



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 2,
 - C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 1, а y — увеличить на 1. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 3xy$.
3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$.
- б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 2,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = \frac{15}{2}$, $BP = 5$, $AC = 9$.
6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 25. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади боковой поверхности пирамиды к площади её нижнего основания.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

A состоит из одинаковых цифр $\Rightarrow A = 1111 \cdot K$, где $K \in \mathbb{N}$, $1 \leq K \leq 9$.

$$A = 1111 \cdot K = 11 \cdot 101 \cdot K. \quad 101, 11 - \text{простые}$$

$$A \cdot B \cdot C = 101 \cdot 11 \cdot K \cdot B \cdot C = n^2 \Rightarrow \text{Видим } C : 101, \text{ т.к. } C < 100 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (C, 101) = 1 \Rightarrow B : 101 \Rightarrow B = \{101, 202, 303, 404, 505, 606, 707, 808, 909\}$$

$$\text{но т.к. у числа } B \text{ есть цифра "2"} \Rightarrow B = 202. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A \cdot B \cdot C = 101 \cdot 11 \cdot K \cdot 2 \cdot 101 = n^2 = 101^2 \cdot 2 \cdot 11 \cdot K \Rightarrow C : 11 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C = \{11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99\} \Rightarrow C = 33, \text{ т.к. в } C \text{ цифра "3"}$$

$$\Rightarrow n^2 = 101 \cdot 11 \cdot K \cdot 2 \cdot 101 \cdot 3 \cdot 11 = 101^2 \cdot 11^2 \cdot 6 \cdot K \Rightarrow K : 6, K = \{1, 3, 4, 5, 6, 8, 9\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow K = 6 \Rightarrow$$

$$\boxed{\begin{array}{l} A = 6666 \\ B = 202 \\ C = 33 \end{array}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{y}{yx} + \frac{x}{xy} + \frac{2}{xy} = \frac{2+x+y}{xy}.$$

$$\frac{2+x+y}{xy} = \frac{2+(x-1)+(y+1)}{(x-1)(y+1)} = \frac{2+x+y}{xy+x-y-1}, \text{ т.к. } x, y > 0 \Leftrightarrow 2+x+y > 0$$

$$\Rightarrow xy = xy + x - y - 1 \Rightarrow \underline{y+1=x} \Rightarrow x-y=1.$$

$$M = x^3 - y^3 - 3xy = \underbrace{(x-y)}_1 (x^2 + xy + y^2) - 3xy = x^2 + xy + y^2 - 3xy =$$

$$= x^2 - 2xy + y^2 = (x-y)^2 = 1^2 = \underline{1} \Rightarrow \underline{M=1}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☒4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. С границы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a) (\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$\sin^2 \pi x + \sin \pi y \cdot \sin \pi x = \cos^2 \pi x + \cos \pi y \cdot \cos \pi x$$

$$\sin^2 \pi x - \cos^2 \pi x = \cos \pi x \cos \pi y - \sin \pi x \sin \pi y$$

$$-\cos 2\pi x = \cos(\pi x + \pi y)$$

$$\cos 2\pi x = \cos(\pi(x+y))$$

$$\begin{cases} 2\pi x = \pi(x+y) + 2\pi k \\ 2\pi x = -\pi(x+y) + 2\pi k \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z} \Rightarrow \begin{cases} 2x = x+y + 2k \\ 2x = -x-y + 2k \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = y + 2k \\ y = -3x + 2k \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z} \Rightarrow \begin{cases} (x; 2k+x) \\ (x; -3x+2k) \end{cases} \quad \text{где } k \in \mathbb{Z}$$

$$b) \arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} -1 \leq \frac{x}{5} \leq 1 \\ -1 \leq \frac{y}{4} \leq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -5 \leq x \leq 5 \\ -4 \leq y \leq 4 \end{cases}$$

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \underbrace{\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{x}{5}}_{\frac{\pi}{2}} + \pi$$

$$\arccos \frac{y}{4} < \arccos \frac{x}{5} + \frac{\pi}{2} \rightarrow$$

Т.к. $\arccos a \in [0; \pi] \Rightarrow$ единственный случай когда

можем изменить знак $\geq$, когда $\arccos \frac{y}{4} = \pi$, $\arccos \frac{x}{5} = 0$, т.к. $\arccos \frac{y}{4} \leq \pi$, $\arccos \frac{x}{5} + \frac{\pi}{2} \geq \pi$.

