



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 6,
 - C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 2, а y — увеличить на 2. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 6xy$.
3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$.
- б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 6 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = 25$, $BP = 5$, $AC = 35$.
6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 5\sqrt{2} \cos \alpha)(y + 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 169. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади верхнего основания пирамиды к площади её боковой поверхности.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5) ~~такой же~~ Аналогично, чтобы выполнялось равенство k должно делиться на 2
т.к. $1 \leq k \leq 9$, то

$\left\{ \begin{array}{l} k=2 \\ k=4 \\ k=6 \\ k=8 \end{array} \right.$

при этом k должно иметь вид
 $k = 2t^2$, $t \in \mathbb{N}$
Подходит лишь $k=2$ и $k=8$

$$101^2 \cdot 11^2 \cdot 3^2 \cdot 2 \cdot k = n^2$$

$$k=2: A=2222$$

$$n^2 = 101^2 \cdot 11^2 \cdot 3^2 \cdot 2^2$$

$$n = 101 \cdot 11 \cdot 3 \cdot 2 \in \mathbb{N} \checkmark$$

$$k=8: A=8888$$

$$n^2 = 101^2 \cdot 11^2 \cdot 3^2 \cdot 4^2$$

$$n = 101 \cdot 11 \cdot 3 \cdot 4 \in \mathbb{N} \checkmark$$

Ответ: (2222; 606; 33) ; (8888; 606; ~~33~~)



1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

(A, B, C)

1) A - четырёхзначное число из одинаковых цифр

⇒ A имеет вид $A = 1111 \cdot k$, $k \in \mathbb{N}$, $1 \leq k \leq 9$

$A = 11 \cdot 101 \cdot k$

по условию $A \cdot B \cdot C = n^2$, $n \in \mathbb{N}$

$$11 \cdot 101 \cdot k \cdot B \cdot C = n^2$$

2) для того, чтобы равенство выполнялось, необходимо, чтобы среди делителей $k \cdot B \cdot C$ было число 101 (чтобы куб был квадратом)

Так как 101 - простое, $k \leq 9$, C - двузначное ⇒ $C \leq 99$
то B имеет делитель 101, т.е. $B = 101 \cdot m$, $m \in \mathbb{N}$

3) так как B - трёхзначное, возможные случаи:

$$B = 101$$

$$B = 404$$

$$B = 707$$

Среди них лишь одно число имеет цифру 6

$$B = 202$$

$$B = 505$$

$$B = 808$$

$$B = 303$$

$$B = 606$$

$$B = 909$$

$$\Rightarrow B = 606 = 6 \cdot 101$$

$$11 \cdot 101 \cdot k \cdot B \cdot C = n^2$$

$$11 \cdot 101 \cdot k \cdot 6 \cdot 101 \cdot C = n^2$$

$$101^2 \cdot 6 \cdot 11 \cdot k \cdot C = n^2$$

4) Аналогичными рассуждениями (пункт 2), получаем, что C делится на 11 и имеет вид $C = 11 \cdot t$, $t \in \mathbb{N}$ (ведь $k \leq 9 < 11$)

Тогда возможные случаи (C - двузначное)

$$C = 11$$

$$C = 44$$

$$C = 77$$

$$C = 22$$

$$C = 55$$

$$C = 88$$

Подходит лишь число $C = 33$

$$C = 33$$

$$C = 66$$

$$C = 99$$

(остальные не имеют цифру 3)

~~тогда~~

$$101^2 \cdot 11 \cdot k \cdot 33 = n^2$$

$$\Rightarrow 101^2 \cdot 6 \cdot 11 \cdot k \cdot 33 = n^2$$

$$101^2 \cdot 11^2 \cdot 3 \cdot k = n^2$$

$$101^2 \cdot 11^2 \cdot 3^2 \cdot 2 \cdot k = n^2$$

тогда куб будет квадратом, если $k \cdot 3$ будет квадратом. Так как $k \leq 9$, то $k = 3$ (подходит лишь $k = 3$ (оставшиеся имеют лишние множители))

$$A = 1111 \cdot 3 = 3333$$

$$n = 101 \cdot 11 \cdot 3 = 3333$$

$$n^2 = 101^2 \cdot 11^2 \cdot 3^2 = 101^2 \cdot 11^2 \cdot 9$$

Ответ: (3333, 606, 33)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x-y)(x+y) - 2(x+y) + 5(x-y-2) = 0$$

$$(x+y)(x-y-2) + 5(x-y-2) = 0$$

$$(x-y-2)(x+y+5) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-y-2=0 \\ x+y+5=0 \rightarrow x+y=-5 - \text{невозможно,} \\ \text{так как } x > 0, y > 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x-y-2=0$$

$$M-8 = \underbrace{(x-y-2)}_0 (x^2+y^2+4+xy-2y+2x)$$

$$\Rightarrow M-8=0$$

$$M=8$$

~~Далее...~~

Докажем, что значение достигнато
рассмотрим $x=3$, $y=1 \Rightarrow x'=3-2=1$, $y'=1+2=3$

$$k_1 = \frac{1}{3} + \frac{1}{1} + \frac{5}{3 \cdot 1} = \frac{6}{3} + 1 = 3 \quad \Rightarrow k_1 = k_2 \quad \checkmark$$

$$k_2 = \frac{1}{1} + \frac{1}{3} + \frac{5}{3 \cdot 1} = 3$$

$$M = x^3 - y^3 - 6xy = 27 - 1 - 6 \cdot 3 = 27 - 18 - 1 = 8 \quad \checkmark$$

Ответ: $M=8$



1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{2}$

$$x > 0, y > 0$$

$$K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y+2} + \frac{5}{(x-2)(y+2)}$$

$$M = x^3 - y^3 - 6xy$$

$$1) \Rightarrow M - 8 = x^3 - y^3 - 8 - 6xy$$

$$M - 8 = (x)^3 + (-y)^3 + (-2)^3 - 3 \cdot (x) \cdot (-y) \cdot (-2)$$

$$\text{пусть } a = x, b = -y, c = -2$$

$$\text{тогда } M - 8 = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$$

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac)$$

$$\Rightarrow M - 8 = (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac)$$

$$M - 8 = (x - y - 2)(x^2 + y^2 + 4 + xy - 2y + 2x)$$

2) Вернемся к K

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y+2} + \frac{5}{(x-2)(y+2)}$$

