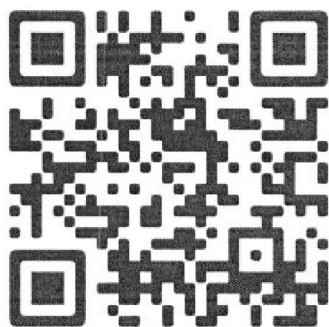




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 6,
 - C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 2, а y — увеличить на 2. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 6xy$.
3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$.
- б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 6 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = 25$, $BP = 5$, $AC = 35$.
6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 5\sqrt{2} \cos \alpha)(y + 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 169. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади верхнего основания пирамиды к площади её боковой поверхности.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Так как $A \cdot B \cdot C = n^2$, где n - натуральное, то $A \cdot B \cdot C$ можно представить в виде $p_1^{2\alpha_1} \cdot p_2^{2\alpha_2} \cdot p_3^{2\alpha_3} \cdot \dots \cdot p_n^{2\alpha_n}$, где $p_1, p_2, \dots, p_n$ - простые числа, $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n$ - натуральные числа.

Рассмотрим число A . Это четырехзначное число, состоящее из одинаковых цифр, то есть A равно $a \cdot 1111$, где $a \in \mathbb{N}$, $a \in [1; 9]$. Заметим, что $1111 = 11 \cdot 101$ ($11, 101$ - простые числа), а значит $A \cdot B \cdot C$ имеет вид $11^{2\alpha_1} \cdot 101^{2\alpha_2} \cdot \dots \cdot p_n^{2\alpha_n}$, то есть $A \cdot B \cdot C$ делится на 11^2 и 101^2 , а значит $(B \cdot C) : 11$; $(B \cdot C) : 101$.

Значит либо B , либо C делится на 101 . Так C - двухзначное, то $B : 101$, то есть $B = 101k$, где $k \in \mathbb{N}$, $k \in [1; 9]$, т.к. B - трехзначное.

Т.к. в числе B есть цифра 6 , то $B = 606 = 101 \cdot 6$.

Заметим, что $B : 11$, а $(B \cdot C) : 11$, тогда $C : 11$, а значит $C = 11m$, где m - натуральное, $m \in [1; 9]$, т.к. C - двухзначное. Т.к. в числе C есть цифра 3 , то $C = 3 \cdot 11 = 33$. Заменим $A \cdot B \cdot C$, имея новые данные: $A \cdot B \cdot C = 1111 \cdot a \cdot 33 \cdot 606 = 11^2 \cdot 101^2 \cdot 3^2 \cdot 2a$. Заметим, что

для того, чтобы $A \cdot B \cdot C$ было квадратом, ^{нат. числа} нужно чтобы $2a$ было квадратом ^{нат. числа}. Т.к. $a \in [1; 9]$ получаем $\begin{cases} a = 2 \cdot (2a = 4) \\ a = 8 \cdot (2a = 16) \end{cases}$
 Ответ: $(2222; 606; 33)$, $(8888; 606; 33)$

$$\begin{cases} a = 2 \cdot (2a = 4) \\ a = 8 \cdot (2a = 16) \end{cases}$$

$$\begin{cases} A = 2222 \\ A = 8888 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Из условия мы знаем, что $x > 0, y > 0$

Из условия также получаем, что:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y+2} + \frac{5}{(x-2)(y+2)} \quad (*)$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ x \neq 2 \end{cases} \quad (1)$$

Тогда:

$$\frac{y+x+5}{xy} = \frac{(y+2)+(x-2)+5}{(x-2)(y+2)}$$

$$\frac{y+x+5}{xy} = \frac{y+x+5}{(x-2)(y+2)}$$

Т.к. $x > 0, y > 0$, то знаменатели никогда не обращаются в 0, то есть на них можно делить.

$$\frac{1}{xy} = \frac{1}{(x-2)(y+2)}$$

$$\frac{(x-2)(y+2) - xy}{xy(x-2)(y+2)} = 0$$

Т.к. условие (1) учитывает нули знаменателей ~~и~~ левой части, то можно написать, что

$$(x-2)(y+2) = xy$$

$$xy - 2y + 2x - 4 = xy$$

$$\begin{cases} y = x - 2 \\ y > 0, x > 0 \text{ — только} \\ x \neq 2 \text{ также } x \text{ и } y \\ \text{появляются из условия} \end{cases}$$

