



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел  $(A; B; C)$  такие, что:
  - $A$  — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
  - $B$  — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 6,
  - $C$  — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
  - произведение  $A \cdot B \cdot C$  является квадратом некоторого натурального числа.
2. [3 балла] Положительные числа  $x$  и  $y$  таковы, что значение выражения  $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy}$  не изменяется, если  $x$  уменьшить на 2, а  $y$  — увеличить на 2. Найдите все возможные значения выражения  $M = x^3 - y^3 - 6xy$ .
3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел  $(x; y)$  такие, что  $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$ .  
б) Сколько пар целых чисел  $(x, y)$  удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 6 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
5. [5 баллов] Точка  $O$  — центр окружности  $\omega_1$ , описанной около остроугольного треугольника  $ABC$ . Окружность  $\omega_2$ , описанная около треугольника  $BOC$ , пересекает отрезок  $AB$  в точке  $P$ . Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если  $AP = 25$ ,  $BP = 5$ ,  $AC = 35$ .
6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура  $\Phi(\alpha)$ , состоящая из всех точек, координаты  $(x; y)$  которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 5\sqrt{2} \cos \alpha) (y + 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 169. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение  $M$  периметра (длины границы) фигуры  $\Phi(\alpha)$  и укажите все значения  $\alpha$ , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар  $\Omega$  касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар  $\omega$  касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади верхнего основания пирамиды к площади её боковой поверхности.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

### Задача №1

$$\text{пусть: } \begin{cases} A = 1111 \cdot a \\ a \in [1; 9] \\ a \in \mathbb{N} \end{cases} \Rightarrow A = 11 \cdot 101 \cdot a$$

$$\Rightarrow A(B \cdot C) : 101^2 \Rightarrow \begin{cases} B : 101 & \text{заметьте, что} \\ C : 101 & C \neq 101, \text{ так} \end{cases}$$

как оно двузначное число. Трехзначные множители числа 101 это:  $\{101; 202; 303; 404; 505; 606; 707; 808; 909\}$

$$\Rightarrow B = 606 \Rightarrow A \cdot B \cdot C = (101)^2 \cdot 11 \cdot 6 \cdot a \cdot C$$

$$\Rightarrow C : 101 \text{ (т.к. } a < 11)$$

Какая бы была цифра из цифр числа C равна 3.

$$\Rightarrow C = 33 \Rightarrow A \cdot B \cdot C = (101)^2 \cdot 11^2 \cdot 3^2 \cdot 2a$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a - \text{квадрат натурального числа} \\ a \in [1; 9] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = 8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{Ответ: } (2222; 606; 33) \text{ и } (8888; 606; 33)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1  
☐

2  
☒

3  
☐

4  
☐

5  
☐

6  
☐

7  
☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №2

$$k = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{x+y+5}{xy}$$

Известно, что:

$$\frac{(y+2) + x - 2 + 5}{(x-2)(y+2)} = \frac{x+y+5}{xy} \Rightarrow xy + 2x - 2y - 4 = xy$$

$$\Rightarrow \begin{matrix} x \\ y \end{matrix} \neq 0 \Rightarrow x = y + 2 \Rightarrow M = x^3 - y^3 - 6xy = (y+2)^3 - y^3 - 6y(y+2) \\ = y^3 + 6y^2 + 12y + 8 - y^3 - 12y - 6y^2 = 8$$

Ответ: 8



1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
7 ИЗ 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

### Задача № 3

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & (\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x \\ \Rightarrow & \sin \pi y \cdot \sin \pi x + \cos \pi y \cdot \cos \pi x = \cos^2 \pi x - \sin^2 \pi x \\ \Rightarrow & \cos(\pi x - \pi y) = \cos(2\pi x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow & \begin{cases} \pi x - \pi y = 2\pi x + 2\pi k_1 \\ k_1 \in \mathbb{Z} \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{Отв.} \\ \Rightarrow \end{matrix} \begin{cases} y = -x - 2k_1 \\ k_1 \in \mathbb{Z} \end{cases} \\ & \begin{cases} \pi x - \pi y = -2\pi x + 2\pi k_2 \\ k_2 \in \mathbb{Z} \end{cases} \quad \begin{cases} y = 3x - 2k_2 \\ k_2 \in \mathbb{Z} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\delta) \quad \arcsin x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \frac{x}{6} \neq 1 \\ \frac{y}{2} \neq 1 \\ \frac{x}{6}, \frac{y}{2} \in [-1; 1] \end{cases}$$

Найдем все возможные пары  
где которых выполняется:

$\frac{x}{6}, \frac{y}{2} \in [-1; 1]$ , а также условие из пункта а).