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y} - \frac{1}{y+2} + 5 \cdot \left(\frac{1}{xy} - \frac{1}{(x-2)(y+2)} \right) = 0$$

$$\frac{x-2-x}{x(x-2)} + \frac{y+2-y}{y(y+2)} + 5 \cdot \left(\frac{(x-2)(y+2) - xy}{xy(x-2)(y+2)} \right) = 0$$

$$- \frac{2}{x(x-2)} + \frac{2}{y(y+2)} + 5 \cdot \frac{xy + 2x - 2y - 4 - xy}{xy(x-2)(y+2)} = 0$$

$$- \frac{1}{x(x-2)} + \frac{1}{y(y+2)} + 5 \cdot \frac{x-y-2}{xy(x-2)(y+2)} = 0$$

понятно, что $x \neq 0, x \neq 2, y \neq 0, y \neq -2$

(т.к. тогда для K было не определено) $\Rightarrow$

можно домножить на $x(x-2)y(y+2)$ обе части

$$-y(y+2) + x(x-2) + 5(x-y-2) = 0$$

$$x^2 - 2x - y^2 - 2y + 5(x-y-2) = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Значит, I и II условия удовлетворяют орды и те же пары $(x; y)$ (как также, что x и y одной четности)

Значит, их объединение ~~вариантов~~ — 24 ~~варианта~~ (ровно столько, сколько ~~вариантов~~ в I)

Ответ: 24 пары



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

проверим $(x; y)$ на удовлетворение данному уравнению

$$\begin{cases} x = -y + 2k \\ x = \frac{y}{3} + \frac{2k}{3} \end{cases} \quad | k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{I} \begin{cases} x + y = 2k \\ \text{II} \begin{cases} 3x - y = 2k \end{cases} \quad | k \in \mathbb{Z}$$

I случай

$$x + y = 2k \quad | k \in \mathbb{Z} \quad (\Leftrightarrow x \text{ и } y \text{ одной чётности})$$

$$1. y = -2 \Rightarrow x - 2 = 2k$$

$$x = 2k + 2$$

$$x = 2(k+1) \text{ — подойдёт любая чётность } x$$

$(-6; -4; -2; 0; 2; 4 \text{ — 6 вариантов})$

$$2. y = -1$$

$$x - 1 = 2k$$

$$x = 2k + 1 \text{ — подойдёт любая нечётность } x$$

$(-5; -3; -1; 1; 3; 5 \text{ — 6 вариантов})$

$$3. y = 0$$

$$x = 2k \text{ (Аналогично, 6 вариантов)}$$

$$4. y = 1 \text{ (Аналогично, 6 вариантов)}$$

$$x = 2k - 1$$

Всего в I случае $6 \cdot 4 = 24$ варианта

II случай

$$3x - y = 2k \quad | k \in \mathbb{Z}$$

$$2x - (x + y) = 2k$$

$$x + y = 2x - 2k$$

$$x + y = 2(x - k)$$

$$x + k = n$$

$$\Rightarrow k = x - n$$

$$x + y = 2n \text{ — случай, аналогичный первому}$$

где $n \in \mathbb{Z}$ (достаточно взять $k = x - n$)

$$2x + (x - y) = 2k$$

$$x - y = 2(k - x)$$

Понятно, что $k - x \in \mathbb{Z}$ и может принимать любые

значения $n = k - x$. Достаточно взять $k = n + x$.

$$\Rightarrow x - y = 2n \quad | n \in \mathbb{Z} \quad (\Leftrightarrow x \text{ и } y \text{ одной чётности})$$



1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{3}$

а) все пары $(x; y)$, что

$$(\sin \pi x + \sin \pi y) \cdot \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cdot \cos \pi x$$

$$\sin^2 \pi x + \sin \pi x \cdot \sin \pi y = \cos^2 \pi x - \cos \pi x \cdot \cos \pi y$$

$$\cos^2 \pi x - \sin^2 \pi x = \cos \pi x \cos \pi y + \sin \pi x \sin \pi y$$

$$\cos(2\pi x) = \cos(\pi x - \pi y)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2\pi x = \pi x - \pi y + 2\pi k \\ 2\pi x = -\pi x + \pi y + 2\pi k \end{cases} \quad | k \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} 2x = x - y + 2k \\ 2x = -x + y + 2k \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -y + 2k \\ 3x = y + 2k \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -y + 2k \\ x = \frac{y}{3} + \frac{2}{3}k \end{cases} \quad | k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $(-y + 2k; y); (\frac{y}{3} + \frac{2k}{3}; y) \mid y \in \mathbb{R}, k \in \mathbb{Z}$

б) все пары $(x; y)$, $x \in \mathbb{Z}, y \in \mathbb{Z}$

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi \Rightarrow \left| \frac{x}{6} \right| \leq 1, \left| \frac{y}{2} \right| \leq 1$$

так как $\arcsin t \leq \frac{\pi}{2}$, то
 $-1,5 \leq \frac{x}{6} \leq 1$

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} \leq \pi$$

равенство выполняется лишь в случае

$$\begin{cases} \arcsin \frac{x}{6} = \frac{\pi}{2} \\ \arcsin \frac{y}{2} = \frac{\pi}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{6} = 1 \\ \frac{y}{2} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 2 \end{cases}$$

при $(x; y) = (6; 2)$ неравенство не выполняется, при остальных допустимых $(x; y)$ — выполняется

$$\left| \frac{x}{6} \right| \leq 1$$

$$|x| \leq 6$$

$$x \in \mathbb{Z}, x \neq 6$$

$$\Rightarrow x \in \{-6; -5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5\}$$

$$\left| \frac{y}{2} \right| \leq 1$$

$$|y| \leq 2, y \in \mathbb{Z}, y \neq 2 \Rightarrow y \in \{-2; -1; 0; 1\}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$k = 9 \text{ (билетов)} \quad k > 4 \vee$$

Значит, в конце месяца было возвращено 9 билетов

Ответ: 9 билетов



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4

Пусть в классе N человек. (Понятно, что $N > 4$, иначе вероятности в начале и конце месяца были бы по 100%)

1) Количество способов раздать 4 билета среди N людей равно $C_N^4 = \frac{N!}{(N-4)! 4!} = \frac{N(N-1)(N-2)(N-3)}{2 \cdot 3 \cdot 4}$