Зная, что $y = x - 2$, М принимает вид:

$$M = x^3 - y^3 - 6xy = x^3 - (x-2)^3 - 6x(x-2) = x^3 - x^3 + 6x^2 - 12x + 8 - 6x^2 + 12x = 8$$

Зн

Такое значение достигается при $x=3, y=1$: $M = 3^3 - 1^3 - 6 \cdot 3 \cdot 1 = 27 - 18 - 6 = 8$, то есть 8 — единственное возможное значение М. Ответ: 8.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \text{a) } x, y \in \mathbb{R} \quad & (\sin \bar{n}x + \sin \bar{n}y) \sin \bar{n}x = (\cos \bar{n}x - \cos \bar{n}y) \cos \bar{n}x \\ & \uparrow \left(\begin{aligned} \sin \alpha + \sin \beta &= 2 \sin \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2} \\ \cos \alpha - \cos \beta &= -2 \sin \frac{\alpha+\beta}{2} \sin \frac{\alpha-\beta}{2} \end{aligned} \right) \\ & 2 \sin \frac{\bar{n}x + \bar{n}y}{2} \cos \frac{\bar{n}x - \bar{n}y}{2} \cdot \sin \bar{n}x = 2 \sin \frac{\bar{n}x + \bar{n}y}{2} \cdot \left(-\sin \frac{\bar{n}x - \bar{n}y}{2} \right) \cdot \cos \bar{n}x \\ & 2 \sin \frac{\bar{n}x + \bar{n}y}{2} \cdot \left(\cos \frac{\bar{n}x - \bar{n}y}{2} \sin \bar{n}x + \sin \frac{\bar{n}x - \bar{n}y}{2} \cos \bar{n}x \right) = 0 \\ & \uparrow \sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha \\ & 2 \sin \frac{\bar{n}x + \bar{n}y}{2} \cdot \sin \left(\frac{\bar{n}x - \bar{n}y}{2} + \bar{n}x \right) = 0 \\ & 2 \sin \frac{\bar{n}x + \bar{n}y}{2} \cdot \sin \frac{3\bar{n}x - \bar{n}y}{2} = 0 \\ & \uparrow \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \sin \frac{\bar{n}x + \bar{n}y}{2} = 0 \\ \sin \frac{3\bar{n}x - \bar{n}y}{2} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{\bar{n}x + \bar{n}y}{2} = \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ \frac{3\bar{n}x - \bar{n}y}{2} = \pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Ответ:

$$\begin{cases} x + y = 2k, k \in \mathbb{Z} \\ 3x - y = 2k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\text{б) } \arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi; x, y \in \mathbb{Z}$$

Из области определения арксинуса:

$$\begin{cases} -1 \leq \frac{x}{6} \leq 1 \\ -1 \leq \frac{y}{2} \leq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} -6 \leq x \leq 6 \\ -2 \leq y \leq 2 \end{cases} \quad (*)$$

т.к. $\arcsin \frac{x}{6} \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$, $\arcsin \frac{y}{2} \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$, то неравенство не выполняется только в одном случае, когда:

① $x + y = 2k, k \in \mathbb{Z}$, то есть подходят такие пары ~~(x, y)~~ x и y , где либо $x:2$ и $y:2$, либо $x:2$ и $y:2$, при этом выполняется условие *.
Таких пар $7 \cdot 3 + 5 \cdot 2 = 41$

② $3x - y = 2k, k \in \mathbb{Z}$. Заметим, что если пара подходит по условию ①, то и по второму тоже, а значит этот случай



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \arcsin \frac{x}{6} = \frac{\pi}{2} \\ \arcsin \frac{y}{2} = \frac{\pi}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=6 \\ y=2 \end{cases} \quad \text{— такая пара не подходит.}$$

можно не рассматривать

Пара (6;2) была подмита в пункте ①, значит мы её исключаем, а всего пар $4! - 1 = 40$.

Ответ: 40.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Х Одноклассников

Пусть одноклассников было x . ~~Всего~~

~~Вариантов~~ Рассмотрим ситуацию в начале, всего

было выдано 4 билета. Кол-во вариантов выдачи

4 билетов на x человек равно C_x^4 . Кол-во вариантов

выдать билеты Петя, Вася и еще двум людям равно

C_{x-2}^{4-2} , ибо это то же самое, что выбрать 2 человек из

$(x-2)$ человек. Тогда вероятность, что Петя и Вася

попадут на концерт в начале была равна $\frac{C_{x-2}^2}{C_x^4} = P_1$.

После теперь выдано n билетов на x одноклассников.