$\Rightarrow$  Все такие пары это:  $(6; 2), (6; 0), (6; -2),$   
 $(5; 1), (5; -1), (4; 2), (4; 0), (4; -2), (3; 1), (3; -1),$   
 $(2; 2), (2; 0), (2; -2), (1; 1), (1; -1), (0; 2), (0; 0), (0; -2)...$

Из них можно выбрать все кроме  $(6; 2) \Rightarrow$  **Отв: 32**



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7  
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

### Задача № 4

Вероятность пойти вместе в начале месяца =  $\frac{C_{n-2}^2}{C_n^4}$

Вероятность пойти вместе в конце месяца =  $\frac{C_{n-2}^{k-2}}{C_n^k}$

Пусть:  $n$  — количество учащихся классиков.

$k$  — количество выданных билетов в конце месяца.

$$\Rightarrow 6 \cdot \frac{C_{n-2}^2}{C_n^4} = 6 \cdot \frac{4!}{2!} \cdot \frac{(n-2)(n-3)}{n(n-1)} = \frac{C_{n-2}^{k-2}}{C_n^k} = \frac{k!}{(k-2)!} \cdot \frac{(n-2)(n-3)}{n(n-1)}$$

$$\Rightarrow 6 \cdot \frac{4!}{2!} = \frac{k!}{(k-2)!} \quad (\text{т.к. } \frac{(n-2)! \cdot n!}{(n-4)! \cdot (n-4)!} = \frac{(n-2)!}{(n-2-k+2)!} \cdot \frac{n!}{(n-k)!})$$

$$\Rightarrow 6 \cdot 3 \cdot 4 = k(k-1) \Rightarrow 9 \cdot 8 = k(k-1) \Rightarrow k = 9$$

$\Rightarrow$  Ответ: 9



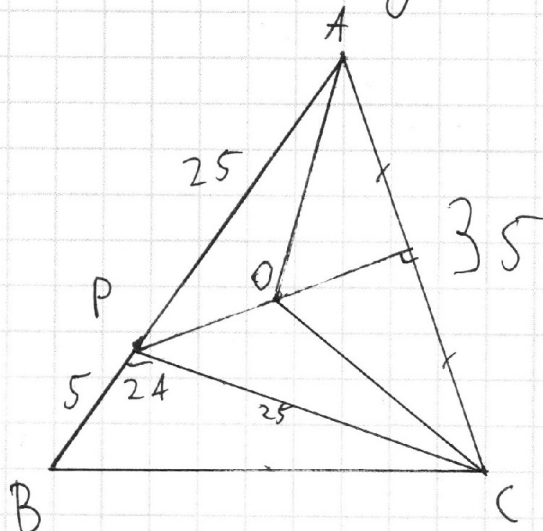
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №5



$$\angle OCB = 90^\circ - \angle A$$

$$\Rightarrow \angle BPO = 90^\circ + \angle A$$

$$\Rightarrow \angle APO = 90^\circ - \angle A$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \angle PAO = 90^\circ - \angle C \\ \angle POC = 90^\circ - \angle A \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \angle POA = 180^\circ - \angle B$$

$$= \angle POC$$

$\Rightarrow \overline{PO}$  — биссектриса в  $\triangle AOC \Rightarrow \overline{PO}$  — сер. перпендикуляр в  $\triangle AOC \Rightarrow \triangle APC$  — равнобедренный

$$\Rightarrow PC = AP = 25. \Rightarrow BPC = 24 \Rightarrow S_{\triangle ABC} = S_{\triangle APC} + S_{\triangle BPC} = \sin(\angle A) \cdot \frac{25 \cdot 35}{2} + \sin(\angle A) \cdot \frac{5 \cdot 25}{2}$$

$$= \frac{\sin(\angle A)}{2} (25 \cdot 35 + 2 \cdot 5 \cdot 25 \cdot \cos A)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos(\angle A) = \frac{AC}{2AP} = \frac{35}{50} = \frac{7}{10} \\ \sin(\angle A) = \sqrt{1 - \cos^2(\angle A)} = \frac{\sqrt{51}}{10} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{51}}{20} \left( 25 \cdot 35 + 2 \cdot 5 \cdot 25 \cdot \frac{7}{10} \right) = \frac{5}{2} \sqrt{51} (35 + 7)$$

$$= \frac{105 \sqrt{51}}{2}$$

Ответ:  $\frac{105 \sqrt{51}}{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  
☐