Количество случаев, что у Васи и Пети есть билеты равно C_{N-2}^2 (количество способов раздать оставшиеся 2 билета остальным одноклассникам)

$$C_{N-2}^2 = \frac{(N-2)!}{(N-4)! 2!} = \frac{(N-2)(N-3)}{2}$$

тогда искомая вероятность (в начале месяца) равна

$$P_0 = \frac{C_{N-2}^2}{C_N^4} = \frac{(N-2)(N-3) \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{2 \cdot N(N-1)(N-2)(N-3)} = \frac{12}{N(N-1)}$$

$$P_0 = \frac{12}{N(N-1)}$$

2) Пусть билетов станет k , $k > 4$

Аналогично, количество всех случаев (раздать k билетов среди N людей) равно C_N^k

Количество удовлетворяющих случаев (что Петька и Вася получат билеты) равно C_{N-2}^{k-2} (раздать оставшиеся $k-2$ билета $N-2$ людям)

Искомая вероятность в конце месяца будет

$$P = \frac{C_{N-2}^{k-2}}{C_N^k} = \frac{N! (k-2)! (N-k)!}{k! (N-k)! (N-2)!} = \frac{N(N-1)}{k(k-1)}$$

$$P = \frac{C_{N-2}^{k-2}}{C_N^k} = \frac{(N-2)! k! (N-k)!}{(k-2)! (N-k)! \cdot N!} = \frac{k(k-1)}{N(N-1)}$$

3) По условию $P = 6P_0$

$$\frac{k(k-1)}{N(N-1)} = 6 \cdot \frac{12}{N(N-1)}$$

$$k(k-1) = 6 \cdot 12$$

$$k^2 - k - 6 \cdot 12 = 0 \quad k^2 - k - 72 = 0$$

$$(k+8)(k-9) = 0 \quad \begin{cases} k = -8 \times \\ k = 9 \checkmark \end{cases} \quad (k > 4)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$14.25 \cdot \frac{85-84\cos\alpha}{16\cos^2\alpha(1-\cos^2\alpha)} \left(\cos^2\alpha - 1 + \frac{225 \cdot 9}{14.25 \cdot \frac{85-84\cos\alpha}{16\cos^2\alpha(1-\cos^2\alpha)}} \right) =$$

$$= 125$$

$$25 \cdot \frac{85-84\cos\alpha}{4\cos^2\alpha(1-\cos^2\alpha)} \left(\cos^2\alpha - 1 + \frac{9 \cdot 4(1-\cos^2\alpha)}{85-84\cos\alpha} \right) = 125$$

$$25 \cdot \frac{85-84\cos\alpha}{4(1-\cos^2\alpha)} - 25 \cdot \frac{85-84\cos\alpha}{4\cos^2\alpha(1-\cos^2\alpha)} + \frac{9 \cdot 4 \cdot 25}{4\cos^2\alpha} = 125$$

$$25 \cdot \frac{85-84x}{4(1-x^2)} - 25 \cdot \frac{85-84x}{4x^2(1-x^2)} + \frac{9 \cdot 25}{x^2} = 125 \quad | \cdot x^2(1-x^2)$$

$$\frac{25 \cdot (85-84x)x^2}{4} - \frac{25(85-84x)}{4} + 9 \cdot 25(1-x^2) = 125x^2(1-x^2)$$

$$25 \cdot 85x^2 - 25 \cdot 84x^3 - 25 \cdot 85 + 25 \cdot 84x + 9 \cdot 25(1-x^2) = 125x^2(1-x^2)$$

$$2125x^2 - 2100x^3 - 2125 + 2100x + 225 - 225x^2 = 125x^2 - 125x^4$$

$$85x^2 - 84x^3 - 85 + 84x + 36 - 36x^2 = 20x^2 - 20x^4$$

$$20x^4 - 84x^3 + 29x^2 + 84x - 49 = 0$$

$$\begin{array}{r} 20 \quad -84 \quad 29 \quad 84 \quad -49 \\ \underline{7} \quad 20 \quad -70 \quad -20 \quad 70 \quad 0 \end{array}$$

$$(x - \frac{7}{10})(20x^3 - 70x^2 - 20x + 70) = 0$$

$$(x - \frac{7}{10})(2x^3 - 7x^2 - 2x + 7) = 0$$

$$(x - \frac{7}{10})(2(x^3 - x) - 7(x^2 - 1)) = 0$$

$$(x - \frac{7}{10})(2x(x^2 - 1) - 7(x^2 - 1)) = 0$$

$$(x - \frac{7}{10})(2x - 7)(x^2 - 1) = 0$$

$$\begin{cases} x = \frac{7}{10} \quad \checkmark \\ x = \frac{7}{2} \quad \times \\ x^2 = 1 \quad \times \end{cases}$$

$$x = \cos\alpha, \quad 0^\circ < \alpha < 90^\circ \text{ (т.к. } \triangle ABC \text{ - острый)}$$

$$\Rightarrow |x| < 1$$

$$\Rightarrow \cos\alpha = \frac{7}{10}$$

$$\sin\alpha = +\sqrt{1-\cos^2\alpha} = \sqrt{1-\frac{49}{100}} = \sqrt{\frac{51}{100}} = \frac{\sqrt{51}}{10}$$

$$S_{\triangle ABC} = AB \cdot AC \cdot \sin\alpha \cdot \frac{1}{2} = 30 \cdot 35 \cdot \frac{\sqrt{51}}{10} \cdot \frac{1}{2} = \frac{105\sqrt{51}}{2}$$

$$\text{Ответ: } S_{\triangle ABC} = \frac{105\sqrt{51}}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{15}{2} = \cos \alpha \cos \beta \cdot r \Rightarrow \cos \beta = \frac{15}{2r \cos \alpha}$$