Петя и Вася

Тогда кол-во вариантов выдать n билетов ~~х~~ на

x человек равно C_x^n , а кол-во вариантов выдать $(n-2)$

билета на $(x-2)$ человек C_{x-2}^{n-2} (2 билета ушли Петю и Васю).

Тогда теперь вероятность равна $P_2 = \frac{C_{x-2}^{n-2}}{C_x^n}$. (Стоит также

написать, что $n > 4$). Из условия известно, что;

$$P_1 = P_2$$

$$\frac{C_{x-2}^2}{C_x^4} = \frac{C_{x-2}^{n-2}}{C_x^n}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$6 \cdot \frac{(x-2)!}{(x-4)! 2!} = \frac{(x-2)!}{(x-2)(n-2)! (n-2)!} \cdot \frac{x!}{(x-n)! n!}$$

$$6 \cdot \frac{(x-2)! \cdot 4!}{x! \cdot 2!} = \frac{(x-2)! \cdot n!}{(n-2)! \cdot x!}$$

$$6 \cdot \frac{4!}{2!} = n(n-1)$$

$$6 \cdot 4 \cdot 3 = n(n-1)$$

$$n^2 - n - 72 = 0$$

$$D = 1 + 72 \cdot 4 = 289$$

$$n = \frac{1+17}{2} = 9$$

$$n = \frac{1-17}{2} = -8 \text{ (не подходит, } n \geq 4)$$

Ответ: 9.



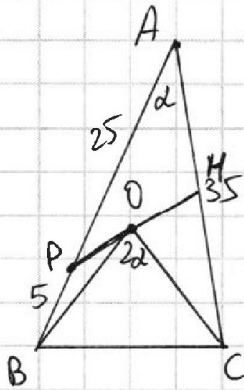
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано:
 $\triangle ABC$ - о/у

w_1 - описанная окр. $\triangle ABC$, центр O.

w_2 - описанная окр. $\triangle BOC$, $w_2 \cap AB = P$

$AP = 25$, $BP = 5$, $AC = 35$

$\angle BAC = \alpha$. Т.к. $\angle BAC$ - вписанный на окружность BC, то $\angle BOC = 2\alpha$.
($\angle BOC$ - центральный на окружности BC)

$BO = OC$ как радиусы описанной окружности w_1 .

$\Downarrow$
 $\triangle BOC$ - р/б; $\angle OBC = \angle OCB = \frac{180^\circ - 2\alpha}{2} = 90^\circ - \alpha$

В окружности w_2 :

$\angle OPB + \angle BCO = 180^\circ$ (опираются на хорду BO с разных сторон)
 $\Downarrow$
 $\angle OPB = 90^\circ + \alpha$

$\angle APO = 180^\circ - \angle OPB = 90^\circ - \alpha$ (как смежные углы)

$\angle PO \cap AC = H$; в $\triangle APH$:

$\angle PHA = 180^\circ - \alpha - (90^\circ - \alpha) = 90^\circ \Rightarrow \triangle APH$ - п/у

~~по теореме~~ $O \in PH$, $PH \perp AC \Rightarrow PH$ - серединный перпендикуляр к AC

(O - точка серединных пер. $\triangle ABC$)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

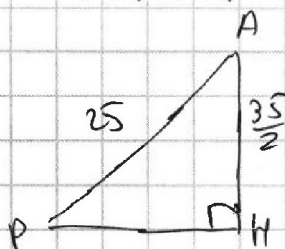
☐☐☐☐☒☐☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Значит $AH = \frac{AC}{2} = \frac{35}{2}$

В $\triangle APH$:



$$\cos PAH = \frac{35}{2 \cdot 25} = \frac{5 \cdot 7}{2 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{7}{10}$$

↓

$$\sin PAH = \sqrt{1 - \cos^2 PAH} = \sqrt{1 - \frac{49}{100}} = \frac{\sqrt{51}}{10}$$

$$S_{ABC} = AB \cdot AC \cdot \frac{1}{2} \sin PAH = (25+5) \cdot 35 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{51}}{10} = \frac{525\sqrt{51}}{10}$$

Ответ: $\frac{525\sqrt{51}}{10}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Периметр фигуры $\phi(\beta)$:

$$P = L(\cup AB) + L(\cup CD) + AC + BD.$$

$\cup AB, \cup CD \subset 180^\circ$

Заметим, что $\angle K \angle AOB = \frac{\cup AB + \cup CD}{2} = 90^\circ$, то:

$\cup AB + \cup CD = 180^\circ$, то есть:

$$L(\cup AB) + L(\cup CD) = \frac{L_{\text{кр}}}{2} = \text{const.}$$

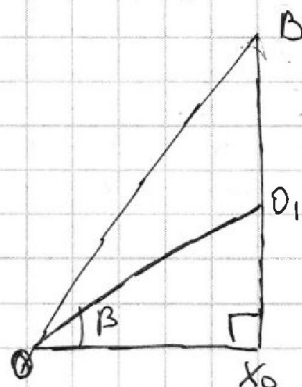
$L_{\text{кр}} - \text{длина окруж.}$
окр. круг из (2) неравенства.