Значит $\begin{cases} \frac{x}{5} = 1 \Rightarrow x = 5 \\ \frac{y}{4} = -1 \Rightarrow y = -4 \end{cases}$ подходит ли эти корни в ур-ие в а).
 $5 - 2k \leq 5 \Rightarrow 2k \geq 0$, а $y = -4 - 2k \Rightarrow k \geq 0$
 $5 - 15 + 2k \geq -15 + 2k \Rightarrow k \geq 0$ м.к.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Эквивалентные пары, где x и y : будет выполняться
пер-во. ~~эквивалентность~~, то могут быть корнями уравнения

$$x = \{-5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5\}$$

Т.к. $y = x^2$ или $-3x^2$ $\Rightarrow$ четность сохраняется.

Если $x:2 \Rightarrow y:2$ и наоборот, $-4 \leq y \leq 4 \Rightarrow y$ принимает
 $-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4 \Rightarrow 5$ четных и 4 нечетных.

Зафиксировав x прибавляя или убавляя по 2 мы дойдем
до либо всех четных $y \leq 4$ или нечетных $-4 \leq y \leq 4$, зави-
сит от четности x . $\Rightarrow$ Для $x:2$, подходящих y -
~~то~~ 5 штук, а для $x:2$ - 4 штуки.

Между $-5 \leq x \leq 5$ 6 нечетных x и 5 четных $x \Rightarrow$
 $\Rightarrow$ всего пар $6 \cdot 4 + 5 \cdot 5 = (49)$. Ответ: 49.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть было ~~y~~ y -учеников и x -билетов в конце
месяца ~~$A_n = \frac{n!}{(n-k)!}$~~ $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$

Вероятность получить в начале года билеты Π и B :

$$\frac{4 \cdot 3 \cdot (y-2)(y-3)}{y(y-1)(y-2)(y-3)} \cdot C_2 = \frac{A_y^2 \cdot A_{y-2}^2}{A_y^4} = \text{ка-ва}$$

$=$ (ка-во вариантов получить билеты Π и B) / (ка-во вариантов
раздать оставшиеся билеты оставшимся $y-2$ ученикам
(ка-во все возможных вариантов раздать y билетов
ученикам)).

Вероятность получить в конце года билеты Π и B :

$$C_2 = \frac{A_x^2 \cdot A_{y-2}^{x-2}}{A_y^x} = \frac{(\text{вер-ка ка-во вар. получить 2 билета } \Pi \text{ и } B) \cdot (\text{ка-во вер. получить оставшиеся } x-2 \text{ билета } y-2 \text{ ученикам})}{\text{ка-во вар раздать все } x \text{ билетов } y \text{ ученикам.}}$$

$$2,5 C_1 = C_2$$

$$\frac{2,5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot (y-2)(y-3)}{y(y-1)(y-2)(y-3)} = \frac{x(x-1) \cdot (y-2)(y-3) \cdot \dots \cdot (y-x+1)}{y(y-1)(y-2) \cdot \dots \cdot (y-x+1)}$$

$$\frac{30}{y(y-1)} = \frac{x(x-1)}{y(y-1)} \Rightarrow 30 = x(x-1), \text{ т.к. } x > 0 \Rightarrow \boxed{x=6}$$

$y > 4$, т.к. изначальная вероятность для $\text{отк} = 1$, а $\Rightarrow C_2 = 2,5$,
это невозможно.

$$\text{Если } y \leq x \Rightarrow C_2 = 1 \Rightarrow C_1 = \frac{1}{2,5} = \frac{2}{5} \quad \frac{4 \cdot 3 \cdot (y-2)(y-3)}{y(y-1)(y-2)(y-3)} = \frac{2}{5} = \frac{12}{y(y-1)} \Rightarrow y(y-1) = 30 \Rightarrow y=6, \text{ т.к. } y > 0 \Rightarrow \text{для } \forall x \geq y \text{ уга.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