По т. косинусов $\triangle BOP$

$$OP^2 = OB^2 + BP^2 - 2 \cdot OB \cdot BP \cdot \cos \beta$$

$$4r^2 \sin^2 \beta = 4r^2 \cos^2 \alpha + 25 - 2 \cdot 2r \cos \alpha \cdot 5 \cdot \cos \beta$$

$$4r^2 \sin^2 \beta = 4r^2 \cos^2 \alpha + 25 - 20 \cdot \frac{15}{2}$$

$$4r^2 \sin^2 \beta = 4r^2 \cos^2 \alpha + 25 - 150$$

$$4r^2 \sin^2 \beta = 4r^2 \cos^2 \alpha - 125$$

$$4r^2 (\cos^2 \alpha - \sin^2 \beta) = 125$$

$$\sin^2 \beta = 1 - \cos^2 \beta = 1 - \left(\frac{15}{2r \cos \alpha} \right)^2 =$$

$$= 1 - \frac{225}{4r^2 \cos^2 \alpha}$$

$$4r^2 \left(\cos^2 \alpha - 1 + \frac{225}{4r^2 \cos^2 \alpha} \right) = 125 \quad (1)$$

$$\angle AOC = 360 - \angle BOA - \angle BOA = 360 - 180 - 2\beta - 2\alpha = 180 - 2\beta - 2\alpha$$

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOC = 90 - (\alpha + \beta)$$

(вписан в $\odot_1$)

По т. синусов

5. По т. косинусов $\triangle ABC$:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos \alpha$$

$$(2R \sin \alpha)^2 = 30^2 + 35^2 - 2 \cdot 30 \cdot 35 \cos \alpha \quad (R = 2r \cos \alpha)$$

$$4r^2 \sin^2 \alpha \cdot 4 \cos^2 \alpha = 2125 - 2100 \cos \alpha$$

$$16r^2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 2125 - 2100 \cos \alpha$$

$$16r^2 \cos^2 \alpha (1 - \cos^2 \alpha) = 2125 - 2100 \cos \alpha$$

$$r^2 = \frac{2125 - 2100 \cos \alpha}{16 \cos^2 \alpha (1 - \cos^2 \alpha)}$$

$$r^2 = 25 \cdot \frac{85 - 84 \cos \alpha}{16 \cos^2 \alpha (1 - \cos^2 \alpha)}$$

подставим в (1)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5

Дано:

O - центр опис. $\triangle ABC$

$AP = 25$; $BP = 5$; $AC = 35$

$S_{\triangle ABC} = ?$

1. Пусть радиусы ω_1 и ω_2 соответственно равны R и r

2. Пусть $\angle BAC = \alpha$
по т. синусов $\triangle ABC$

$$\frac{BC}{\sin \alpha} = 2R$$

$$BC = 2R \sin \alpha$$

по т. синусов $\triangle BOC$ ($\angle BOC = 2\angle BAC = 2\alpha$, т.к. O - центр опис. окружности $\triangle ABC$)

$$\frac{BC}{2 \sin \alpha} = 2r$$

$$\frac{2R \sin \alpha}{2 \sin \alpha \cos \alpha} = 2r$$

$$R = 2r \cos \alpha$$

3. Пусть $\angle OAB = \beta$
тогда $\angle OBA = \beta$ ($\triangle AOB$ - $\triangle$)

4. По т. синусов $\triangle BPO$

$$\frac{PO}{\sin \beta} = 2r$$

$$PO = 2r \sin \beta$$

~~$$OP^2 = OB^2 + PB^2 - 2 \cdot OB \cdot PB \cdot \cos \beta$$~~

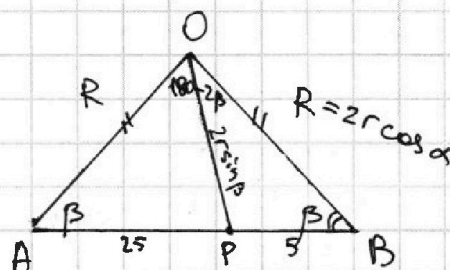
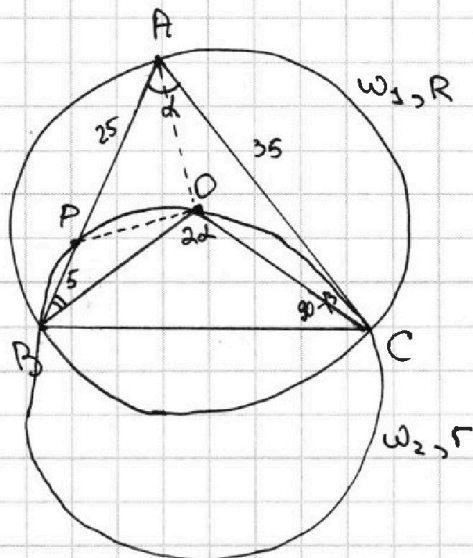
~~$$4r^2 \sin^2 \beta = 4r^2 \cos^2 \alpha$$~~

По т. синусов $\triangle ABC$ ($\angle BCA = \frac{1}{2} \angle BOA = \frac{1}{2} (180 - 2\beta) = 90 - \beta$)

$$\frac{AB}{\sin \angle BCA} = 2R$$

$$AB = 2 \cdot (2r \cos \alpha) \cdot \sin(90 - \beta)$$

$$30 = 4 \cos \alpha \cos \beta r$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

таким образом

$$P(\alpha) = 2(\sqrt{119 + \sin^2 \alpha} + \sqrt{119 + \cos^2 \alpha}) + 13\pi$$

~~$$P(\alpha) = 2(\sqrt{119 + \sin^2 \alpha} + \sqrt{119 + \cos^2 \alpha}) + 13\pi$$~~

$$\sqrt{119 + \sin^2 \alpha} = a$$

$$\sqrt{119 + \cos^2 \alpha} = b$$

По нер-ву о средних

$$\sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}} \geq \frac{a+b}{2} \quad \text{равенство выполняется если } a=b$$

$$a+b \leq 2\sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}$$

$$P(\alpha) = 2(a+b) + 13\pi \leq 4 \cdot \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}} + 13\pi =$$

$$= 4\sqrt{\frac{119 + \sin^2 \alpha + 119 + \cos^2 \alpha}{2}} + 13\pi = 4\sqrt{119 + \frac{1}{2}} + 13\pi$$

$$P(\alpha) \leq 4\sqrt{119 + \frac{1}{2}} + 13\pi$$

Равенство достигается тогда и только тогда, когда

$$a=b$$

$$\sqrt{119 + \sin^2 \alpha} = \sqrt{119 + \cos^2 \alpha}$$

$$\sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha$$

$$\tan^2 \alpha = 1 \quad \Leftrightarrow \alpha = \pm \frac{\pi}{4}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha = \frac{\pi}{4} + \pi k \quad | k \in \mathbb{Z} \\ \alpha = -\frac{\pi}{4} + \pi k \quad | k \in \mathbb{Z} \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha = \pm \frac{\pi}{4} + \pi k \quad | k \in \mathbb{Z}$$

