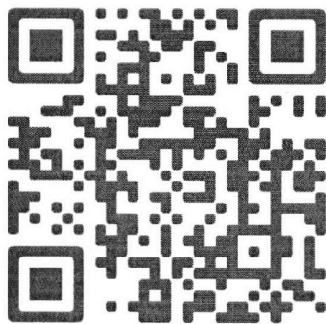




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:

- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
- B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 2,
- C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
- произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.

2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 1, а y — увеличить на 1. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 3xy$.

3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$.

б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася высчитали, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 2,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?

5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = \frac{15}{2}$, $BP = 5$, $AC = 9$.

6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 25. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади боковой поверхности пирамиды к площади её нижнего основания.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении** каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Из условия задачи следует, что $A = \overline{aaaa} = 1111a =$
 $= 11 \cdot 101a$; ~~$B = \overline{bb}$~~ , ~~$C = \overline{ccc}$~~ , где $a \neq 0$, ~~$b \neq 0$~~

$$A \cdot B \cdot C = 11 \cdot 101a \cdot B \cdot C.$$

Заметим, что $A \cdot B \cdot C$ кратно 101 (101 -частное), т.к. $A \cdot B \cdot C$
 это кв. по $A \cdot B \cdot C$ кратно 101^2 . С явл. двузнач. числом,
 с. $\text{Mod}(C; 101) = 1$, $\text{Mod}(11; 101) = 1$, т.к. a
 ненулевая цифра, то $\text{Mod}(a; 101) = 1$. Значит необходимо
 чтобы B было $\div 101$. Т.к. B двузначное, то B может
 принимать только следующие значения: $101, 202, 303, \dots, 909$.
 Среди этих чисел ровно одно содержит хотя бы 1
 двойку — это 202 . Значит ~~в силу~~ в силу усл. задачи
 $B = 202$.

Тогда $A \cdot B \cdot C = 101^2 \cdot 2 \cdot 11 \cdot a \cdot C$. Т.к. $A \cdot B \cdot C$ это кв. ~~по~~
 и $A \cdot B \cdot C \div 11$, то $A \cdot B \cdot C \div 11^2 \Rightarrow a \div 11$ или $C \div 11$;
 т.к. a ненулев. цифра, то $a \div 11$, с. $C \div 11$. Единств.
 двузнач. число $\div 11$, содержит хотя бы 1 тройку
 это 33 . Значит $C = 33$.

$$A \cdot B \cdot C = 101^2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 11^2 \cdot a. \quad A \cdot B \cdot C \div 2 \text{ по } 4; A \cdot B \cdot C \div 3, \text{ по } 9.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

П.к. $A \cdot B \cdot C$ кв, то $A \cdot B \cdot C : 36 \Rightarrow a : b$. Единств.

Менш. цифра: b это b , т.е. $a = b$.

Когда $A = 6666$

Ответ: $(6666; 202; 33)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{x+y+2}{xy}$$

Если x уменьш. на 1, увелич. на 1, то $K = \frac{x+y+2}{(x-1)(y+1)}$

по усл. $\frac{x+y+2}{xy} = \frac{x+y+2}{(x-1)(y+1)}$

↑ П.к. числа x, y положительны, то $x > 0, y > 0, y+1 > 0$

$$\begin{cases} x+y+2=0 \\ x \neq 1 \end{cases}$$

П.к. $x > 0, y > 0$, то $x+y+2 > 0$, т.е.

первая сист. не имеет реш.

$$\begin{cases} xy = (x-1)(y+1) \\ x \neq 1 \end{cases}$$

Значит

$$\begin{cases} xy = (x-1)(y+1) \\ x \neq 1 \end{cases} \quad (1)$$

П.к. $xy > 0$, то x и y ув. (1) будет такими, что

$(x-1)(y+1) > 0$. А п.к. $y+1 > 0$, то $x-1 > 0$

т.е. $x > 1$, т.е. $x \neq 1$.

