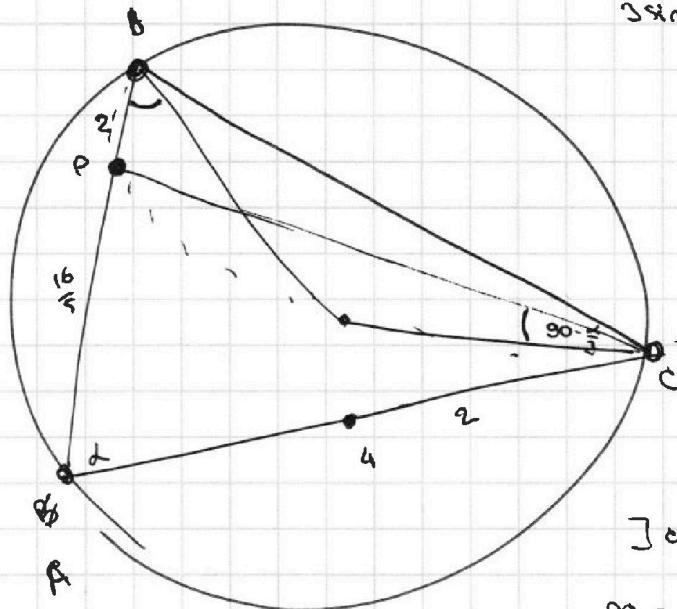


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$3 \sin d \cos \beta - 13 \sin \beta \cos d = 0$$

$$3 \sin d \cos \beta - 13 \sin \beta \cos d$$

$$3 \operatorname{tg} d =$$

$$R =$$

$$\frac{R}{\sin \cos(\alpha+\beta)} = \frac{4}{}$$

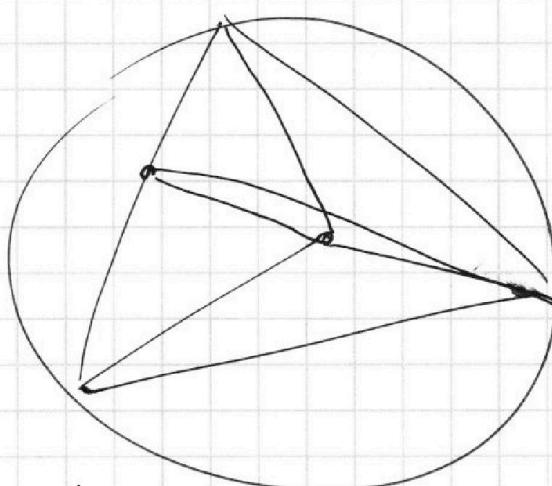
$$z = R \sin(\alpha + \beta)$$

$$\begin{aligned} \boxed{\sin(\alpha + \beta) = \frac{R}{2}} \\ \boxed{\sin(\alpha - \beta) = \frac{5}{16}R} \\ PC = \sqrt{16 + \left(\frac{16}{7}\right)^2 - \frac{8 \cdot 16}{5}x} \end{aligned}$$

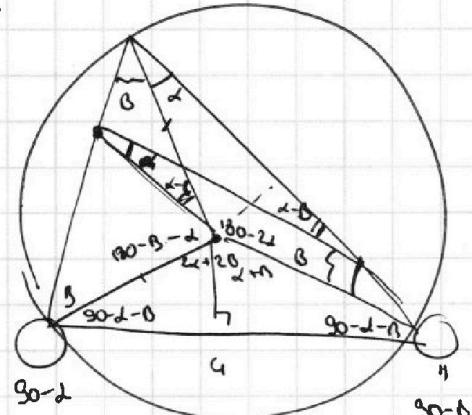
$$\frac{2}{\sin(\alpha - \beta)} = \frac{R}{\sin}$$



$$BC =$$



$$180 - 2\beta$$



$$\frac{\frac{26}{5} \cdot 4 \cdot \cos d}{2}$$

$$\cos d = ?$$

$$\frac{16 \sin d}{5R} = \frac{R}{2}$$

$$\frac{32}{5} \sin d = R^2$$

$$\sin d = \frac{5R^2}{32}$$

$$\frac{R}{\sin d} = \frac{16}{\sin(\alpha + \beta)}$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \frac{16 \sin d}{5R}$$

$$\begin{aligned} \frac{R}{\sin d} &= \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin(\alpha - \beta)} \\ &= \frac{10}{16} = \frac{5}{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{R}{\sin d} &= \frac{2}{\sin(\alpha - \beta)} \\ \frac{2 \sin d}{R} &= \end{aligned}$$