То есть, при изменении $\angle(\beta)$, $L(\cup AB) + L(\cup CD)$ не изменяется; $L(\cup AB) + L(\cup CD) = \frac{2\pi \cdot 13}{2} = 13\pi$

Рассмотрим AC и BD . $AC \parallel Ox$; $BD \parallel Oy$.

$$\begin{aligned} AC &= 2CY_0 \\ BD &= 2BX_0 \end{aligned}$$

Рассмотрим $\triangle BDX_0$:



$$BO = R = 13$$

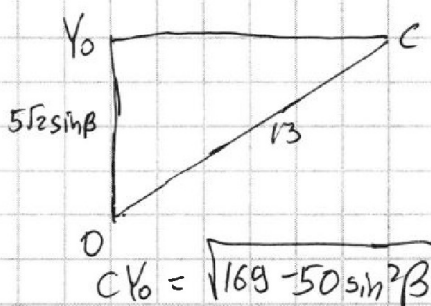
$$OO_1 = r = 5\sqrt{2}$$

$$OX_0 = 5\sqrt{2}\cos\beta$$

По теореме Пифагора:

$$BX_0 = \sqrt{BO^2 - OX_0^2} = \sqrt{13^2 - 50\cos^2\beta}$$

Аналогично в $\triangle CY_0O$:



$$CY_0 = \sqrt{169 - 50\sin^2\beta}$$

$$\text{Тогда } AC + BD = 2\sqrt{169 - 50\cos^2\beta} + 2\sqrt{169 - 50\sin^2\beta}$$

Найдем максимальное значение $AC + BD$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА

4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порец QR-кода недопустима!

$AC+BD > 0 \Rightarrow AC+BD$ максимален, когда $(AC+BD)^2$ максимален.

$$(AC+BD)^2 = 4(169-50\cos^2\beta + 169-50\sin^2\beta) + 8\sqrt{169^2 - 169 \cdot 50 \sin^2\beta - 169 \cdot 50 \cos^2\beta + 50^2 \sin^2\cos^2\beta}$$

$$= \underbrace{4(2 \cdot 169 - 50)}_{\text{const}} + \underbrace{8\sqrt{169^2 - 169 \cdot 50 + 25^2 \sin^2 2\beta}}_{\substack{\text{максимально, когда} \\ \sin^2 2\beta \text{ максимален}}} \quad (*)$$

$$\sin^2 2\beta \in [0; 1]$$

$$\Downarrow$$

$$\sin^2 2\beta = 1$$

~~$(AC+BD)^2_{\max} = 8 \cdot 169 - 250 + 8\sqrt{169^2 - 169 \cdot 50}$~~

$(AC+BD)^2$ максимален, когда $\sin^2 2\beta = 1$, значит

$(AC+BD)$ максимален, когда $\sin^2 2\beta = 1$.

$$\sin^2 2\beta = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2\beta = 1 \\ \sin 2\beta = -1 \end{cases} \quad \begin{cases} 2\beta = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ 2\beta = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\boxed{\beta = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}}$$

При таких значениях $(AC+BD)$ максимален, значит M - максимален.

$$(AC+BD)_{\max} = 2\sqrt{169-50 \cdot \frac{1}{2}} + 2\sqrt{169-50 \cdot \frac{1}{2}} = 4\sqrt{169-25} = 4\sqrt{144} =$$

$$= 4 \cdot 12 = 48$$

$$(\beta = \pi + 2)$$

$$M_{\max} = L(AB) + L(CD) + (AC+BD)_{\max} = 13n + 48 \quad \text{ответ: } 13n + 48;$$

Достигается при $\beta = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow \text{при } \alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