2  
☐

3  
☐

4  
☐

5  
☐

6  
☒

7  
☐

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

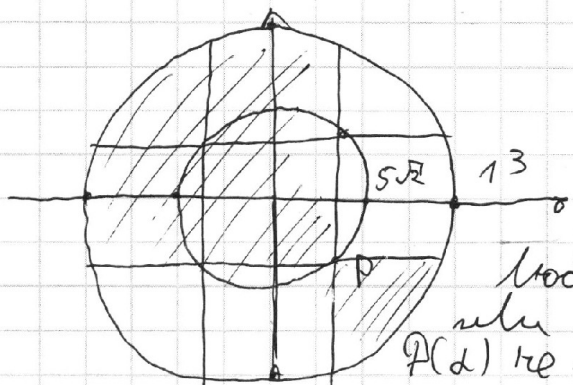
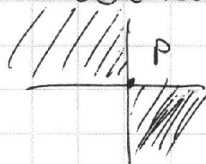
Задача №6

$$(x + 5\sqrt{2} \cos \alpha)(y + 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -5\sqrt{2} \cos \alpha \\ y \geq -5\sqrt{2} \sin \alpha \\ x \geq -5\sqrt{2} \cos \alpha \\ y \leq -5\sqrt{2} \sin \alpha \end{cases}$$

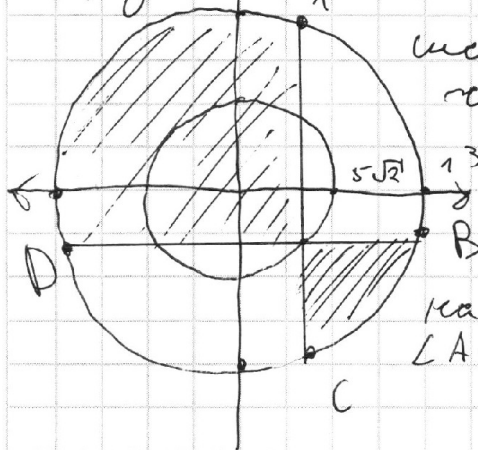
Пусть:  $P$  - точка с координатами  $(-5\sqrt{2} \cos \alpha; -5\sqrt{2} \sin \alpha)$

$\Rightarrow$  Перпендикуляр к отрезку  $OP$  является границей области на плоскости.



Заметим, что  $P$  лежит на окружности радиуса  $5\sqrt{2}$ , а также, что если отразить её относительно любой оси системы координат или точки  $(0;0)$  получится  $P(\alpha)$  не изменится.

$\Rightarrow$  Будем считать что точка  $P$  лежит в 4-й четверти окружности.



Пусть  $AB$  и  $CD$  параллельны оси системы координат и проходят через  $P$  пересекаясь с окружностью радиуса 13 в точках  $A, B, C, D$ .

Заметим, что  $\widehat{AB} + \widehat{CD} = \widehat{BC} + \widehat{AD}$  (можно проверить попарно на разности углов в радианах:  $\angle A - \angle B + \angle C - \angle D = -\angle A + \angle B + \angle C + \angle D$ )



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7  
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №6 (продолжение)

$$\begin{aligned} \Rightarrow \widehat{AD} + \widehat{BC} &= 2\pi \frac{13}{2} = 13\pi, \quad DB + AC \\ &= 2(13^2 - 50\sin^2 2 + 13^2 - 50\cos^2 2) = 2(169 - 50) \\ &= 2 \cdot 119 = 238 \Rightarrow \text{периметр фигуры } P(2) \\ &= 13\pi + 238 \text{ для любого } 2. \end{aligned}$$