проверим

$$\alpha = \pm \frac{\pi}{4} + \pi k$$

$$\Rightarrow \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha = \frac{1}{2}$$

~~$$P(\alpha) = 2(\sqrt{119 + \frac{1}{2}} + \sqrt{119 + \frac{1}{2}}) + 13\pi$$~~

$$P(\alpha) = 2(\sqrt{119 + \frac{1}{2}} + \sqrt{119 + \frac{1}{2}}) + 13\pi = 4\sqrt{119 + \frac{1}{2}} + 13\pi$$

✓ достигается при данных α

$$P(\alpha) \leq 4\sqrt{119 + \frac{1}{2}} + 13\pi$$

$$\Rightarrow \max P(\alpha) = 4\sqrt{119 + \frac{1}{2}} + 13\pi$$

$$M = 4\sqrt{119 + \frac{1}{2}} + 13\pi = 4\sqrt{\frac{239}{2}} + 13\pi = 2\sqrt{478} + 13\pi$$

$$M = 2\sqrt{478} + 13\pi$$

достигается при $\alpha = \pm \frac{\pi}{4} + \pi k \quad | k \in \mathbb{Z}$

Ответ: $M = 2\sqrt{478} + 13\pi$

$$\alpha = \pm \frac{\pi}{4} + \pi k \quad | k \in \mathbb{Z}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что $\angle \ell_1, \ell_2 = 90^\circ$.

$$90^\circ = \angle \ell_1, \ell_2 = \frac{1}{2} \widehat{L_1} + \frac{1}{2} \widehat{L_2} = \frac{1}{2} (\widehat{L_1} + \widehat{L_2}) = \text{const}$$

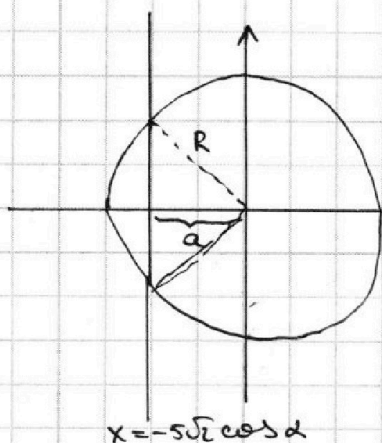
Так как градусная мера дуг не изменяется, ~~и равная 90°~~ ~~то сумма дуг~~

то сумма дуг дуг тоже постоянна

т.к. $\frac{1}{2} \widehat{L_1} + \widehat{L_2} = 180^\circ$, то сумма дуг дуг равна половине дуги окружности

$$\widehat{L_1} + \widehat{L_2} = \frac{2\pi R}{2} = \pi R = 13\pi$$

Найдём h_1



$$a = |-5\sqrt{2} \cos \alpha|$$

По теореме Пифагора

$$\frac{h_1}{2} = \sqrt{R^2 - a^2}$$

$$h_1 = 2\sqrt{169 - (5\sqrt{2} \cos \alpha)^2}$$

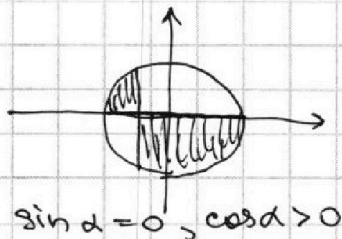
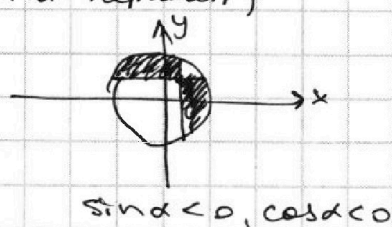
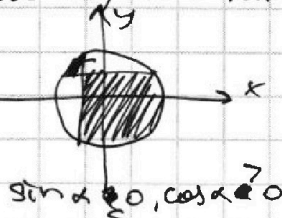
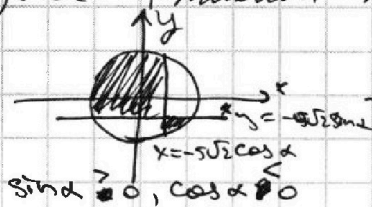
$$h_1 = 2\sqrt{169 - 50 \cos^2 \alpha}$$

$$h_1 = 2\sqrt{119 + \sin^2 \alpha}$$

$$\text{Аналогично получим, } h_2 = 2\sqrt{R^2 - |5\sqrt{2} \sin \alpha|^2} = 2\sqrt{119 + \cos^2 \alpha}$$

$$P = 2(\sqrt{119 + \sin^2 \alpha} + \sqrt{119 + \cos^2 \alpha}) + 13\pi$$

Заметим, что данное равенство справедливо и в обратном случае (таким же путём находится периметр)



и т.д. (справедливо во всех случаях)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6 90(α):

$$\begin{cases} (x + 5\sqrt{2}\cos\alpha) \cdot (y + 5\sqrt{2}\sin\alpha) \leq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 169 \end{cases}$$

$$(x + 5\sqrt{2}\cos\alpha)(y + 5\sqrt{2}\sin\alpha) \leq 0$$

$$\begin{cases} x + 5\sqrt{2}\cos\alpha \leq 0 \\ y + 5\sqrt{2}\sin\alpha \geq 0 \\ x + 5\sqrt{2}\cos\alpha \geq 0 \\ y + 5\sqrt{2}\sin\alpha \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq -5\sqrt{2}\cos\alpha \\ y \geq -5\sqrt{2}\sin\alpha \\ x \geq -5\sqrt{2}\cos\alpha \\ y \leq -5\sqrt{2}\sin\alpha \end{cases}$$