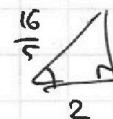
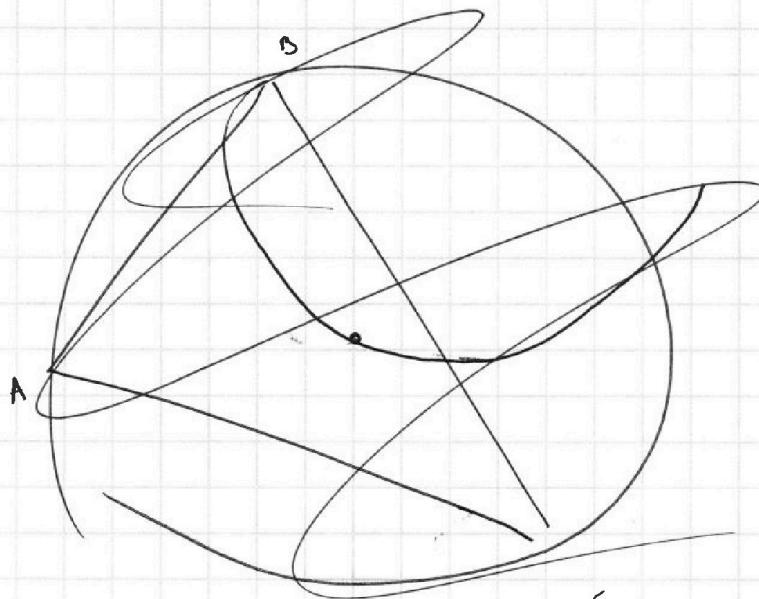
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

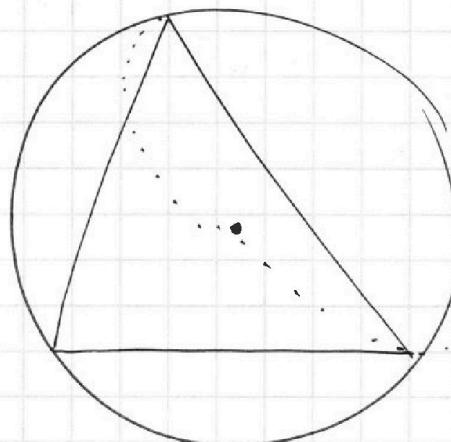
$$\frac{13}{10} = \frac{\cos B \sin (\alpha + \beta)}{\sin \alpha} \Rightarrow \frac{(\cos \alpha \sin B + \sin \alpha \cos B) \cos B}{\sin \alpha} = \cos^2 B + \sin B \cos \alpha$$



$$\cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{25}} = \frac{2}{5}$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \frac{4}{25}} = \frac{\sqrt{21}}{5}$$

$$\frac{64}{25} = \frac{16}{25} \cdot \frac{4}{5} = \frac{64}{125}$$



$$\frac{25}{16} = \frac{16}{25} \cdot \frac{5}{4} = \frac{64}{125}$$

$$(n^{(3)})$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

н единицами из классиков.