Значит сист. равносильна (при $x > 0, y > 0$):

$$xy = (x-1)(y+1)$$

$$x = y+1$$

$$M = x^3 - y^3 - 3xy = (y+1)^3 - y^3 - 3y(y+1) = 1.$$

Равенство будет достиг. наим. при $y=2, x=3$. Ответ: 1



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

а) Раскрывая скобки, получим:

$$\sin^2 \pi x - \cos^2 \pi x = \cos \pi x \cdot \cos \pi y - \sin \pi x \cdot \sin \pi y.$$

$$-\cos 2\pi x = \cos(\pi x + \pi y).$$

$$\cos(\pi x + \pi y) + \cos(2\pi x) = 0.$$

$$2 \cdot \cos\left(\frac{3\pi x + \pi y}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi x - \pi y}{2}\right) = 0$$

$$\begin{cases} \cos\left(\frac{3\pi x + \pi y}{2}\right) = 0 \\ \cos\left(\frac{\pi x - \pi y}{2}\right) = 0 \end{cases} \quad \left| \quad \begin{cases} \frac{3\pi x + \pi y}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi t & t \in \mathbb{Z} \\ \frac{\pi x - \pi y}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi m & m \in \mathbb{Z} \end{cases} \right.$$

$$\begin{cases} 3x + y = 1 + 2t \\ x - y = 1 + 2m \end{cases} \quad \left| \quad \begin{cases} y = -3x + 1 + 2t \\ y = x - 1 - 2m \end{cases} \right.$$

Пусть $x = a$, где a — любое. Тогда имеем реш.

$$(a; -3a + 1 + 2t), (a; a - 1 - 2m).$$

Ответ: $(a; -3a + 1 + 2t), (a; a - 1 - 2m)$, где a — любое, $t, m \in \mathbb{Z}$.

б) В силу ограничений аргументов арксинуса и арккосинуса получаем: $-1 \leq \frac{x}{5} \leq 1$, т.е. $x \in [-5; 5]$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$-1 \leq \frac{x}{4} \leq 1, \text{ т.е. } x \in [-4; 4].$$

Как известно, $\arcsin a_1 \leq \frac{\pi}{2}$, $\arccos b_1 \leq \pi$ ($\forall a_1 \in [-1; 1]$, $b_1 \in [-1; 1]$). Значит $\arcsin a_1 + \arccos b_1 \leq \frac{\pi}{2} + \pi = \frac{3\pi}{2}$. А

это равенство будет только при $a_1 = 1$, $b_1 = -1$.

Значит на этой выпл. кр-во и вып. задачи, как получится все пары $(x; y)$ такие, как нужно указать и количество пар $(x; y)$ таких

что $x \in [-5; 5]$, $x \in [-4; 4]$, т.е. когда в нашем кр-ве достиг. равенство, т.е. $\frac{x}{5} = 1$; $\frac{y}{4} = -1$, т.е. пару $(5; -4)$.

~~Значит на $[-5; 5]$ 11 целых чисел, на $[-4; 4]$ 9 целых~~

~~чисел. Значит ответов к задаче будет 11-9=2~~

Ответ: 2

В а) получим, что как подсчитать все пары вида $(a; -3a+1+2t)$,

$(a; a-1-2m)$. т.к. $x \in [-5; 5]$, то $a \in [-5; 5]$. Заметим, что

на $[-5; 5]$ 6 нечетн. чисел и 5 четн.; на $[-4; 4]$ 5 четн,

и нечетн. Заметим, что $a \equiv a-2m$, т.е. a и $a-1-2m$

разной четности. при четн. н.к. $a-1-2m$ увеличивается

все значения той четности, кон. противополож. четности a .

Если $a \equiv \frac{a}{2} - 3a \equiv \frac{-3a+1+2t}{2}$, т.е. a и $-3a+1+2t$ разн.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Чётность. Пусть a чётно, то $-3a+1+2t$ чётно для всех значений t и a , что противоречит условию.

Рассмотрим случаи:

I. a чётно. Имеем 5 вариантов выбрать число a .

Для $-3a+1+2t$ имеем 4 вар. выбора (это число чётно, а на $[-4; 4]$ 4 чётных числа).

Для $a-1-2m$ аналогично имеем 4 способа выбрать. Имеем $5 \cdot 4 + 5 \cdot 4 = 40$ способов.

II. a нечётно. Имеем 6 способов выбрать a .

Для $-3a+1+2t$ имеем 5 вар. выбора (это число нечётно, а на $[-4; 4]$ 5 нечётных чисел).

Для $a-1-2m$ аналогично 5 вар.

Имеем $6 \cdot 5 + 6 \cdot 5 = 60$ способов.