Ответ:  $13\pi + 238, 2 \in \mathbb{R}$



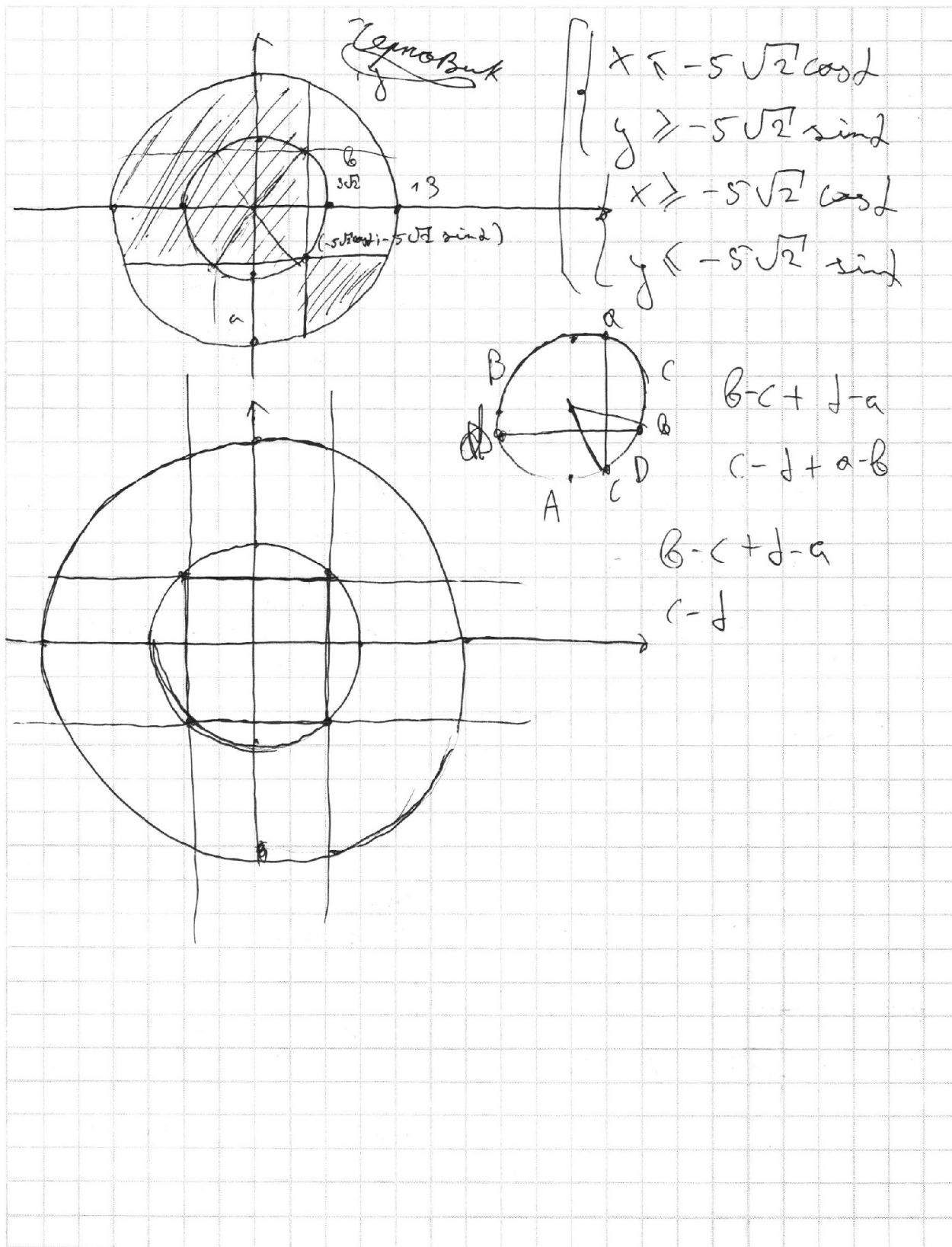


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



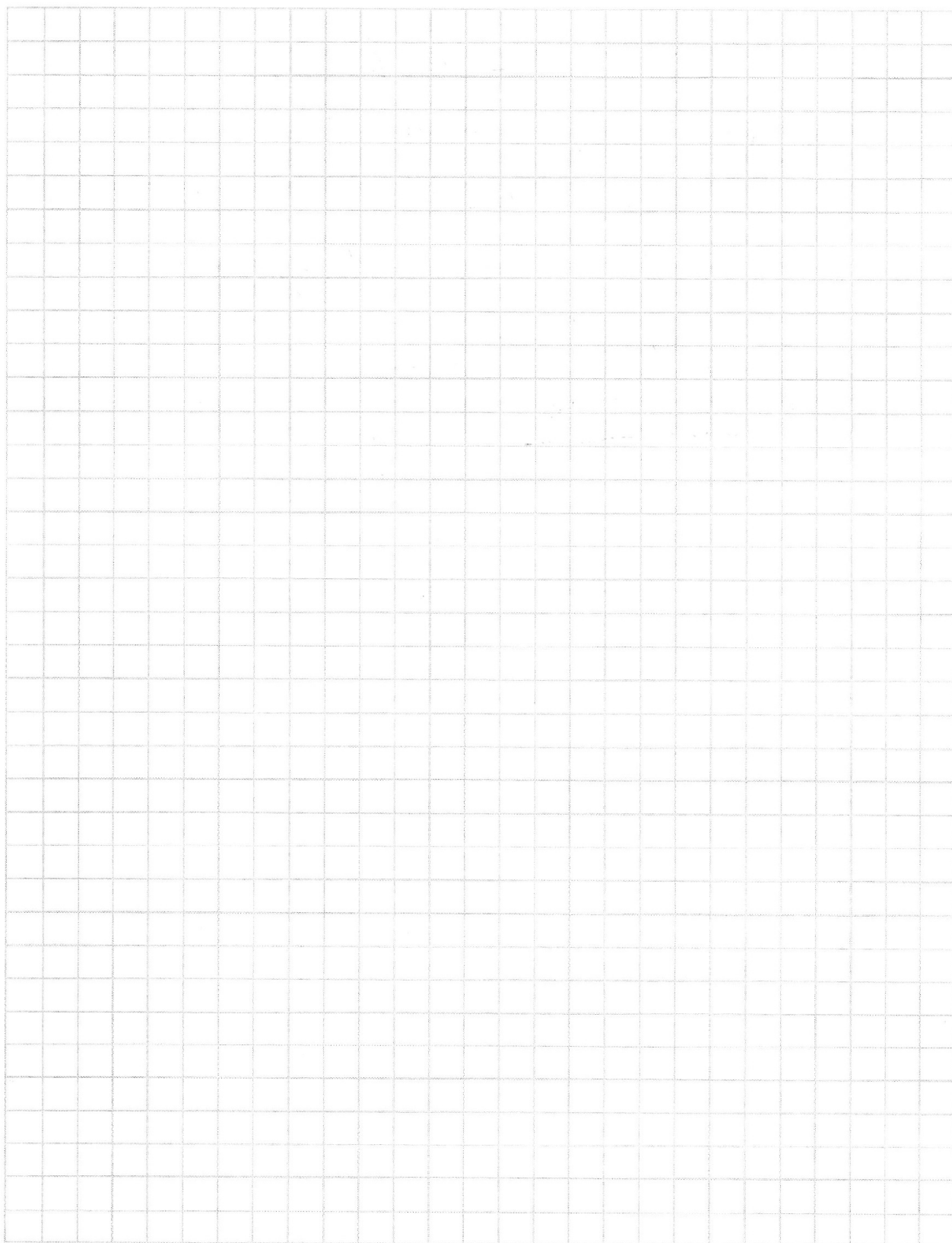


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



