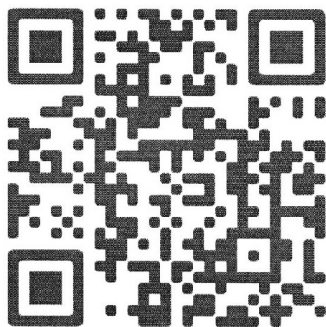




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 2,
 - C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 1, а y — увеличить на 1. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 3xy$.
3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$.
- б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 2,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = \frac{15}{2}$, $BP = 5$, $AC = 9$.
6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 25. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади боковой поверхности пирамиды к площади её нижнего основания.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА

1 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = \overline{aaaa}$$

$$B = \overline{bcd}; 2 \in B$$

$$C = \overline{ef}; 3 \in C$$

$$A \cdot B \cdot C = n^2 \quad n \in \mathbb{N}$$

А можно ~~было~~ представить в виде $a \cdot 1111 = a \cdot 101 \cdot 11$ и
так как $0 \leq a \leq 9$, то $B \cdot C$ должно содержать $101 \cdot 11$ в
множителем; $10 \leq C \leq 99$ значит $B = 101 \cdot k$, причем $k=2$
т.к. иначе 2 не будет в B ; 11 не может содержаться
в B , просто потому что иначе B - четырехзначное, значит
также $C = 11 \cdot m$; $m=3$ аналогично B .

$$\text{В итоге } A \cdot B \cdot C = a \cdot 101 \cdot 11 \cdot 101 \cdot 11 \cdot 3 \cdot 2 = \\ = a \cdot 6 \cdot 101^2 \cdot 11^2$$

a обязательно равняется 6, так как $2 \cdot 3 \in a$ и
давая хоть какой-то другой множитель, который к тому же
даже быть простым квадратом a станет > 10 , значит
единственный возможный вариант таких чисел A, B, C :
6666, 202, 33

Ответ: (6666; 202; 33)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$k = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{1}{(x-1)} + \frac{1}{(y+1)} + \frac{2}{(x-1)(y+1)}$$

$$M = x^3 - y^3 - 3xy = ?$$

ОГР: $x \neq 0$
 $y \neq 0$
 $x \neq 1$
 $y \neq -1$

$$\frac{y + x + 2}{xy} = \frac{\cancel{y} + x - \cancel{x} + 2}{(x-1)(y+1)}$$

$y, x > 0$, значит $xy \neq 0$

значит $xy = (x-1)(y+1)$

$$xy = xy - y + x - 1$$

$$\underline{x - y = 1}$$

$$\begin{aligned}(x-y)^3 &= x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 = x^3 - y^3 - 3xy(x-y) = \\ &= x^3 - y^3 - 3xy = 1^3\end{aligned}$$

$$M = 1$$

Ответ: 1



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$d) (\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$\sin^2 \pi x + \sin \pi x \cdot \sin \pi y - \cos^2 \pi x - \cos \pi y \cdot \cos \pi x = 0$$

$$-\cos 2\pi x - \cos(\pi x + \pi y) = 0$$

$$\cos 2\pi x = -\cos(\pi x + \pi y)$$

$$\left. \begin{aligned} \cos \alpha &= -\cos \beta \\ \beta &= \pi \pm \alpha + 2\pi k; k \in \mathbb{Z} \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \pi x + \pi y &= \pi + 2\pi x + 2\pi k; k \in \mathbb{Z} \\ \pi x + \pi y &= \pi - 2\pi x + 2\pi k; k \in \mathbb{Z} \end{aligned} \right\} : \pi$$

$$\left. \begin{aligned} y &= 1 + x + 2k; k \in \mathbb{Z} \\ y &= 1 - 3x + 2k; k \in \mathbb{Z} \end{aligned} \right\}$$

т.е. нам пройдут любые (x, y) удовлетворяющие данным совокупности

$$e) \arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}$$

$$-5 \leq x \leq 5$$

$$-4 \leq y \leq 4, \text{ т.е. } \left. \begin{aligned} -4 \leq 1+x+2k \leq 4 \\ -4 \leq 1-3x+2k \leq 4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} -5-2k \leq x \leq 3-2k \\ \frac{5+2k}{3} \geq x \geq \frac{2k-3}{3} \end{aligned} \right\}$$

$$\arcsin \frac{x}{5} < \frac{3\pi}{2} - \arccos \frac{y}{4} \text{ Возьмем sin от обеих частей}$$

$$\frac{\pi}{2} \leq \arcsin \frac{x}{5} \leq \frac{\pi}{2} \quad 0 \leq \arccos \frac{y}{4} \leq \pi$$

т.е. только если $\arcsin \frac{x}{5} = \frac{\pi}{2}$ $\arccos \frac{y}{4} = \pi$ неравенство не будет соблюдаться
пропавше. →



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
4 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

т.е. $\frac{x}{5} \neq 1$ км; $\frac{y}{4} \neq -1$, хотя бы одно из этих условий ~~на~~ должно соблюдаться

$$\begin{cases} x \neq 5 \\ y \neq -4 \end{cases}; \text{ если } y = 1 + x + 2k; \text{ то } k \neq -5 \\ \text{если } y = 1 - 3x + 2k, \text{ то } k \neq 5$$

~~т.к.~~ $\begin{cases} y = 1 + x + 2k \\ y = 1 - 3x + 2k \end{cases}$; то все y полученные из $x : 2$ будут четными и наоборот.