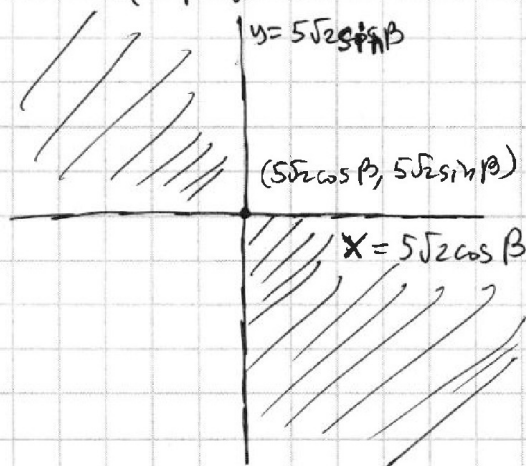
СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

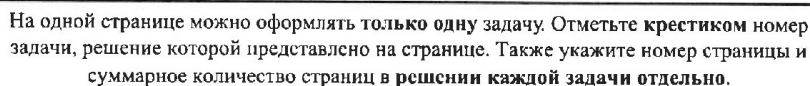
$$\begin{cases} (x + 5\sqrt{2}\cos\alpha)(y + 5\sqrt{2}\sin\alpha) \leq 0 & (1) \\ x^2 + y^2 \leq 169 & (2) \end{cases}$$

(2) 2 ^{неравенство} ~~уравнение~~ - это круг с центром $(0; 0)$ и радиусом 13 ($\sqrt{169}$)

(1) 1 ~~неравенство~~ - области, ограниченные двумя прямыми $x = -5\sqrt{2}\cos\alpha$, $y = -5\sqrt{2}\sin\alpha$. Для того, чтобы было удобнее рассматривать это неравенство, пусть $\beta = \pi + \alpha$, тогда прямые, ограничивающие область решения неравенства: $x = 5\sqrt{2}\cos\beta$, $y = 5\sqrt{2}\sin\beta$. Эти прямые пересекаются в точке $(5\sqrt{2}\cos\beta, 5\sqrt{2}\sin\beta)$ под прямым углом, решением же неравенства являются левая верхняя и правая нижняя части относительно точки пересечения (графическая модель ниже).



Решение неравенства (1)
при $\beta = \pi + \alpha$.