была



$$\frac{\cancel{C_n^2} \cancel{C_{n-2}^2}}{C_n^4} = \frac{\cancel{n!}(n-2)!}{\cancel{n!} \cancel{(n-2)!}} =$$

$$= \frac{u!(n-u)!}{u!(n-2)!} \cdot \frac{(n-4)(n-3)}{4 \cdot 3}$$

стало

$$\frac{\cancel{C_{4+a}^2} \cancel{C_{n-2}^{2+a}}}{C_{n+a}^{4+a}} =$$

$$\frac{(n+1)!}{2!(2+a)!} \cdot \frac{(n-2)!}{(2+a)!(n-4-a)!} =$$

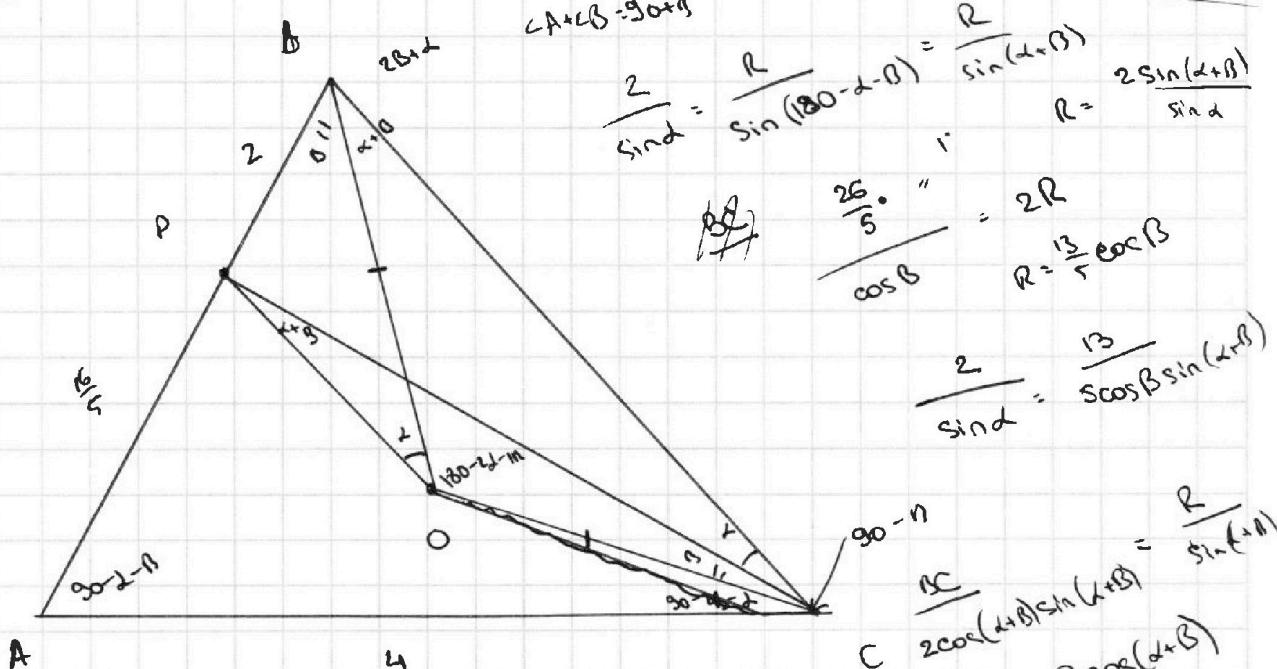
$$= \frac{(3+a)(4+a)}{n(n-1)} \cdot$$

$$(3+a)(4+a) = 12 \cdot 3,5 = 42$$

$$12 + 7a + a^2 = 42$$

$$a^2 + 7a - 30 = 0$$

$$(a+10)(a-3) = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} a=3 \\ a=-10 \end{array} \right.$$



~~$8R \cos(\alpha + \beta)$~~

$$4R^2 \cos^2(\alpha + \beta) = 16 + \left(\frac{23}{5}\right)^2 - 2 \cdot 20 \cdot \frac{2 \sin(\alpha + \beta)}{\sin \alpha} =$$

$$= \frac{4 \sin(\alpha + \beta) \cos(\alpha + \beta)}{\sin \alpha}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