значит для любого $-5 \leq x \leq 5$ y нас существует
5 y если $x : 2$, и 4 y если $x : 2$, т.е. всего
 $5 \cdot 4 + 4 \cdot 5 = 50$ комбинаций, и одна лишняя
 $50 - 1 = 49$

б) Ответ: 49

д) Ответ: $x \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} y = 1 + x + 2k; k \in \mathbb{Z} \\ y = 1 - 3x + 2k; k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
5 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

В начале месяца u билетов и k одноклассников

В конце месяца $u+m$ билетов и k одноклассников

$$p_1 = \frac{u \cdot 3}{k(k-1)} \text{ в начале}$$

p_1, p_2 - вероятности
совместного получения
билетов

$$\frac{p_2}{p_1} = 2,5$$

$$p_2 = \frac{(u+m)(3+m)}{k(k-1)} \text{ в конце}$$

$$\frac{u \cdot 3 \cdot 2,5}{k(k-1)} = \frac{m^2 + 4m + 12}{k(k-1)} \quad | \cdot (k-1) \cdot k \neq 0 \quad k \geq 2$$

$$30 = m^2 + 4m + 12$$

$$m^2 + 4m + 18 = 0$$

$$\begin{array}{l|l} m_1 + m_2 = -4 & m_1 = 2 \\ m_1 \cdot m_2 = -18 & m_2 = -9 \end{array} \quad \text{т.к. не подходит}$$

$m = 2$ а значит всего $u+m = 6$ билетов было выдано в конце месяца.

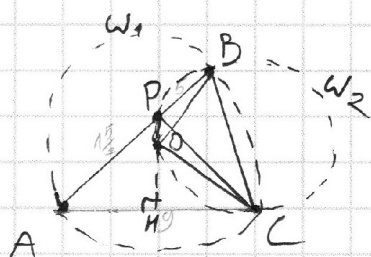
Ответ: 6



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☒6
☐7
☐СТРАНИЦА
6 ИЗ 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано: O - центр $W_1(ABC)$

W_2 - описан (BOC)

$$AP = \frac{15}{2} ; \quad PB = 5 ; \quad AC = 9$$

$$W_2 \cap AB = P$$

Найти: S_{ABC}

Решение: 1) так как $COPB$ - вписанный четырехугольник, то $\angle BOC = \angle CPB = 2\alpha$ (отраются на одну дугу BC)

$$2) \angle BAC = \frac{\angle BOC}{2} = \alpha \quad (\text{центральный})$$

$$3) \angle APC = 180 - 2\alpha \quad (\text{смежный}), \text{ а значит}$$

$$\angle PCA = 180 - 180 + 2\alpha - \alpha = \alpha$$

4) $\angle PAC = \angle PCA$, значит $\triangle APC$ - равнобедренный, опущен перпендикуляр PM на AC .

$$5) PM \text{ также медиана, значит } AM = MC = \frac{AC}{2} = 4,5$$

$$6) \cos \alpha = \frac{AM}{PA} = \frac{4,5}{7,5} = \frac{3}{5} ; \quad \sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \frac{4}{5}$$

$$7) S_{ABC} = \frac{1}{2} \sin \alpha \cdot AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5} \cdot (5 + 7,5) \cdot 9 = \frac{12,5 \cdot 4 \cdot 9}{2 \cdot 5} =$$

$$= \frac{25 \cdot 9}{5} = 45$$

Ответ: 45

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
7 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 25 \end{cases}$$

фигура $\varphi(\alpha)$ — это часть круга с радиусом 5
можно явно найти периметр M

$$M = \sqrt{25 - 18 \cos^2 \alpha} - 3\sqrt{2} \sin \alpha + 3\sqrt{2} \cos \alpha + \sqrt{25 - 18 \sin^2 \alpha} + \frac{12\pi}{4} + 5 \arcsin \left(\frac{3\sqrt{2} \cos \alpha}{5} \right) + 5 \arcsin \left(\frac{3\sqrt{2} \sin \alpha}{5} \right)$$

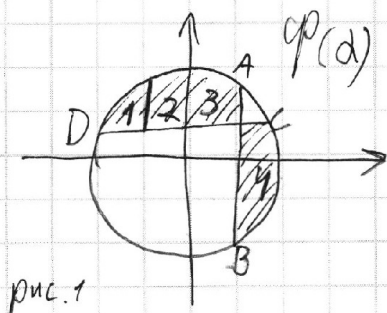


рис. 1

на рисунке части 1, 2, 3, 4 составляют

$\varphi(\alpha)$ и периметр у такой

фигуры будет хорда $AB + CD$, и

дуги сегментов 1, 2, 3, 4 совпадают

с кругом; при этом мы можем

отразить симметрично 1 часть относительно

оси абсцисс и 2 часть относительно

оси ординат, и тогда весь

искомый периметр будет равен полуокружности

то есть $\frac{2\pi \cdot 5}{2} = 5\pi$.