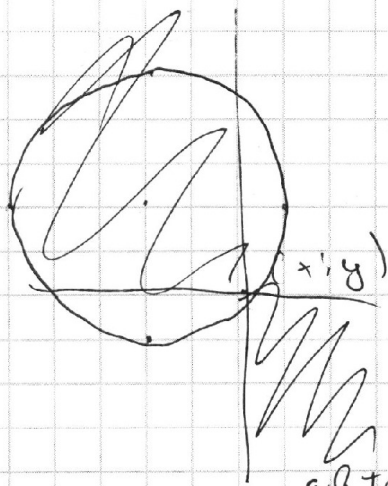


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$x^2 + y^2 = 169 \quad \text{Expressing}$$

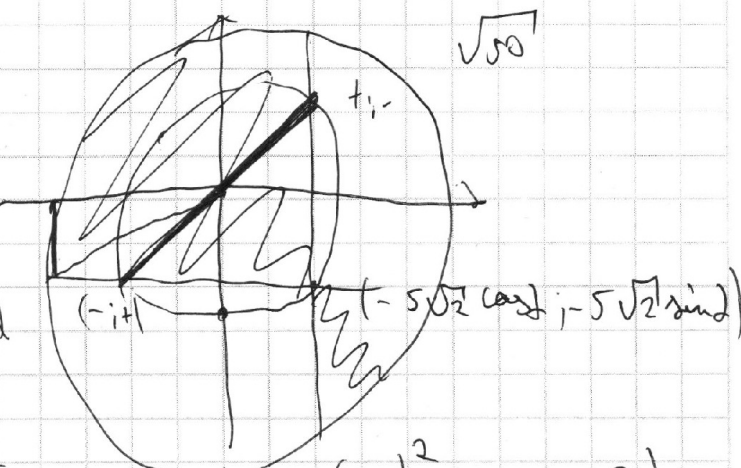
$$y = \sqrt{13^2 - x^2} \quad a-b+c-d = c(b+a-d)$$