~~Рассмотрим пары $(a; -3a+1+2t)$, $(a; a-1-2m)$ могут совпасть. Это происходит при $-3a+1+2t = a-1-2m$.~~

~~$4a = 2 + 2m + 2t$. Упростим, получим $2a = m + t + 1$.~~

~~$a-1-2m \equiv -3a+1+2t$. Причём m, t — любые целые, но каждая пара $(x; y)$ может~~



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

посчитали, как $(a; a-1-2n)$ и как $(a; -3a+1+2t)/n$.

Все способы посчитаны двукратно.

Значит общее кол-во способов $= \frac{40+60}{2} = 50$.

Получен, как было написано раньше, пару $(5; -4)$

надо исключить (она действительно была посчитана. Достаточно взять $a=5, t=5$).

Итого $50-1=49$,

Ответ: 49



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть всего X одинадцатиклассников, количество билетов увеличилось на t штук ($t > 0$).

Ко-во способов раздать 4 билета так, чтобы Теня и Вадя их получили $= C_4^2 = 6$.

Вероятность того, что Теня и Вадя вместе получат на концерт в начале месяца $= \frac{6}{X}$.

Количество способов раздать $t+4$ билета так, чтобы Теня и Вадя их получили $= C_{t+4}^2 = \frac{(t+4)(t+3)}{2}$.

Вероятность того, что Теня и Вадя вместе получат на концерт в конце месяца $= \frac{(t+4)(t+3)}{2 \cdot X}$.

$$\text{Из условия: } \frac{(t+4)(t+3)}{2X} = \frac{6}{X} \cdot 2,5$$

⇒ очевидно, что $X \neq 0$, т.к. ко-во 11 клас. > 0 .

$$\frac{(t+4)(t+3)}{(t+4)(t+3)} = 30$$

$$t^2 + 7t - 18 = 0$$

$$(t+9)(t-2) = 0$$

т.к. $t > 0$, то $t = 2$.

Значит в конце месяца выделено $4+2=6$ билетов
ответ: 6.

Значит $\angle ACP = \angle PAC = 2$, см. $\triangle APC$ н/о. Значит $PC = AP = \frac{15}{2}$. И.к. сумма углов в ~~треуг.~~ $\triangle APC$ равна 180° , то $\angle APC = 180^\circ - 2\alpha$. По П. синусов для $\triangle APC$:



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☒☐☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin^2 \alpha = \left(\frac{4}{5}\right)^2$$

П.к. α это угол в $\triangle ABC$, но $0^\circ < \alpha < 180^\circ$, сл. $\sin \alpha = \frac{4}{5}$.

$$\begin{aligned} S_{ABC} &= \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2} \cdot (AP + PB) \cdot AC \cdot \sin \alpha = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{15}{2} + 5\right) \cdot 9 \cdot \frac{4}{5} = 25 \cdot 9 \cdot \frac{1}{5} = 45. \end{aligned}$$

Ответ: 45.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $3\sqrt{2} \cdot \sin \alpha = b$, $3\sqrt{2} \cdot \cos \alpha = c$.

Тогда $b^2 + c^2 = 18(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = 18$.

Первое нер-во сист: $(x-b)(y-c) \leq 0$

$$\begin{cases} x \leq b \\ y \geq c \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x \geq b \\ y \leq c \end{cases} \quad (*)$$

Второе ур. сист.: $x^2 + y^2 \leq 25$.

$x^2 + y^2 = 25$ Это окр. с центром в $(0,0)$ и $R=5$.

а $x^2 + y^2 \leq 25$ Это все точки, лежащие внутри этой окр. (в том числе и на границе)

$b^2 + c^2 = 18$ Это окр. с центром в $(0,0)$ и $R=\sqrt{18}$. Значит знач.

2 соответствует

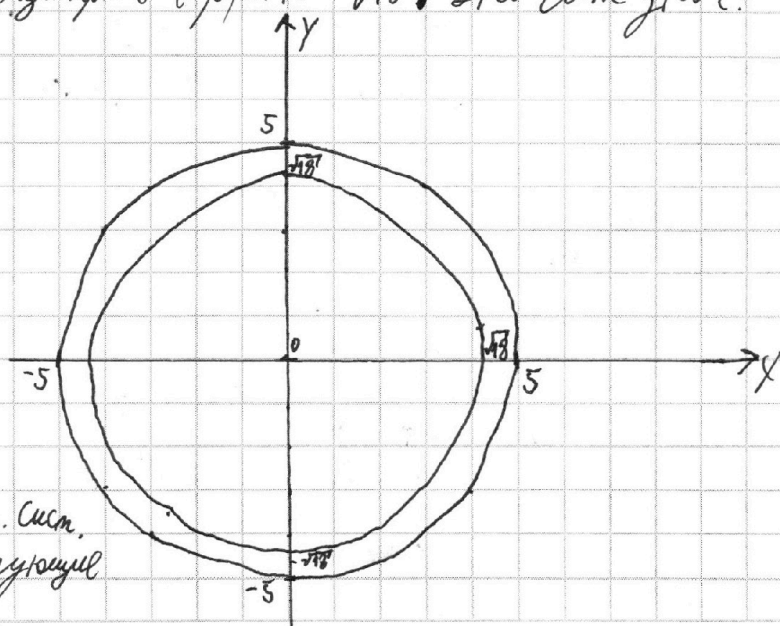
точка на этой окр.