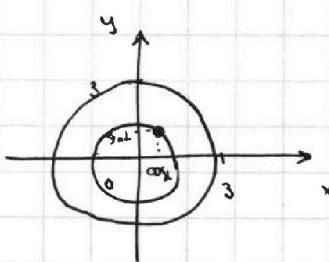
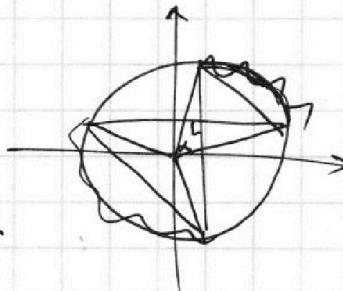
СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

①(2)

$$\begin{cases} (-x - 2 \cos \alpha) (y - 2 \sin \alpha) \geq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 9 \end{cases}$$

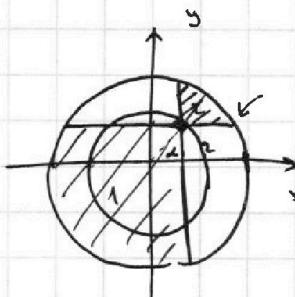
Внутри фиг. № 3.



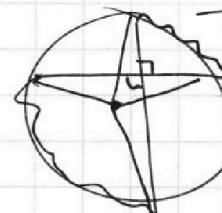
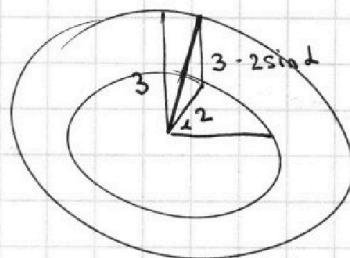
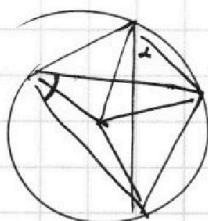
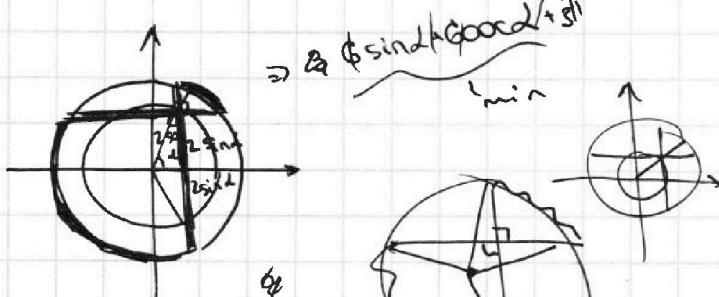
$$\left\{ \begin{array}{l} x > 2 \cos \alpha \\ y > 2 \sin \alpha \\ x < 2 \cos \alpha \\ y < 2 \sin \alpha \\ x = 2 \cos \alpha \\ y = 2 \sin \alpha \end{array} \right.$$

$$6 \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$$

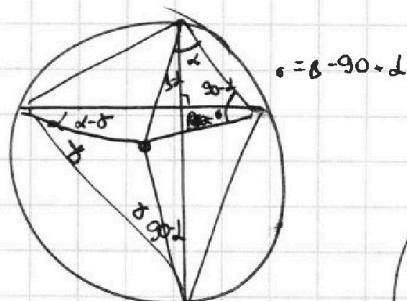
min при $\alpha = 45^\circ$



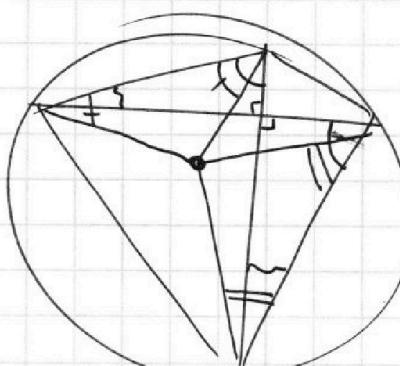
$$P = P_1 + P_2$$



3+



$$\alpha = \beta - 90^\circ + \gamma$$



$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
ИЗ

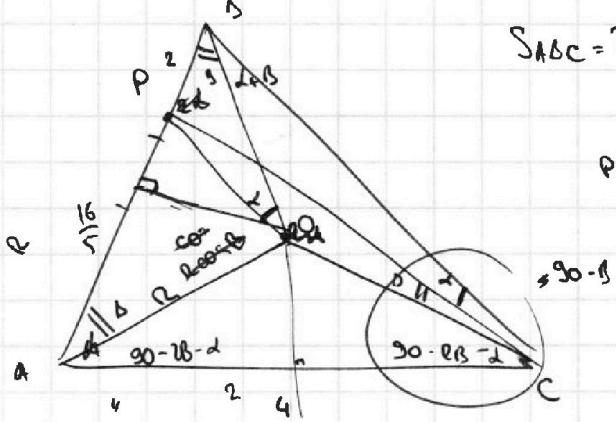
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2-16.4 -