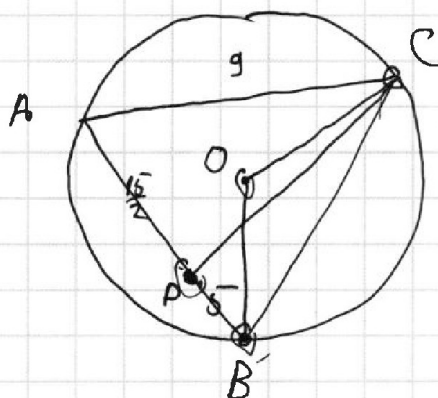
Значит если учеников было 6, то
билетов в конце года было ≥ 6 . Если учеников
 $\neq 6 \Rightarrow$ билетов было $\boxed{6}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☒6
☐7
☐СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Четырёхугольник $BPOC$ - впис. $\Rightarrow \angle BPC = \angle BOC$.

$\angle BAC = \frac{\angle BOC}{2}$ - центральный угол и впис. опираются на одну дугу.

Пусть $\angle BAC = \alpha \Rightarrow \angle BOC = 2\alpha \Rightarrow \angle BPC = 2\alpha$.

$\angle BAC + \angle ACP = \angle BPC$ (внешний угол) $\Rightarrow \angle ACP = \angle BPC - \angle BAC = 2\alpha - \alpha$

$\Rightarrow \angle BAC = \angle PCA \Rightarrow \triangle PAC$ - равнобедренный, где $PA = PC \Rightarrow PC = \frac{15}{2}$.

Найдем α по т. косинусов для $\triangle ACP$:

$$PC^2 = AP^2 + AC^2 - 2 \cdot AP \cdot AC \cdot \cos \alpha$$

$$\frac{225}{4} = \frac{225}{4} + 81 - 15 \cdot 9 \cdot \cos \alpha$$

$$15 \cdot 9 \cdot \cos \alpha = 9 \cdot 9 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}, \text{ т.к. } \triangle ABC - \text{остроугольный}$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{5^2 - 3^2}}{5} = \frac{4}{5}.$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot \frac{25 \cdot 10}{2} \cdot 9 \cdot \frac{4}{5} = 5 \cdot 9 = 45$$

Ответ: 45



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

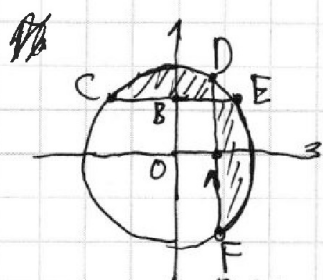


СТРАНИЦА

2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда числа $\{\sin \alpha\}$, $\{\cos \alpha\}$. В дальнейшем кроме $\sin \alpha$, $\cos \alpha$ ответам будем $\pm \cos \alpha$; $\pm \sin \alpha$
 $\mp \cos \alpha$; $\pm \sin \alpha$.



Найдем $DF+CE$:

$$D(3\sqrt{2}\sin \alpha; \sqrt{25-(3\sqrt{2}\sin \alpha)^2}) \Rightarrow D(3\sqrt{2}\sin \alpha; \sqrt{25-18\sin^2 \alpha})$$

$$F(3\sqrt{2}\sin \alpha; -\sqrt{25-(3\sqrt{2}\sin \alpha)^2}) \Rightarrow F(3\sqrt{2}\sin \alpha; -\sqrt{25-18\sin^2 \alpha})$$

$$\Rightarrow \text{глубина } DF = 2\sqrt{25-18\sin^2 \alpha}. \text{ Аналогично } CE = 2\sqrt{25-18\cos^2 \alpha} = 2\sqrt{7+18\sin^2 \alpha}.$$

$$DF+CE \Rightarrow \max 2(\sqrt{25-18\cos^2 \alpha} + \sqrt{7+18\cos^2 \alpha}) \rightarrow \max$$

$$4(25-18\cos^2 \alpha + 7+18\cos^2 \alpha + 2\sqrt{(25-18\cos^2 \alpha)(7+18\cos^2 \alpha)}) =$$

$$4(32 + 2\sqrt{(25-18\cos^2 \alpha)(7+18\cos^2 \alpha)}) \rightarrow \max$$

$$\sqrt{(25-18\cos^2 \alpha)(7+18\cos^2 \alpha)} \rightarrow \max \quad t = \cos^2 \alpha, t \geq 0$$

$$(25-18\cos^2 \alpha)(7+18\cos^2 \alpha) = (25-18t)(7+18t) = 175 + 18^2 t - 18t^2$$