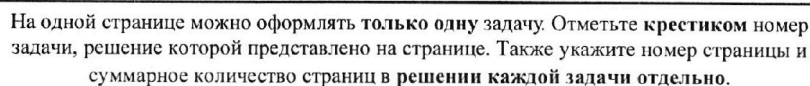
Пусть мы зафиксируем

точку

$A(m;n)$ на окр. с $R=\sqrt{18}$

Тогда в силу (*) реш. сист. будут все точки $(x;y)$, образующие





СТРАНИЦА
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

matyto galeryju:



~~ср. ср. ср. ср.~~

гд гдм су вк то гдм др.
с R=5

длина этой кривой = $P = \cancel{0.45} L_{BCD} + L_{UBE} + BC + DE$
(здесь L_{BCD} - длина дуги BCD , L_{UBE} - длина дуги UBE).

Докажем, что $\varphi_{\text{ср}} + \varphi_{\text{всв}} = 5\pi$:

$$\angle CBP = \frac{V_{CP}}{2}, \angle APB = \frac{V_{BE}}{2} \quad (\text{как впис. углы; } V_{CP}, V_{BE} - \text{ч.})$$

2) Если эти дуги) тогда $\angle BFE + \angle CFP = (\angle CBD + \angle APB) \cdot 2 =$
 $= 90^\circ \cdot 2 = 180^\circ$ (т.к. $DA \perp CB$, то $\angle CBD + \angle APB = 90^\circ$) $\Rightarrow$

$l_{vcp} + l_{vbe}$ равна ~~так~~ $\frac{180^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{2}$ длины окружности $\pi R = 5$.

$$n.e. C_{UCD} + C_{UBE} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 5 = 5\pi.$$

Таким образом, для максимизации M , надо
максимизировать $BC + PE$. Очевидно, что AB ^{одинаковы}
 $\Pi. A, B, C$ ^{одинаковы} ~~одинаковы~~ ^{одинаковы} $\Pi. A, P, E$ ^{одинаковы} одинаковы.

a) ~~макс~~ макс расстояния П.С < 0 от расстояния П.В > 0
 (П.К. от ~~П.С~~^{полюса north}) $\in$ окр. СР = $\sqrt{17}$ из-за разнотип. маневро мы



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

попадём в $\Pi. C$ дугу $\angle O$, а угл. $\angle \alpha$ направо попадём в $\Pi. C$ дугу $\angle O$. $\text{от } \Pi. E \leq 0$

Ордината $\Pi. P > 0$ ($\Pi. K.$ от любой точки $\in$ окр. C $R = \sqrt{18}$ угл. $\angle \alpha$ направо. Влево мы попадём в $\Pi. C$ дугу $\angle O$, а угл. влево попадём в $\Pi. C$ дугу $\angle O$)

~~$\Pi. K. m^2 + n^2 = 18$ но $C(-\sqrt{18-m^2}; 1)$,
 $B(\sqrt{18-m^2}; 1)$, $P(m; \sqrt{18-n^2})$, $E(m; -\sqrt{18-n^2})$,
 $BC = 2\sqrt{18-m^2}$, $PE = 2\sqrt{18-n^2}$~~

$\Pi. K. \Pi. C, B, C, P, E \in$ окр. C $R = 5$, но $C(-\sqrt{25-m^2}; 1)$,
 $B(\sqrt{25-m^2}; 1)$, $P(m; \sqrt{25-n^2})$, $E(m; -\sqrt{25-n^2})$,
 $BC = 2\sqrt{25-m^2}$, $PE = 2\sqrt{25-n^2}$. $\Pi. K. m^2 + n^2 = 18$, но