26
1

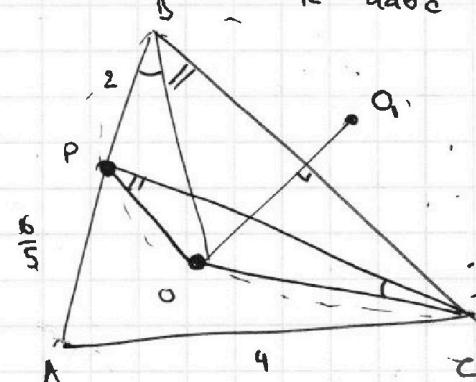
$$S_{ABC} = ?$$

$$BC^2 = \left(\frac{26}{5}\right)^2 + 16^2 - 2 \cdot 26 \cos \angle$$

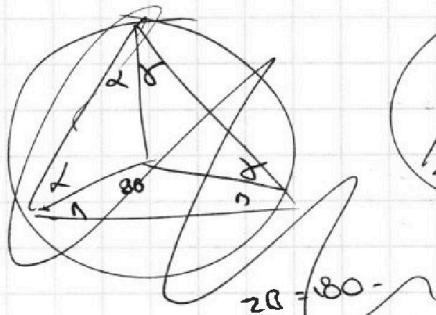


POBС Банк

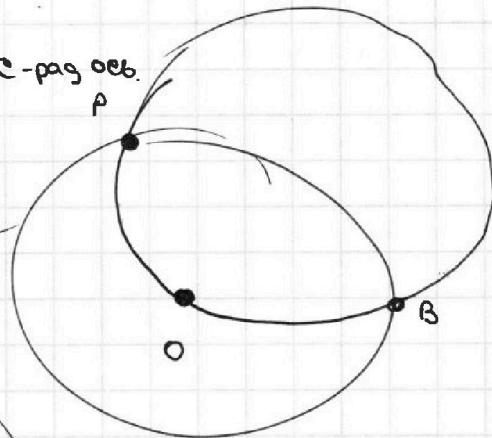
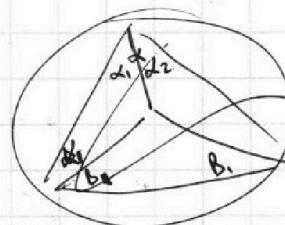
$$R = \frac{S}{uabc}$$



BC-pag 006



$$\frac{2}{\sin \alpha} = \frac{R}{\sin B}$$



$$\sin(B + d) = \sin B \cos d +$$

$$+ \cos B \sin d.$$

$$\frac{\frac{26}{5}}{\cos \beta} = 2R \Rightarrow \frac{13}{\cos \beta} = \frac{R}{\cos \beta} = \frac{13}{5}$$

$$\sin \beta$$

$$R = \frac{B}{S} \cos B$$

$$\frac{2}{\sin \alpha} = \frac{13}{5} \operatorname{tg} B \Rightarrow \operatorname{tg} B \sin \alpha = \frac{10}{13}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\tan B \sin d = \frac{10}{13}$$