I

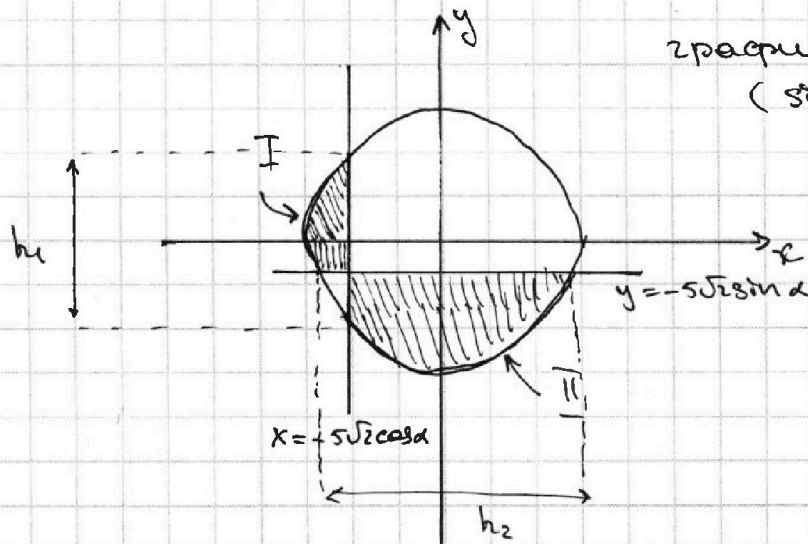
II

$$x^2 + y^2 \leq 169$$

— круг с центром (0;0) и R=13

$$2\pi k < \alpha < \frac{\pi}{2} + 2\pi k$$

зрание для $\sin\alpha > 0, \cos\alpha > 0$



1)

$l_1: x = -5\sqrt{2}\cos\alpha$ — прямая $\perp$ OX

$l_2: y = -5\sqrt{2}\sin\alpha$ — прямая $\perp$ OY

если $x = -5\sqrt{2}\cos\alpha$

$y = -5\sqrt{2}\sin\alpha$

~~$x^2 + y^2 = 50 < 169$~~

$$x^2 + y^2 = 50 < 169$$

$$|-5\sqrt{2}\cos\alpha| \leq 5\sqrt{2} < 13 = R$$

$$|-5\sqrt{2}\sin\alpha| \leq 5\sqrt{2} < 13 = R$$

Значит, l_1 и l_2 пересекаются внутри круга

2) $P = L_I + L_{II} + h_1 + h_2$ — периметр фигуры
где L_I и L_{II} — длины дуг отсекаемых неравенством



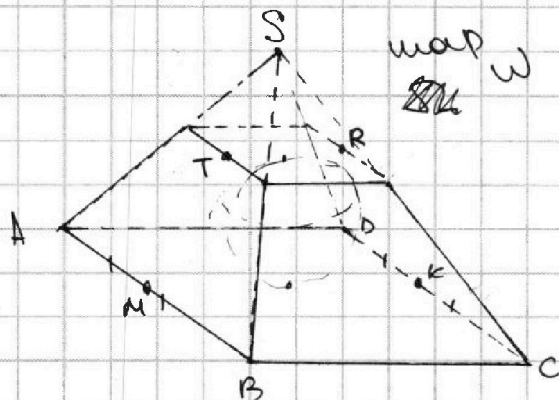
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

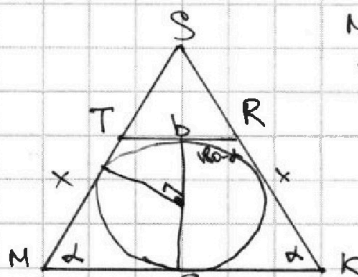
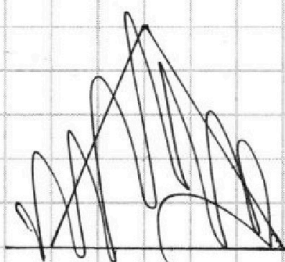
$\sqrt{7}$



Рассмотрим сечение (MSK)

$$MK = a$$

$$TR = b$$

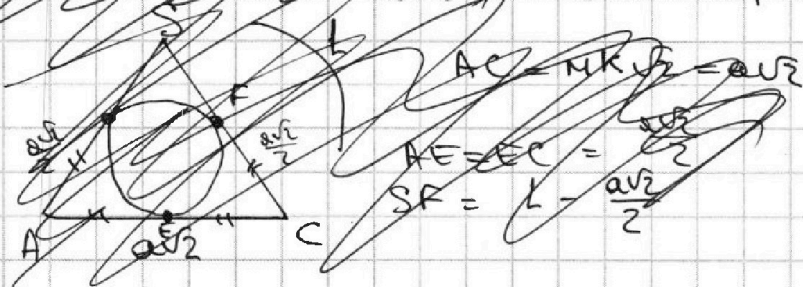


окружность вписана в треугольник
 $\Rightarrow a + b = 2x$

шар Ω касается рёбер в точках M, T, R, K... и других

~~Рассмотрим сечение (ASE)~~

~~(т.е. пересекаем)~~



$$AC = MK \cdot \sqrt{2} = a\sqrt{2}$$

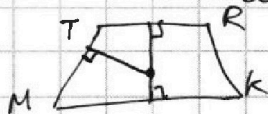
$$AE = EC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$SR = L - \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

(так как Ω касается правильной усеченной пирамиды в её серединах)

$\Rightarrow MTRK$ — ~~описанный~~ равноуг. от центра Ω

$\Rightarrow MTRK$ — описанный чк/чк





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{5}$

$$BC = 35^2 + 30^2 - 2 \cdot 30 \cdot 35 \cdot \cos \alpha$$

$$BC = 2R \sin \alpha$$

$$\frac{BC}{2R \sin \alpha} = 2R$$

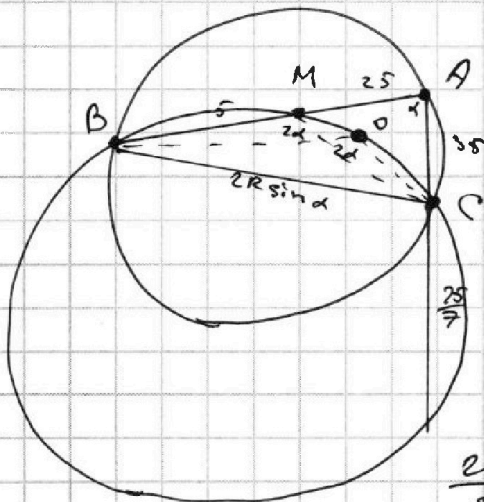
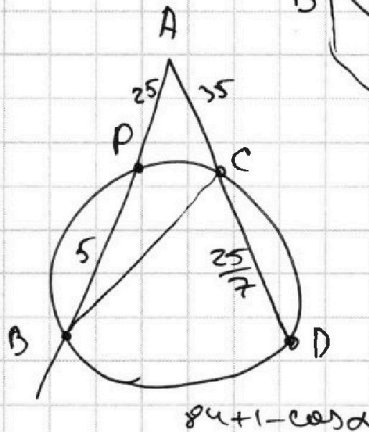
$$BC = 2R \sin \alpha$$