~~$\Pi. K.$ надо максимизировать $BC + PE = 2\sqrt{18-m^2} + 2\sqrt{18-n^2}$~~
 $BC + PE = 2(\sqrt{m^2+7} + \sqrt{25-m^2})$

По кр-ву между ср. кв. и ср. арифм. ($\Pi. K. m^2+7$ и $25-m^2$ под корнями, но они ≥ 0 , сл. Это кр-во можно применить)

$$2 \cdot \sqrt{\frac{32}{2}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{m^2+7+25-m^2}{2}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{(\sqrt{m^2+7})^2 + (\sqrt{25-m^2})^2}{2}} \geq$$

$$\geq 2 \cdot \frac{\sqrt{m^2+7} + \sqrt{25-m^2}}{2} = \frac{BC+PE}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА

4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Значит } 2 \cdot \sqrt{16} \geq \frac{BC+PE}{2}$$

$$16 \geq BC+PE$$

Так как нам нужно найти значение $BC+PE$, то равенство в этом нерав-ве будет достиг. при $m^2+7=25-m^2$

$$m^2=9$$

$$m=\pm 3.$$

~~Формула~~ ~~замена~~ Нужно заметить, что $\Pi. A(m; n)$ это Π , у кот. $m=b$, $n=c$.

$$\text{т.е. } b=\pm 3$$

$$\text{Формула } 3\sqrt{2} \cdot \sin 2 = \pm 3$$

$$\sin 2 = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$2 = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} \cdot k, \text{ где } k \in \mathbb{Z}.$$

$$P = 5\pi + 16$$

$$\text{Ответ: } 5\pi + 16; \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} \cdot k, \text{ где } k \in \mathbb{Z}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos x = a$$

$$\sin x = b, a^2 + b^2 = 1$$

$$\cos y = m$$

$$\sin y = n, m^2 + n^2 = 1$$

$$(b+1) \cdot b = (a+m) \cdot a$$

$$b^2 + 1b = a^2 + am$$

$$1 - a^2 + 1b = a^2 + am$$

$$1 + 1b = 2a^2 + am$$

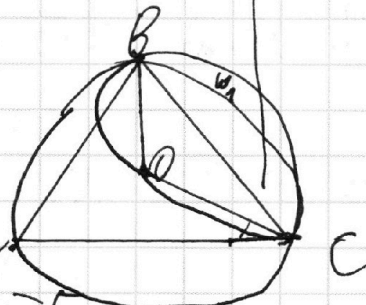
$$\cos(2+\beta) + \cos(2-\beta) = 2 \cdot \cos 2 \cdot \cos \beta$$

$$\begin{cases} 2+\beta = x \\ 2-\beta = y \end{cases} \quad \alpha = \frac{x+y}{2}, \quad \beta = \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cdot \cos \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\pm \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$a=5, -14+2t, t=5$$



X однок-ков.

увелич. на t секунд.

$$\frac{4+t}{x} = 2,5 \cdot \frac{t}{x}$$

$$t+4=?$$

$$\text{Вначале кол-во часов} = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6, 4+t = 2,5t$$

$$4 = 1,5t$$

$$t = 3t$$

$$2,5 \cdot \frac{6}{x} = \frac{(4+t)(t+3)}{2x}$$

вер. в начале

$$0,6 = t^2 + 7t + 12$$

$$a-1-2m = -9a+1+2t$$

$$4a = 2m+2t+2$$

$$2a = m+t+1$$



$$\alpha = \frac{\alpha}{2}$$

$$90^\circ - \alpha = \frac{\alpha}{2} t^2 + t + 12 = 0$$

$$90^\circ = \frac{\alpha}{2} t^2 + t + 12$$

$$\alpha + \alpha_2 = 180^\circ, \alpha + \alpha_2 = \pi$$

сумма углов



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = \overline{aaaa} = 1111a. = 11 \cdot 101a. \quad \div 11^2. \quad \div 101, \div 101^2. \quad a^2 + b^2 = \frac{(a+b)^2}{2}.$$

$$B = \overline{mkk} \quad \text{хотел-молы} \quad m, k \text{ равна 2.} \quad \downarrow \quad mkk \div 101.$$

$$C = \overline{3t} \quad \text{или } C = \overline{x3}. \quad 101, 202, 303, \dots$$

$$A \cdot B \cdot C \div 11^2 \quad \frac{BC}{\sin 2\alpha} = R_2. \quad \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha. \\ \pm C \div 11. \quad \text{Итого } C = 33. \quad \frac{BC}{\sin 2\alpha} = R_1. \quad \cos 2\alpha = \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha \\ 2 \cdot \cos \alpha = \frac{R_1}{R_2}$$