$$(x + 5\sqrt{2} \cos d) (y + 5\sqrt{2} \sin d)$$

$$xy + 5\sqrt{2}(x \sin d + y \cos d)$$

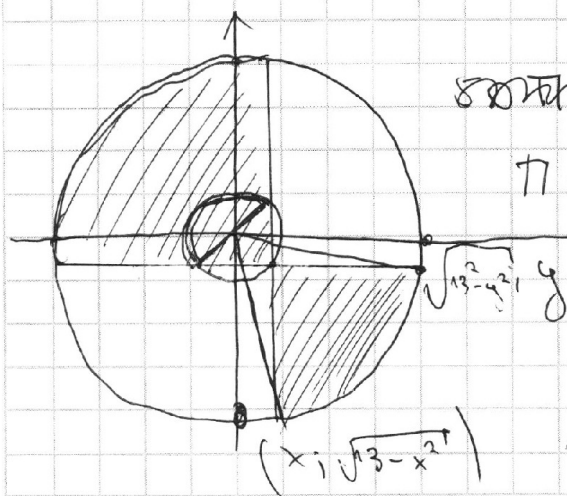
$$+ 50 \sin d \cdot \cos d$$

$$\begin{cases} x \leq -5\sqrt{2} \cos d & \text{or} \\ y \geq -5\sqrt{2} \sin d \\ x \geq -5\sqrt{2} \cos d \\ y \leq -5\sqrt{2} \sin d \end{cases}$$



$$2 \left( (13)^2 - 50 \sin^2 d + (13)^2 - 50 \cos^2 d \right)$$

$$= 2 (169 - 50) = 2 \cdot 119 = 238$$



$$800 \pi \cdot 2 \pi \cdot \frac{50}{13} = 26 \pi$$

$$\pi \cdot \frac{R}{2}$$

$$\arcsin\left(\frac{-5\sqrt{2} \sin d}{13}\right)$$

$$\arccos\left(\frac{-5\sqrt{2} \cos d}{13}\right)$$

$$\arcsin(\sin d) = d$$



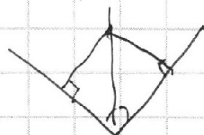
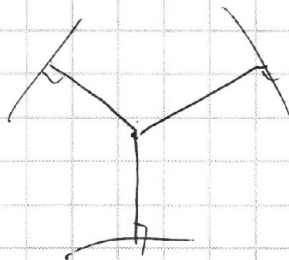
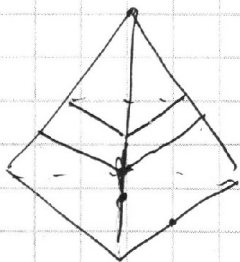
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

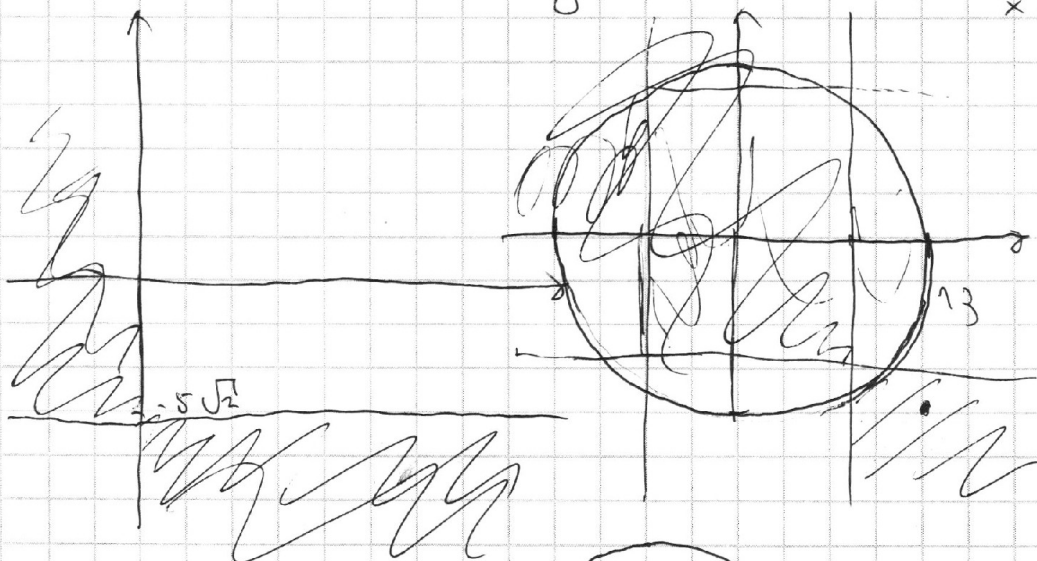
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