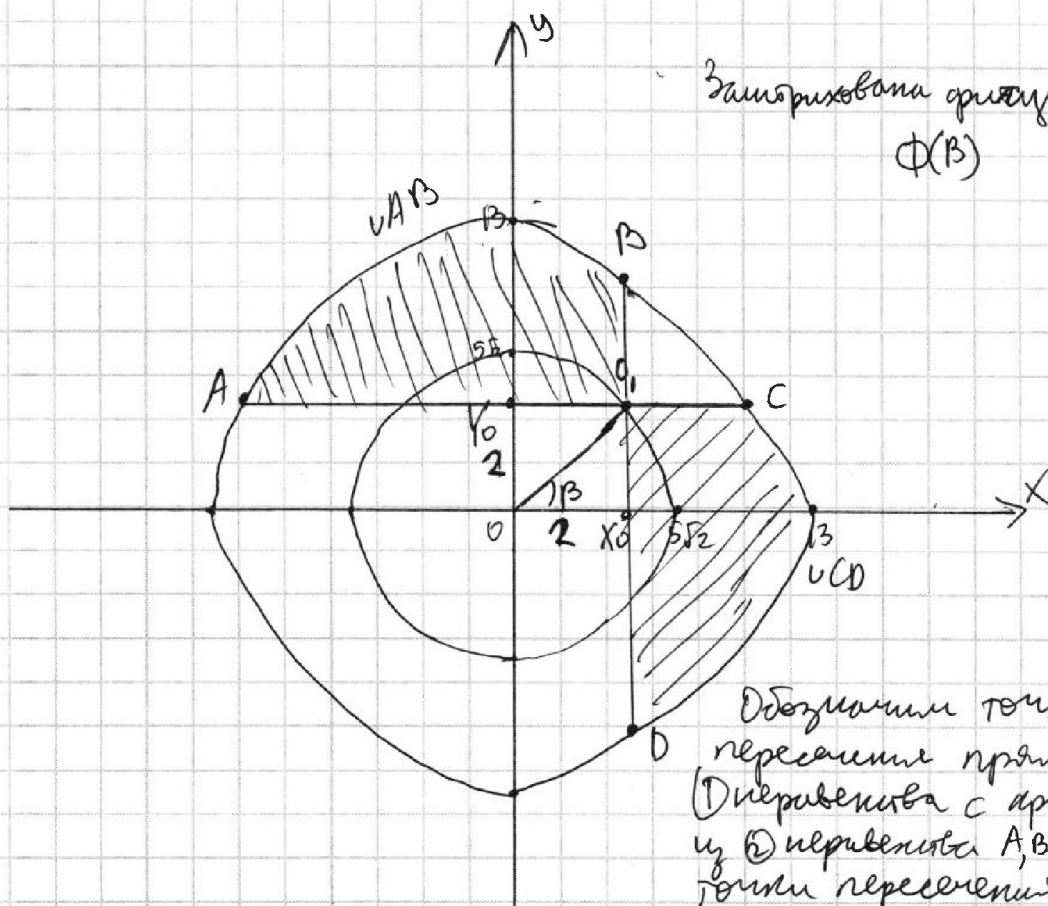


7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заморожена структура $\Phi(B)$



Обозначим точки
 1) пересечения прямых из
 ① неравенства с другими
 из ② неравенства A, B, C, D ;
 точки пересечения прямых
 из ① неравенства и прямых
 Ox и Oy , X_0 и Y_0 .

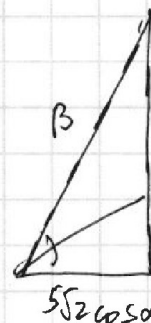
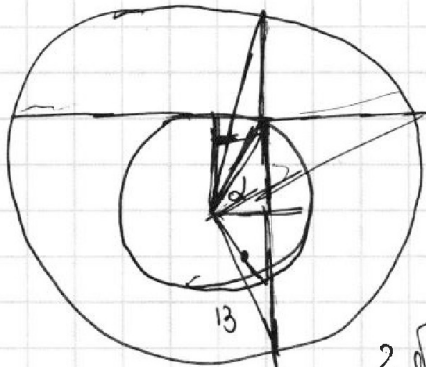
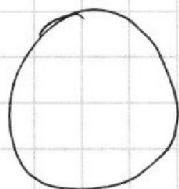


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$2\sqrt{13^2 - 50\cos^2\alpha} + 2\sqrt{13^2 - 50\sin^2\alpha}$$

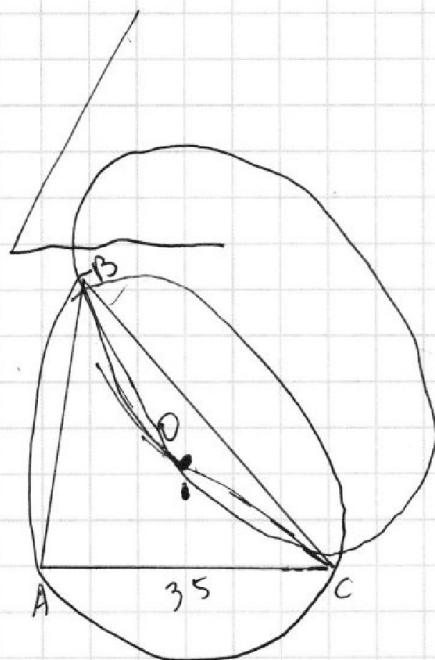
$$2\sqrt{13^2 - 50\cos^2\alpha} + 2\sqrt{13^2 - 50\sin^2\alpha} = b$$

$$\sqrt{13^2 - 50\cos^2\alpha} + \sqrt{13^2 - 50\sin^2\alpha} = b/2$$

$$4(13^2 - 50\cos^2\alpha) + 4(13^2 - 50\sin^2\alpha) + 8\sqrt{13^2 - 50\cos^2\alpha}\sqrt{13^2 - 50\sin^2\alpha} = b^2$$

$$8 \cdot 13^2 - 4 \cdot 50 + 8\sqrt{13^2 - 50\cos^2\alpha}\sqrt{13^2 - 50\sin^2\alpha} + 50 = b^2$$

Вспомогательная формула





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

A - 1111
2222
3333
4444
5555
6666
7777
8888
9999

1111 7
2 158
3 41
4 25
5 61
6 56
7 5

1111 11
101

111 = 110101

B = 606

H. 101

C = 36 / a3
36

B e 6

B 3 101

101
202
303
404
505
606
707
808
909

A = 101101
a = 110101

B = 606 = 10106

3 3 E C

C 11
C 6 3

22
33
44
55
66
77
88
99

A = 101110a

B = 101.6

C = 3B = 1103

101^2 * 11^2 * 6 * 3 * a
03^2 * 2 * a

~~1/x + 1/y + 5/xy = const~~

x ≠ 0
y ≠ 0
x ≠ 2
y ≠ -2

1/x + 1/y + 5/xy = 1/(x-2) + 1/(y+2) + 5/((x-2)(y+2))