$$X_B = \frac{18^2}{2 \cdot 18^2} = \frac{1}{2} \quad Y_B = 175 + \frac{324}{2} - \frac{324}{4} = 175 + 162 - 81 = 175 + 81 =$$

$$= 256, \text{ т.к. старший коэффициент } < 0 \Rightarrow X_B \text{ лежит на отрезке}$$

$$[0; 1] \Rightarrow \max(175 + 18^2 t - 18t^2) \text{ на } [0; 1] = Y_B = 256. \Rightarrow t = \frac{1}{2} = \cos^2 \alpha$$

$$\text{Тогда } DF+EF = 2(\sqrt{25-18\cos^2 \alpha} + \sqrt{7+18\cos^2 \alpha}) = \max, \text{ при } \cos^2 \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow DF+EF = 2(\sqrt{16} + \sqrt{16}) = 2 \cdot 8 = 16 \Rightarrow \max M =$$

$$= \max(DF+EF) + CD+EF = 16 + 50 =$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

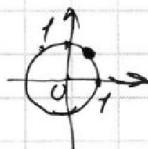
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Максимум достигается при $\cos^2 \alpha = \frac{1}{2} \Leftrightarrow$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

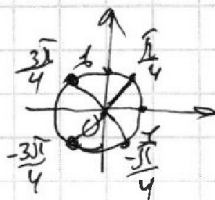


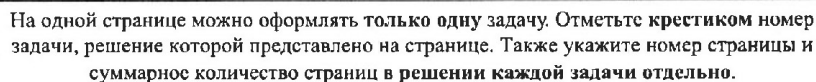
Как уже сказано ранее

если подходит $\cos \alpha$, то подойдет $-\cos \alpha$, если

$\sin \alpha$ подходит, то и $\sin \alpha$ подходит $\Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$
 $\sin \alpha = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

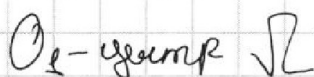




7
☒

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Печка QR-кода недопустима!



O_7 -gruppe W .

Вторые оси Ox, Oy, Oz . В

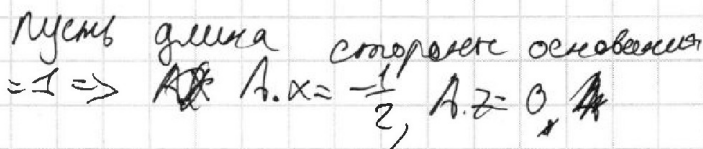
сильно антропогенно нарушен

$\mathcal{O}_1$ и $\mathcal{O}_2$ лежат на $\mathcal{O}_7$, причем

Р.К. Из O_2 на основании лежит HO_2 , то

рысунк. т.О(0;0;0), т.К(0;0;2~~1~~), ~~1/2~~ ~~1/2~~ $r =$ радиусу ш.

Пусть в основании лежит n -угольная правильная фигура. $\Rightarrow$  Пусть длина стороны основания a .



Т.к. n граней $\Rightarrow \angle AOK = \frac{\pi}{n} \Rightarrow A.O = \frac{1}{2 \operatorname{tg}(\frac{\pi}{n})} \Rightarrow$

$$\Rightarrow A(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2 \tan(\frac{\pi}{4})}; 0)$$

№ Найдите A' . V - вершина до пирамиды $V(0;0;k) \Rightarrow$

парависяющий ∇ вектор равен $AA' = \left(\frac{L}{2}; -\frac{1}{2 \tan \frac{\alpha}{n}}\right) \cdot h \cdot g$.

$$A'z = 2r. \quad * \frac{A'x + \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{A'y - \frac{1}{2\log(\frac{1}{k})}}{-\frac{1}{2\log(\frac{1}{k})}} = \frac{2r - k}{k} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow B_1' X = \frac{4N}{b} - 2,5$$
$$A' y = -\frac{r}{h \tan(\frac{r}{h})} + \frac{1}{\tan(\frac{r}{h})}$$
$$\Rightarrow A' \left(\frac{4N}{n} - 2,5; -\frac{N}{\lg \frac{n}{2}} + \frac{1}{\lg(\frac{n}{2})} \right)$$