$$4R^2 \sin^2 \alpha = 25^2 + 35^2 - 2 \cdot 25 \cdot 35 \cos \alpha$$

$$\begin{array}{r} 2125 \neq 25 \\ -200 \\ \hline 175 \\ -125 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$2100 \neq 25$$

$$21 \cdot 4$$



$$MC = 2R$$

$$2 \cdot 2R \cos \alpha \cdot \cos \beta = 30$$

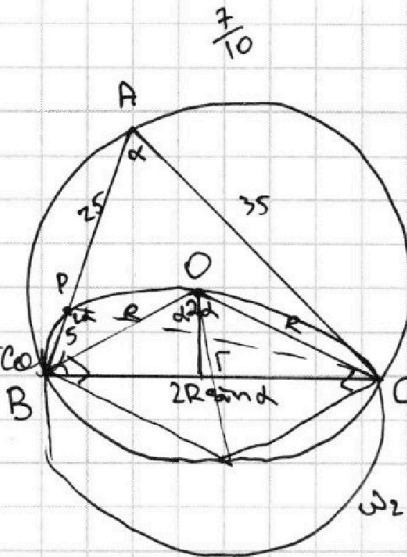
$$\frac{2R \sin \alpha}{\sin 2\alpha} = R$$

$$\frac{2R}{2 \cos \alpha} = R$$

$$\frac{R}{\cos \alpha} = R$$

$$\frac{R}{R} = \cos \alpha$$

$$R = r \cos \alpha$$



$$\begin{array}{r} 2 \\ 35 \\ \times 35 \\ \hline 175 \\ + 105 \\ \hline 1225 \\ 900 \\ \hline 2125 \end{array}$$

$$70 \cdot 30 = 2100$$

$$25 \cdot 8 = 200$$

$$x = \frac{25}{7}$$

$$\frac{25}{\sin \beta} = \frac{5}{\sin \alpha}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 85 \\ \times 25 \\ \hline 425 \\ + 170 \\ \hline 2125 \\ 85 \\ \hline 36 \\ \hline 49 \end{array}$$

$$25 - 150 = -125$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$M = x^3 - y^3 - 6xy = (x)^3 + (-y)^3 - 3(x)(-y)(-2)$$

$$M + (-2)^3 = x^3 + (-y)^3 + (-2)^3 - 3x(-y)(-2) \quad \begin{matrix} 119 \\ 2 \\ 238 \end{matrix}$$

$a=x \quad b=-y \quad c=-2$

$$M - 8 = (x - y - 2)(x$$

$$6 \cdot 12 = 6 \cdot 6 \cdot 2 \quad \begin{matrix} 239 \\ 2 \\ 478 \end{matrix}$$

$$\begin{aligned} (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ac) &= \\ = a^3 + ab^2 + ac^2 - a^2b - abc - a^2c + & \quad k(k-1) \\ + ba^2 + b^3 + bc^2 - ab^2 - b^2c - abc + & \\ + ca^2 + cb^2 + c^3 - abc - bc^2 - ac^2 &= a^3 + b^3 + c^3 - 3abc \end{aligned}$$

$$M - 8 = (x - y - 2)(x^2 + y^2 + 4 + xy - 2y + 2x)$$

$$\begin{aligned} 5(x - y - 2) &= y(y + 2) - x(x - 2) = y^2 + 2y - x^2 + 2x = \\ &= (y - x)(y + x) + 2(y + x) = (y + x)(y - x + 2) = \\ &= -(x + y)(x - y - 2) \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x - y - 2 = 0 \\ 5 = -(x + y) \end{cases} \quad \frac{k(k-1)}{N(N-1)} = 6 \cdot \frac{12}{11 \cdot 10} \quad \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$\begin{aligned} (\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x &= (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x \\ \sin^2 \pi x + \sin \pi x \cdot \sin \pi y &= \cos^2 \pi x - \cos \pi x \cos \pi y \\ \cos^2 \pi x - \sin^2 \pi x &= \cos \pi x \cos \pi y + \sin \pi x \sin \pi y \\ \cos 2\pi x &= \cos(\pi x - \pi y) \quad \frac{3 \cdot 6 \cdot 12}{8} = 9 \end{aligned}$$

4 билета

N орк.

всего билетов раздать $C_N^4 = \frac{N(N-1)(N-2)(N-3)}{2 \cdot 3 \cdot 4}$

~~раз~~ билетов, что 2 билета у п. и в

$$C_{N-2}^2 = \frac{(N-2)(N-3)}{2}$$

$$P = \frac{(N-2)(N-3) \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{2 \cdot N(N-1)(N-2)(N-3)} = \frac{12}{N(N-1)} \quad k \text{ бил.}$$

$$P = \frac{C_{N-2}^2}{C_N^k} = \frac{C_{N-2}^{k-2}}{C_N^k} = \frac{(N-2)!}{(k-2)!(N-k)!} \cdot \frac{k!(N-k)!}{N!} = \frac{k(k-1)}{N(N-1)}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1

(A; B; C)

A - четырехзначное число из одинаковых цифр
 $9 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 9$ чисел (1111, 2222, ..., 9999)