y+x+5 = (y+2+x-2)+5
xy = (x-2)(y+2)

xy = (x-2)(y+2) xy = xy - 2y + 2x - 4

M = x^3 - 6xy

2y = 2x - 4

y = x - 2

x^3 - (x-2)^3 - 6(x-2)x

x^3 - (x^3 - 3*2x^2 + 3*4x - 8) - 6x^2 + 12x

x^3 - x^3 + 6x^2 - 12x + 8 - 6x^2 + 12x = 8



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(\sin nx + \sin ny) \sin nx = (\cos nx - \cos ny) \cos nx$$

$$2 \sin \frac{nx+ny}{2} \cos \frac{nx-ny}{2} \sin nx = -2 \sin \frac{nx+ny}{2} \sin \frac{nx-ny}{2} \cos nx$$

$$2 \sin \frac{nx+ny}{2} (\cos \frac{nx-ny}{2} \sin nx + \sin \frac{nx-ny}{2} \cos nx) = 0$$

$$2 \sin \frac{nx+ny}{2} \cdot \sin \left(nx + \frac{nx-ny}{2} \right) = 0$$

$$\sin \left(\frac{nx+ny}{2} \right) \left(\sin \frac{3nx}{2} - \frac{ny}{2} \right) = 0$$

$$x+y=2k$$

$$\frac{nx+ny}{2} = nk$$

$$\frac{3nx-ny}{2} = nk$$

$$3nx-ny=2nk$$

$$3x-y=2k$$

$$x+y=2k$$

$$x+y=2k$$

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2}$$

$$x+y=2k$$

$$-1 \leq 2k \leq 8$$

$$\arcsin x + \arcsin y = \frac{\pi}{2}$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}$$

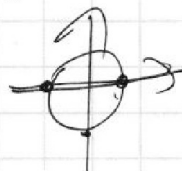
$$\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}$$



$$-1 \leq \frac{x}{6} \leq 1$$

$$-1 \leq \frac{y}{2} \leq 1$$

$$-6 \leq x \leq 6$$

$$-2 \leq y \leq 2$$

$$x=6$$

$$y=2$$

$$x=6$$

$$y=2$$

$$x=6$$

$$y=2$$

$$x=6$$

$$y=2$$

$$x=6$$

$$y=2$$

$$x=6$$

$$y=2$$

$$x=6$$

$$y=2$$

$$x=6$$

$$y=2$$

$$2 \sqrt{169 - 50 \cos 3\varphi + 169 - 50 \sin 3\varphi} + 4(2 \cdot 169 - 50) + 2 \sqrt{169 - 50 \cos 3\varphi} + 4$$

$$2 \sqrt{169 - 50 \cos 3\varphi + 169 - 50 \sin 3\varphi} + 4(2 \cdot 169 - 50) + 2 \sqrt{169 - 50 \cos 3\varphi} + 4$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 35 \\ \hline 175 \\ 35 \\ \hline 525 \end{array} = 35 \sqrt{51}$$

$$\begin{array}{ccccccc} -6 & -4 & -2 & 0 & 2 & 4 & 6 \\ -5 & -3 & -1 & 1 & 3 & 5 & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} -2 & 0 & 2 & 4 & 6 & 8 & 10 \\ -1 & 1 & 3 & 5 & 7 & 9 & \end{array}$$

$$\frac{1}{5} \sin \frac{x}{5}$$

$$6 \cdot \frac{(x-2)!}{(x-4)! \cdot 2!} = \frac{(x-2)! \cdot 4!}{2! \cdot x!}$$

$$4 \Rightarrow 4$$

$$\frac{C_{x-2}^{n-2}}{C_x^n}$$

$$\frac{C_{x-2}^0}{C_x^n} = \frac{C_{x-2}^{n-2}}{C_x^n}$$

$$\frac{C_{x-2}^0}{C_x^n} = \frac{C_{x-2}^{n-2}}{C_x^n}$$

$$\frac{C_{x-2}^0}{C_x^n} = \frac{C_{x-2}^{n-2}}{C_x^n}$$

$$x \dots$$

$$x-2$$

$$x-2$$

$$x-2$$

$$x-2$$

$$x-2$$

$$x-2$$

$$\frac{C_{x-2}^2}{C_x^y} P_{B_n}$$

$$\frac{(x-2)!}{(x-2-2)! \cdot (h-2)!}$$

$$\frac{x!}{(x-2)! \cdot n!} \cdot \frac{(x-2)! \cdot n!}{(h-2)! \cdot x!}$$

$$\frac{n}{4} - n \cdot \frac{1}{4} - \frac{4n}{4} = \frac{3n-n}{2}$$

$$\frac{n}{4} - n \cdot \frac{1}{4} - \frac{4n}{4} = \frac{3n-n}{2}$$

$$\frac{n}{4} - n \cdot \frac{1}{4} - \frac{4n}{4} = \frac{3n-n}{2}$$

$$\frac{n}{4} - n \cdot \frac{1}{4} - \frac{4n}{4} = \frac{3n-n}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