Тогда длина стороны верхнего основания

$$\frac{4N}{h} \cdot 75 - (75 - \frac{4N}{h}) = \frac{8}{h} - 5$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☒СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Находим площадь нижнего основания:

$$\frac{1}{2} \cdot 2AH \cdot OH \cdot n = AH \cdot OH \cdot n = \frac{OH \cdot n}{2} \Rightarrow OH = \frac{1}{2 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S_{\text{осн}} = \frac{n}{4 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{2}}$$

$$S_{\text{бок}} = \frac{1 + \left| \frac{8n}{h} - 8 \right|}{2} \cdot HH = \frac{1 + \left| \frac{8n}{h} - 8 \right|}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$H^2 = \frac{1}{4 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{2}} + h^2 = \frac{1}{4 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}} - 1 \right)} \neq h^2 = \frac{\cos^2 \frac{\pi}{6}}{4(1 - \cos^2 \frac{\pi}{6})} + h^2 =$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x} - 1$$

$$= \frac{\cos^2 \frac{\pi}{6} + 4 \sqrt{3} (1 - \cos^2 \frac{\pi}{6})}{4 \cdot \cos^2 \frac{\pi}{6}}$$

$$\sin \angle ZHO = \frac{ZO}{HZ} = \frac{h \cdot 2 \sin \frac{\pi}{6}}{2 \sin \sqrt{\cos^2 \frac{\pi}{6} + 4 \sqrt{3} (1 - \cos^2 \frac{\pi}{6})}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow HH' = \frac{2r}{\sin \angle ZHO} = \frac{r \cdot \sqrt{\cos^2 \frac{\pi}{6} + 4 \sqrt{3} (1 - \cos^2 \frac{\pi}{6})}}{h \cdot \sin \frac{\pi}{6}}$$

$$\Rightarrow S_{\text{бок}} = \frac{1 + \left| \frac{8n}{h} - 8 \right|}{2} \cdot \frac{r \cdot \sqrt{\cos^2 \frac{\pi}{6} + 4 \sqrt{3} (1 - \cos^2 \frac{\pi}{6})}}{h \cdot \sin \frac{\pi}{6}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

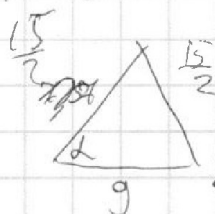
$$(7+18t)(25-18t) = 324$$

$$= 175 + 18^2 t - 18t^2$$

$$\begin{aligned} 18^2 t - 18t^2 + 175 \\ 81 + 175 = 256 \end{aligned}$$

$$-18t^2 + 18t + 175$$

$$-18 \cdot \frac{1}{4} + 18 \cdot \frac{1}{2} + 175$$



$$\sqrt{7+18\sin^2\alpha} + \sqrt{25-18\sin^2\alpha}$$

$$32 + 2\sqrt{(7+18\sin^2\alpha)(25-18\sin^2\alpha)}$$

$$\frac{225}{4} = \frac{225}{4} + 81 - \frac{238}{15} \cdot 9 \cdot \cos\alpha$$

$$15\cos\alpha = 9$$

$$\cos\alpha = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$$

$$\sin\alpha = \frac{\sqrt{25-81}}{15} = \frac{\sqrt{44}}{15} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{4}{5} \cdot 9 \cdot \frac{25}{2} \cdot \frac{1}{2} = 45$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2}\sin\alpha)(y - 3\sqrt{2}\cos\alpha) = \sqrt{25-18\cos^2\alpha} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \sin\alpha_2 &= \frac{3\sqrt{2}}{5} \cos\alpha \\ \cos\alpha_2 &= \frac{3\sqrt{2}}{5} \sin\alpha \end{aligned}$$

$$\sqrt{25-18\cos^2\alpha} + \sqrt{25-18\sin^2\alpha} = \sqrt{7+18\sin^2\alpha} + \sqrt{25-18\sin^2\alpha}$$