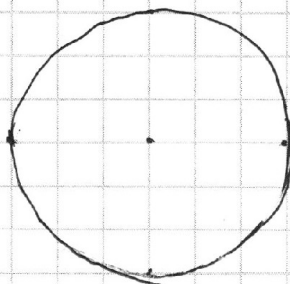


$$(x + 5\sqrt{2}a) \vee (y + 5\sqrt{2}\sqrt{1-a^2}) \leq 0$$
$$x \cdot (y + 5\sqrt{2}) \leq 0$$

$$x \leq -5\sqrt{2}a$$



$$(x+5)(y+5)$$
$$(x+5)(y-5)$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7  
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА  
 \_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\overline{aaaa} = \frac{10^4 - 1}{9} \cdot a \quad \text{2 (b+c) (e+f) (a)} \quad \text{Черновик}$$

$$\overline{6bc} \quad (b+c)(e+f)(a) \begin{cases} = 1 \\ = 0 \end{cases}$$

$$\overline{3ef} \quad acf = \begin{cases} 0 \\ 1 \\ 4 \\ 9 \\ 6 \\ 5 \end{cases}$$

$$1111 = 11 \cdot 101$$

$$\frac{10^4 - 1}{9} \cdot a$$

$$(10^2 - 1)(10^2 + 1) = 11 \cdot 101$$

$$11 \cdot 101 \cdot a \quad \begin{matrix} 101 \\ 600+x \\ 101 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 101 \\ 300+y \\ 101 \end{matrix}$$

$$600+x; 101$$

$$a6b : 101 \rightarrow B = 606$$

$$a6b : 101$$

$$11 \cdot 101 \cdot a \cdot \overline{606} \cdot (\overline{306})$$

$$\begin{cases} 11 \cdot 2 \cdot 6 = 33 \\ 11 \cdot 2 \cdot 6 = 33 \end{cases}$$

$$k = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{x+y+5}{xy}$$

$$M = x^3 - y^3 - 6xy$$

$$xy = (x-2)(y+2)$$

$$\Rightarrow 2x - 2y - 4 = 0$$

$$x = 2 + y$$

$$\begin{aligned} (2+y)^3 - y^3 - 6xy(2+y) &= 8 + 3 \cdot 4 \cdot y + 3 \cdot 2 \cdot y^2 + y^3 - y^3 - 6y^2 - 12y = 8 \\ -6y^2 - 12y &= 8 + 12y + 6y^2 + y^3 - y^3 - 6y^2 - 12y = 8 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

*Черновик*

$(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$

$e^{i\theta} = \sin \theta \cdot i + \cos \theta$

$e^{i\pi x} + e^{i\pi y}$

$\sin^2 \pi x + \sin \pi x \cdot \sin \pi y$

$\sin^2 a + \sin a \cdot \sin b = \cos^2 a - \cos a \cdot \cos b$

$\Rightarrow \sin(a+b) = \cos(a+b) \cos^2 a -$

$\Rightarrow \begin{cases} a+b = \frac{\pi}{4} \\ a+b = -\frac{\pi}{4} \end{cases}$

$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi$

$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{\frac{1}{4} + 2k - x}{2} < \pi$

$k \in [-4; 3]$

$\begin{cases} \pi(x+y) = \frac{\pi}{4} + 2\pi k_2 \\ \pi(x+y) = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y = \frac{1}{4} + 2k_2 \\ x+y = -\frac{1}{4} + 2k_1 \end{cases}$

$\begin{cases} y = \frac{1}{4} + 2k_2 - x \\ y = -\frac{1}{4} + 2k_1 - x \end{cases}$

$\begin{cases} |\frac{x}{6}| \leq 1 \\ |\frac{y}{2}| \leq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |x| \leq 6 \\ |y| \leq 2 \end{cases}$

$\arcsin(x) \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$

$\begin{cases} \frac{x}{6} = 1 \\ \frac{y}{2} = 1 \end{cases}$



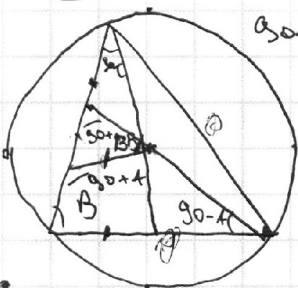
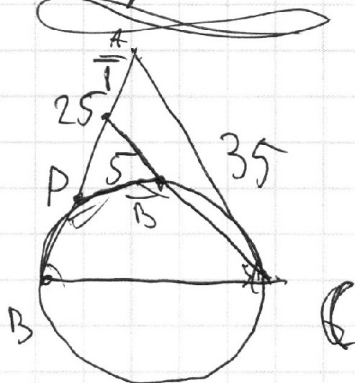
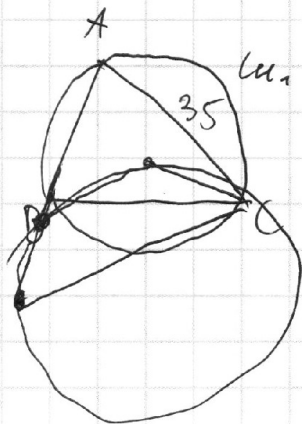
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