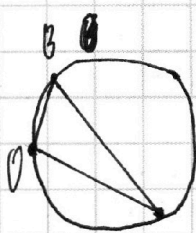
$$\sin^2 \pi x + \sin \pi x \cdot \sin \pi y = \cos^2 \pi x + \cos \pi x \cdot \cos \pi y.$$

$$\frac{\sin \alpha_1 \cdot \sin \alpha_2 \cdot \sin \alpha_3}{\sin \alpha_2 \cdot \sin \alpha_3} \cdot \frac{1}{\sin \alpha_1} \cdot 2 \cdot C \quad (\sin \pi x - \cos \pi y) / \dots =$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)} = \cos(\pi x - \pi y).$$

$$K = \frac{x+y}{xy} + \frac{2}{xy} = \frac{x+y+2}{xy}.$$

$$\frac{x+y+2}{xy} = \frac{x+y+2}{(x-1)(y+1)}$$



$$\sin^2 \pi x - \cos^2 \pi x = \cos(\pi x - \pi y)$$

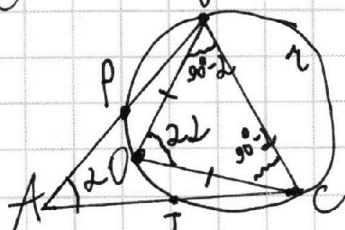
$$\cos 2\pi x = \cos(\pi x - \pi y).$$

$$x = -y - 2. \quad \geq 0$$

$$xy - 2 \geq 0$$

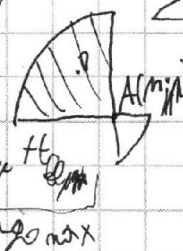
$$R_2 = \text{радиус } y \cdot \omega_2 \quad \cos(2x \cdot B) = \cos 2 \cdot \cos B - \sin 2 \cdot \sin B \\ R_1 = \text{радиус } y \cdot \omega_1. \quad B = 2 \therefore 1 = \cos^2 2 + \sin^2 2$$

$$\angle PTC = xy = xy - y + x - 1$$



$$x = y + 1 \quad \angle = ? \\ \text{или } AT \cdot AC = AP \cdot AB \\ \text{найти } AT, TC.$$

$$BO = CO = AO \\ R_1''.$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

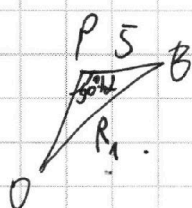
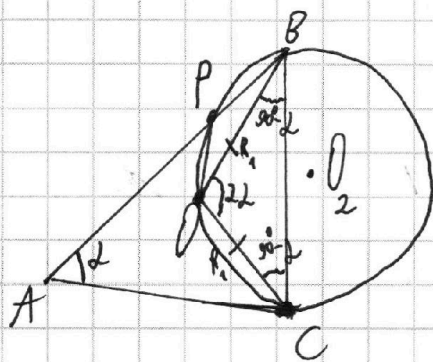
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$AC^2 = AP \cdot AB \quad \leftarrow \text{Кем}$$

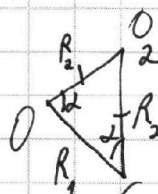
$$\frac{BC}{\sin 2\alpha} = R_2 \quad \uparrow \quad 2 \cdot \cos \alpha = \frac{R_1}{R_2}$$

$$\frac{BC}{\sin \alpha} = R_1$$

$$\angle OPB = 90^\circ + \alpha$$

$$\angle BPC = 2\alpha$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin \alpha$$



$$\angle O_2C = 2 \cdot \angle OBC = 180^\circ - 2\alpha$$

$$\frac{R_2}{\sin \alpha} = \frac{R_1}{\sin 2\alpha}$$

$$\angle PBO = \angle POB = \angle BO -$$

$$\angle BOC = 360^\circ - 4\alpha$$

$$\angle BPC = 2\alpha, \quad \angle APC = 180^\circ - 2\alpha$$

$$\Rightarrow AP = PC$$

$$\frac{15}{2 \sin \alpha} = \frac{9}{\sin 2\alpha} = 2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$$

$$AP = \frac{AC}{2 \cos \alpha}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{25}{7} \cdot 9 \cdot \frac{4}{5} = 5 \cdot 9 = 45$$