S_{ABC}

$$PC = 7,5$$

$$3 > 2$$

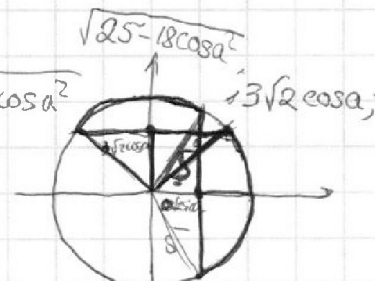
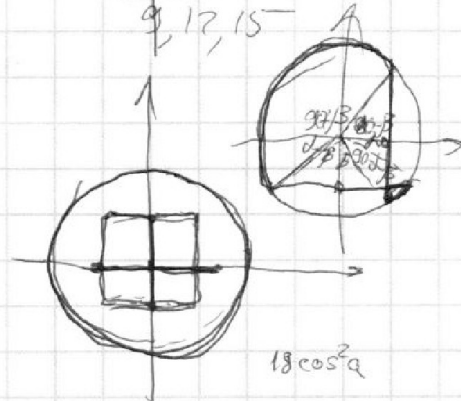
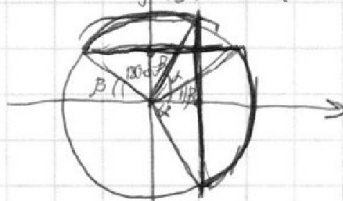
$$-5 \leq -4$$

$$\frac{18^2}{18^2 \cdot 2}$$

$$\begin{cases} x = 3\sqrt{2}\sin\alpha \\ y = 3\sqrt{2}\cos\alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 3\sqrt{2}\sin\alpha \\ y < 3\sqrt{2}\cos\alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \neq 3\sqrt{2}\sin\alpha \\ y \neq 3\sqrt{2}\cos\alpha \end{cases}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A - 4 \text{ зк. } 1111 \cdot 9999$$

$$B - 3$$

$$C - 2$$

$$A \cdot B \cdot C = K^2$$

$$11 \cdot 101 \cdot K \cdot B \cdot C = K^2$$

$$B = 101 \cdot C = 202$$

$$11 \cdot 101 \cdot K \cdot 2 \cdot 101 \cdot C = K^2$$

$$101^2 \cdot 11 \cdot 2 \cdot K \cdot C = K^2$$

$$101^2 \cdot 22 \cdot K \cdot C$$

$$101^2 \cdot 2 \cdot 11 \cdot K \cdot 3 \cdot 11$$

$$K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{2+x+y}{xy} = \frac{2+x+y}{(x-1)(y+1)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow xy = xy + x - y - 1 \Rightarrow 0 = x - y - 1 \Rightarrow x = y + 1$$

$$\begin{aligned} (x-y)(x^2+xy+y^2) - 3xy &= (\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = \\ &= x^2 - 2xy + y^2 = (x-y)^2 = 1 = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x \end{aligned}$$

$$\sin d \cos \beta + \cos d \sin \beta = \sin(d+\beta) \quad \cos d \cos \beta - \sin d \sin \beta = \cos(d+\beta)$$

$$\sin d \cos \beta - \cos d \sin \beta = \sin(d-\beta) \quad \cos d \cos \beta + \sin d \sin \beta = \cos(d-\beta)$$

$$2 \sin d \cos \beta = \sin(d+\beta) + \sin(d-\beta) \quad 2 \cos d \cos \beta = \cos(d+\beta) + \cos(d-\beta)$$

$$2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2} \quad \sin A + \sin B \quad 2 \cos \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2} =$$

$$A = 1111 \cdot K = 11 \cdot 101 \cdot K$$

$$6666 \cdot 202 \cdot 33 =$$

$$= 6 \cdot 1111 \cdot 2 \cdot 101 \cdot 3 \cdot 11 =$$

$$= 6 \cdot 101 \cdot 11 \cdot 32 \cdot 101 \cdot 11 =$$

$$= 6^2 \cdot 101^2 \cdot 11^2$$

$$M = x^3 - y^3 - 3xy - ?$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin^2 \pi x + \sin \pi y + \sin \pi x = \cos^2 \pi x + \cos \pi y + \cos \pi x$$

$$\sin^2 \pi x - \cos^2 \pi x = \cos(\pi(x+y))$$

$$-\cos 2\pi x = \cos(\pi(x+y))$$

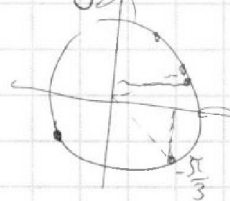
$\cos$

$$\begin{cases} 2\pi x = \pi(x+y) + 2\pi k \\ 2\pi x = -\pi(x+y) + 2\pi k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x = x+y+2k \\ 2x = -x-y+2k \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = y + 2k \\ 3k = -y + 2k \end{cases}$$

$$x = y + 2k$$

$$x - 2k = y$$



$$\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{5} = \frac{2\pi}{15}$$

$$\frac{\pi}{5}$$

$$-5, -4, -3,$$

$$-2, -1, 0, 1$$

$$0, \pi$$

$$\frac{x-2k}{4}$$

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}$$

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{x-2k}{4} < \frac{3\pi}{2}$$