↑
 нельзя 0
 остальные цифры можно

B - трехзначное число, хотя бы одна из цифр 6
 Найдём количество противоположного события - нет цифр 6

$$8 \cdot 8 \cdot 8 = 8 \cdot 8 \cdot 8 = 8 \cdot 81 =$$

↑
 8 цифр (0, 8)
 9 цифр подходит (все кроме 6)

$$A = 1111k, k \in \mathbb{N}$$

$$\begin{array}{r} 1111 \overline{) 1111} \\ \underline{11} \\ 011 \\ \underline{11} \\ 0 \end{array}$$

$$A = 101 \cdot 11 \cdot k, 1 \leq k \leq 9$$

$$A \cdot B \cdot C = n^2$$

$$101 \cdot 11 \cdot k \cdot B \cdot C = n^2 \Rightarrow B = 101 \cdot m$$

$$x, y > 0$$

$$K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y+2} + \frac{5}{(x-2)(y+2)}$$

$$M = x^3 - y^3 - 6xy$$

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y} - \frac{1}{y+2} + \frac{5}{xy} - \frac{5}{(x-2)(y+2)} = 0$$

$$\frac{x-2-x}{x(x-2)} + \frac{y+2-y}{y(y+2)} + 5 \cdot \frac{xy+2x-2y+4-xy}{xy(x-2)(y+2)} = 0$$

$$- \frac{2}{x(x-2)} + \frac{2}{y(y+2)} + 10 \cdot \frac{x-y+2}{xy(x-2)(y+2)} = 0$$

$$\leftarrow -2y(y+2) + 2x(x-2) + 10(x-y+2) = 0$$

$$-y(y+2) + x(x-2) + 5(x-y+2) = 0$$

$$x^2 - 2x - y^2 - 2y + 5(x-y) + 10 = 0$$

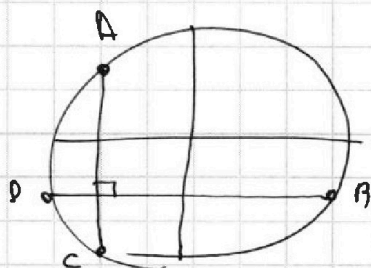
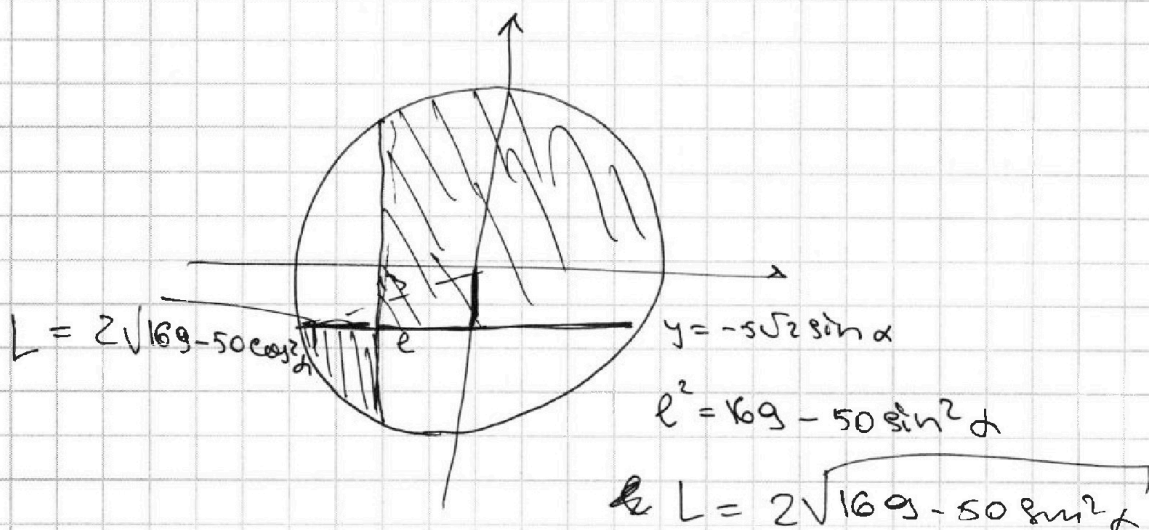


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$90^\circ = \frac{1}{2} \widehat{AB} + \frac{1}{2} \widehat{AC} = \frac{2\pi R}{2} = \pi R = 13\pi$$

$$L = 2\sqrt{169 - 50} \left(2\sqrt{119 + 50 \sin^2 \alpha} + \sqrt{119 + 50 \cos^2 \alpha} \right) + 13\pi$$

$$\frac{L'}{2} = \frac{50 \cdot 2}{2\sqrt{119 + 50 \sin^2 \alpha}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

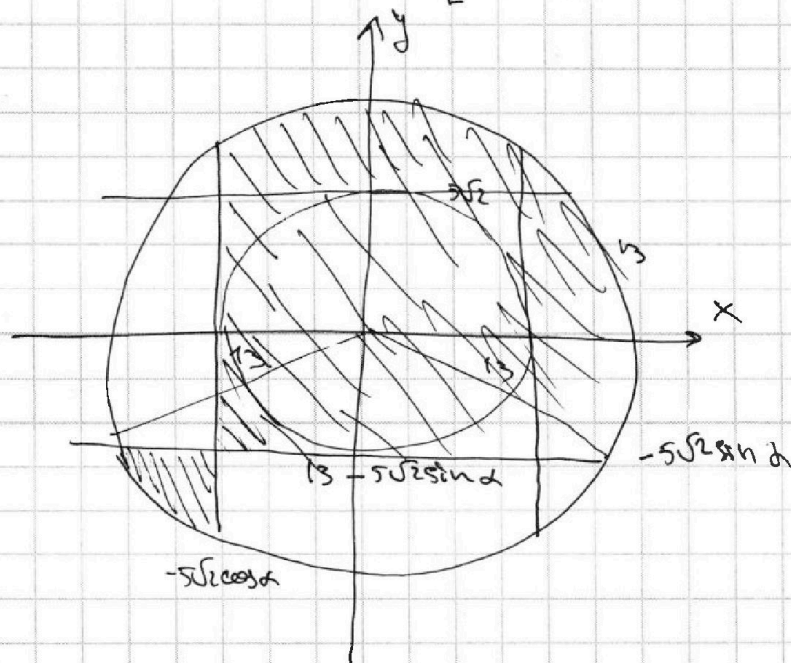
	20	-84	29	84	-49	$5\sqrt{2}$	?	13
$\frac{7}{10}$	20	-70	-20	70	0	50	<	169

$$2x^3 - 7x^2 - 2x + 7 = 2(x^3 - x) - 7(x^2 - 1)$$

$$\begin{cases} (x + 5\sqrt{2}\cos\alpha)(y + 5\sqrt{2}\sin\alpha) \leq 0 & (5\sqrt{2})^2 = 50 \\ x^2 + y^2 \leq 169 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 5\sqrt{2}\cos\alpha \leq 0 \\ y + 5\sqrt{2}\sin\alpha \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq -5\sqrt{2}\cos\alpha \\ y \geq -5\sqrt{2}\sin\alpha \\ x \geq -5\sqrt{2}\cos\alpha \\ y \leq -5\sqrt{2}\sin\alpha \end{cases}$$



S =