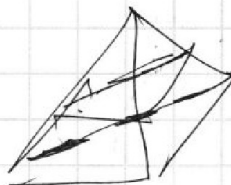
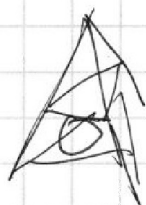
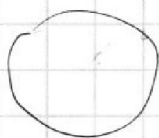
5
☐

6
☐

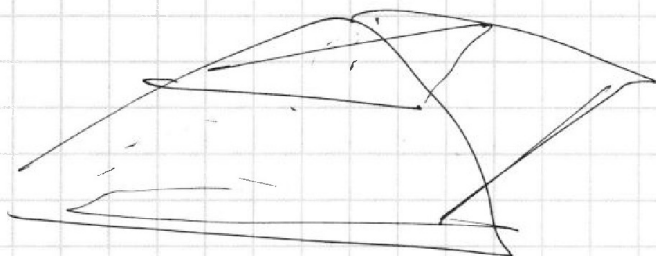
7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$R_{ii} + t_{ii}$



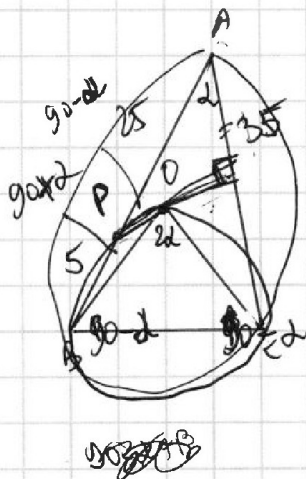
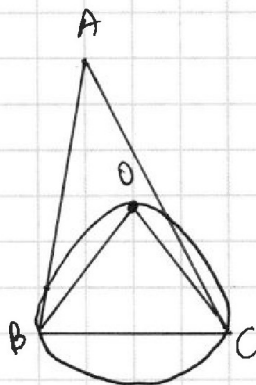
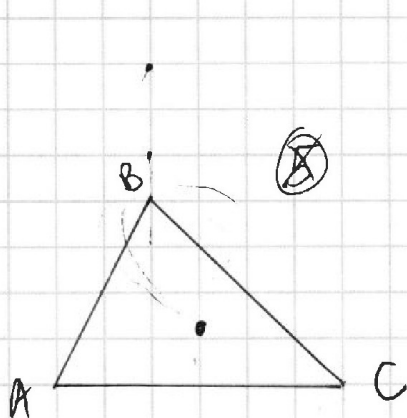


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

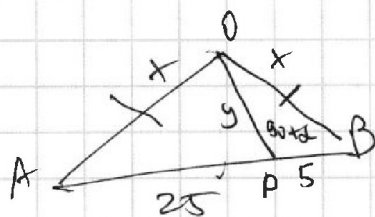


$$\frac{180-2d}{2} = 90-d$$

$$180-(90-d) = 90+d$$

$$180-(90+d) = 90-d$$

$$\frac{180}{2} = 90$$



$$25 + OP^2 = 2 \cdot 5 \cdot OP \cos(90+d) =$$

$$= 25 + OP^2 - 2 \cdot 25 \cdot OP \sin(90-d)$$

$$2 \cdot 5 \sin d + 2 \cdot 25 \sin d OP = 25^2 - 25$$

$$\frac{1}{2} \cdot 25 \cdot \sin(90+d) = \frac{1}{2} \cdot 25 \cdot OP \sin(90-d)$$
$$25 + x^2 - 2 \cdot 25 \cos$$

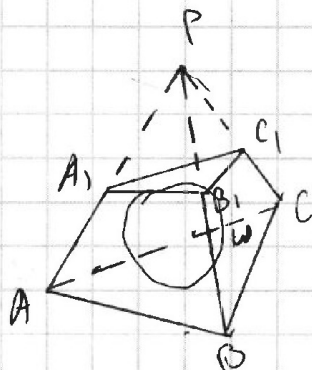


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