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arcsin$$

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{x-2k}{4} < \arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{x}{5} + \pi$$

$$\arccos \frac{x-2k}{4} < \arccos \frac{x}{5} + \pi$$

$$\frac{x-2k}{4} =$$



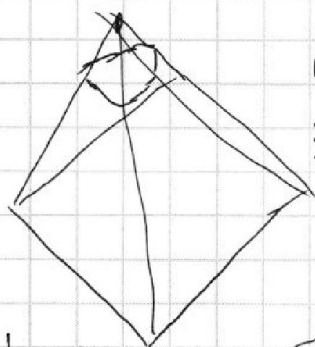


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

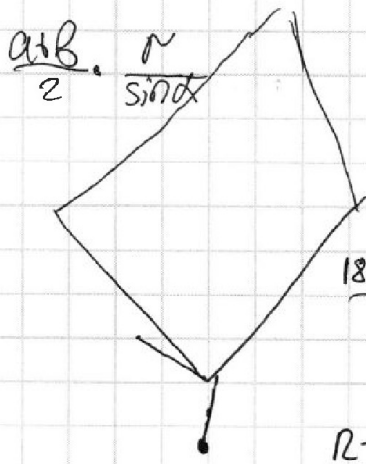
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



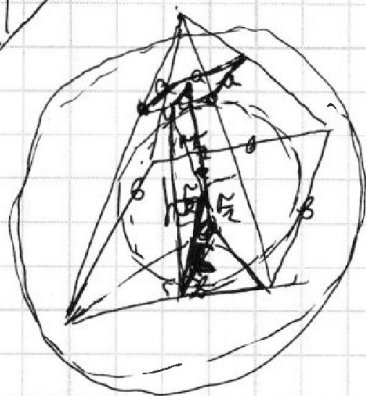
$$\frac{h}{\sin \alpha} \geq h$$



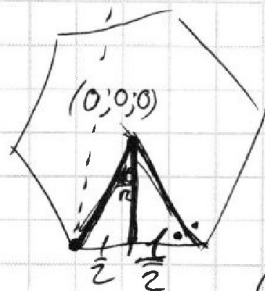
$$\frac{180(n-2)}{2R}$$

n -угольник

$$2 \cdot \frac{\lg(90(n-2))}{n}$$



$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$



$$\left(1 - \frac{1}{2}; \frac{1}{2 \lg \frac{180}{n}}; 0\right)$$

$$\frac{a+b}{2} \cdot \frac{h}{n \cdot b \cdot c}$$

$A(0;0;0)$

$$B(0;0;\frac{h}{2})$$

$$C(0;0;H)$$

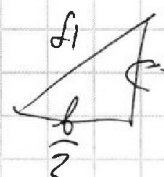
A

$$\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2 \lg \frac{180}{n}}; h\right)$$

$$\frac{a+b}{2} \cdot h$$

$$n \cdot b \cdot c$$

$$\frac{a+b}{2} \cdot \frac{h}{n \cdot b^2 \cdot \frac{2 \lg(90(n-2))}{n}}$$



$$\frac{a+b}{n \cdot b^2} \cdot h \cdot \frac{2 \lg(90(n-2))}{n}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{d_1}{d_2}$$

$$H^2 + d_2^2 = H^2 - 2Hh + h^2 + d_1^2$$

$$d_2^2 = h^2 - 2Hh$$

$$d_2^2 - d_1^2 = h^2 - 2Hh$$

$$H^2 - \frac{b^2}{4} + H^2 = \frac{a^2 c^2}{b^2} + \frac{a^2}{4} + (h-H)^2$$

$$\left\{ \begin{aligned} C^2 + \frac{h^2}{4} &= r^2 \\ C^2 + \frac{b^2}{4} + H^2 &= \frac{a^2 c^2}{b^2} + \frac{a^2}{4} + (h-H)^2 \end{aligned} \right.$$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