$$\cos B \sin d = \frac{10}{13} \sin B$$

$$\sin(x+B) = \sin B \cos d + \frac{10}{13} \sin B$$

$$\cos B =$$

$$\frac{R}{\cos B} = \frac{13}{5}$$

$$R \sin B = \frac{13}{5}$$

$$R \cos B = \frac{3}{5}$$

$$R/\sin B = \frac{2}{5} \Rightarrow \cos B \sin B = \frac{28}{55} \sin d$$

$$\sin B = \frac{28}{55} \sin d$$

Причем $a = \bullet 1, 2, \dots, 9$

$$\overline{aaaa} = a \cdot 1111 = a \cdot 11 \cdot 101$$

$$\overline{aaaa} \approx 101 \cdot 101$$

$$C = 51, 52, \dots, 59$$

$$5 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 4 \dots 5 \cdot 5$$

$$B = 101 \text{ ошибок.}$$

$$C = 11 \cdot 5$$

$$a^3 b^3 + c^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$(a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) + 3abc$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy} = \frac{1}{x-3} + \frac{1}{y+3} + \frac{1}{(x-3)(y+3)}$$

Onev $x = y+3$

$\log xy$

$$\frac{\frac{3}{x(x-3)}}{y(y+3)} - \frac{3}{y(y+3)} - \frac{3y-3x+9}{xy(x-3)(y+3)} = 0$$

$$x^3 + (x-3)^3 - 9(x-3)x$$

$$a^3 - b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$\frac{1}{x(x-3)} - \frac{1}{y(y+3)} = \frac{y-x+3}{xy(x-3)(y+3)}$$

$$\frac{x+y+3}{xy} = \frac{(x-3)+(y+3)+1}{(x-3)(y+3)} = \frac{x+y+1}{(x-3)(y+3)} \Rightarrow xy = (x-3)(y+3)$$

$$3x - 3y - 9 = 0$$

$$\text{тогда } x+y+1=0$$

$$\text{т.к. } y = -1 - x \text{, то они}$$

$$x-y-3=0$$

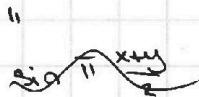


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(\sin \pi x - \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$$



$$\sin^2 \pi x - \sin \pi y \sin \pi x = \cos^2 \pi x + \cos \pi y \cos \pi x$$

$$1 - 2 \cos^2 \pi x$$

$$\begin{cases} 2\pi x = \pi = \pi x - \pi y + 2\pi k \\ -2\pi x = \pi x - \pi y + 2\pi k \end{cases}$$

$$\sin^2 \pi x - \cos^2 \pi x = \cos(\pi x - \pi y)$$

$$-\cos 2\pi x = \cos(\pi x - \pi y)$$

$$\cos(\pi x - \pi y)$$

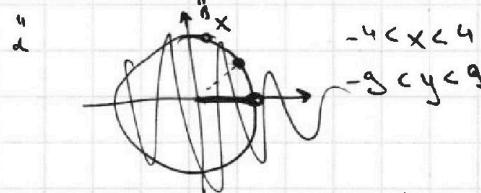
$$\begin{aligned} \pi x &= - \\ x &= -y - 1 + 2k \\ xy &= 2k - 1 \\ y &= 3x + 2k \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 2\pi x + \pi x - \pi y + \frac{\pi}{2} + 2\pi k \Rightarrow \\ 2\pi x = \pi x - \pi y + \pi + 2\pi k \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -y + \frac{1}{2} + 2k \\ x = -y + \end{cases}$$

$$\begin{cases} ① x+y = 2k - 1 \\ -4; \end{cases}$$

$$\arccos \frac{x}{4} + \arccos \frac{y}{9} = 2\pi$$



$$\cos \alpha + \cos \beta = 2\pi \Rightarrow \cos(\alpha + \beta) = 1$$

$$\cos(\arccos \frac{x}{4})$$

$$\cos \cdot \cos - \sin \cdot \sin = 1$$

$$\frac{xy}{36} = \frac{\sqrt{1-x^2} \sqrt{1-y^2}}{36} = 1$$

$$\alpha = 2\pi - \beta$$

$$\cos \alpha = \cos(-\beta) \Rightarrow \frac{x}{4} = -\frac{y}{9}$$

$$9x = -4y \Rightarrow y = -\frac{9}{4}x$$

$$x \in -4; 4$$

$$x, y \in \mathbb{R} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x = -4 \\ x = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 9 \\ y = -9 \end{cases}$$