*Черновик*



$90^\circ + B$   
5

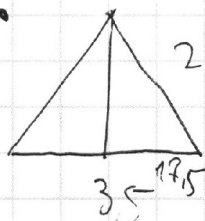
$$\frac{5}{17} = \frac{BC}{35}$$

$$(25 - 17,5) \cdot (42,5)$$

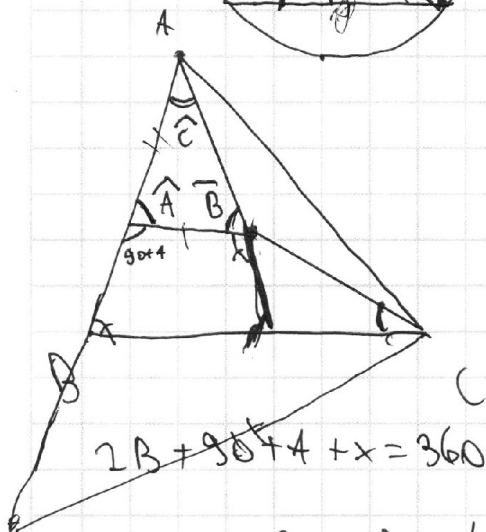
$$7,5 \cdot 42,5$$

$$15 \cdot 85$$

$$5 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 17$$

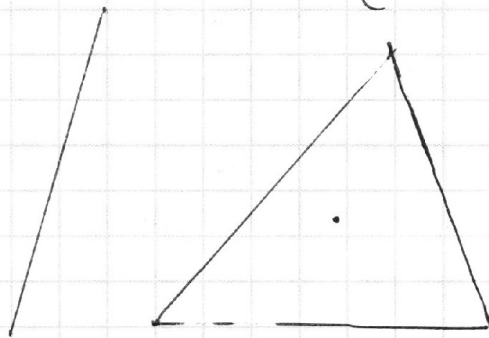
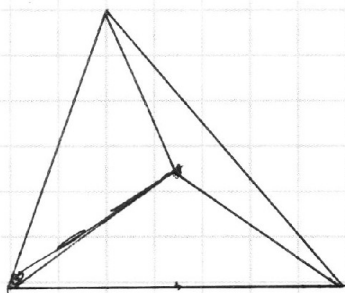
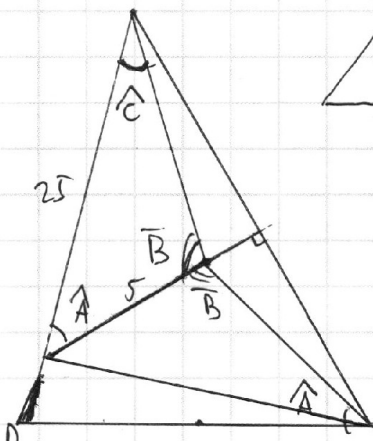


$$\cos(90^\circ - B) = \frac{h}{r}$$



$$2B + 90 + 4 + x = 360$$

$$x = 270 - 2B - 4$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos(\pi x - \pi y) = \cos(2\pi x) \quad \text{Черновик}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \pi y = -\pi x + 2\pi k_1 \\ \pi y = \pi 3x + 2\pi k_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -x + 2k_1 \\ y = 3x + 2k_2 \end{cases}$$

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{6} = \pi \quad \text{т. е. если } \begin{cases} \frac{x}{6} = 1 \\ \frac{y}{6} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 6 \end{cases}$$

$$(6; 2) \quad (6; 0) \quad (6; -2)$$

$$(5; 1) \quad (5; -1)$$

$$x \in [-6; 6]$$

$$y \in [-2; 2]$$

$$33$$

$$6, 5$$

$$4, 3$$

$$2, 1$$

$$0, -1$$

$$-2, -3$$

$$-4, -5$$

$$-6$$

$$6 \frac{C_{n-2}^2}{C_n^4} = \frac{C_{n-2}^{k-2}}{C_n^k}$$

$$6 \frac{(n-2)(n-3)}{n(n-1)(n-2)(n-3)} \cdot \frac{4!}{(n-4)!} = \frac{k!}{(k-2)!}$$

$$\frac{k!}{(k-2)!}$$

$$3, 4$$

$$6 \frac{4!}{2!} = \frac{k!}{(k-2)!} \cdot \frac{(k+1)(k+2)}{k(k-1)} \quad k=9$$

$$\frac{n!}{k!} \cdot \frac{(n-2)!}{(n-2)!} = \frac{n(n-1)}{k(k-1)}$$

$$\frac{n!}{k!} \cdot \frac{(n-2)!}{(n-2)!} = \frac{n!}{(n-k)!} \cdot \frac{(n-2-k+2)!}{(n-2)!}$$