$$\text{Значит весь } M = 2\sqrt{25 - 18 \cos^2 \alpha} + 2\sqrt{25 - 18 \sin^2 \alpha} + 5\pi$$

продолжение



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА

8 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$M' = \frac{1}{\sqrt{25-18\cos^2\alpha}} \cdot (-18) \cdot (2\cos\alpha) \cdot (-\sin\alpha) +$$

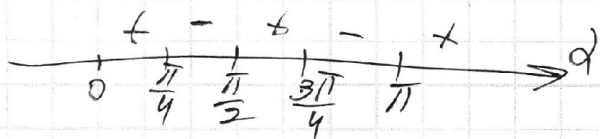
$$+ \frac{1}{\sqrt{25-18\sin^2\alpha}} \cdot (-18) \cdot 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha =$$

$$= +18 \cdot 2 \sin\alpha \cdot \cos\alpha \left(\frac{1}{\sqrt{25-18\cos^2\alpha}} - \frac{1}{\sqrt{25-18\sin^2\alpha}} \right) = 0$$

$$\begin{cases} \sin\alpha = 0 \\ \cos\alpha = 0 \end{cases}$$

$$\sqrt{25-18\sin^2\alpha} = \sqrt{25-18\cos^2\alpha}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin\alpha = 0 \\ \cos\alpha = 0 \\ \sin\alpha = \pm\cos\alpha \end{cases}$$



т.е. максимум M в $\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}; k \in \mathbb{Z}$

$$M = 16 + 5\sqrt{1}$$

Ответ: $M = 16 + 5\sqrt{1}$

$$\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}; k \in \mathbb{Z}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{1} \\ A = \overline{aaaa}$$

$$B = \overline{bct} \quad \overline{b,c,d} = 2$$

$$C = \overline{ef} \quad \begin{cases} e=3 \\ f=3 \end{cases}$$

$$A \cdot B \cdot C = n^2$$

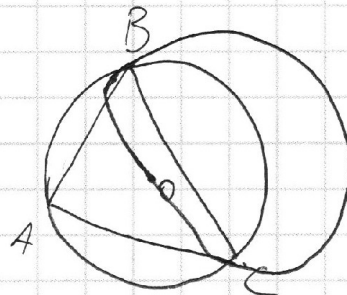
$$a \cdot 1000 + a \cdot 100 + a \cdot 10 + a$$

$$a \cdot (1111) = a \cdot 101 \cdot 11$$

$$B : C \in 11 : 101$$

$$B = 101 \cdot k \quad k=2$$

$$ef = 11 \cdot f \quad f=3$$



$$a \cdot 101 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 3 \cdot 101 \cdot 2$$

$$a \in 3:2$$

$$a=6$$

N2

$$K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)}$$

$$M = x^3 - y^3 - 3xy$$

$$\frac{y}{k} \cdot \frac{3 \cdot 2,5}{k-1}$$

$$\frac{y+x+x-1+2}{(x-1)(y+1)} = \frac{y+x+2}{xy}$$

$$(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = \frac{(y+m)(3+m)}{k} \cdot \frac{1}{(k-1)} \quad xy - y + x - 1 = xy$$

$$= (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$x-y=1 \quad y-x=-1$$

$$\sin^2 \pi x + \sin \pi y \cdot \sin \pi x = \cos^2 \pi x + \cos \pi y \cdot \cos \pi x$$

$$(x-y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3y^2x - y^3 \\ x^3 - y^3 - 3xy(x-y) = 1$$

$$\cos 2\pi x = -\cos(\pi y + \pi x)$$

$$\cos 2\pi x = -\cos(\pi(y+x))$$

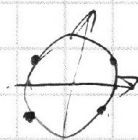
$$x=0 \quad \cos 0 = -\cos \pi y$$

$$y=1$$

$$(0, 1)$$

$$(y+m)(3+m) = 12 \cdot 2,5$$

$$12 + 4m + m^2 = 12 \cdot 2,5$$



$$m^2 + 4m - 18 = 0$$

$$\frac{y}{k} \cdot \frac{3}{(k-1)}$$

$$m_1 \neq m_2 = -4$$

$$m_1 \cdot m_2 = -18$$

$$\frac{(y+m)}{k} \cdot \frac{3+m}{k-1}$$

$$\sqrt{18}$$



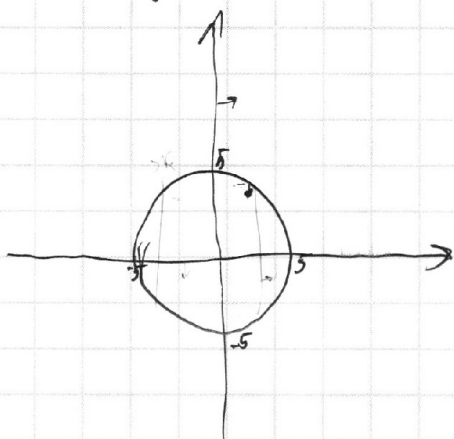
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 25 \end{cases}$$



$$\begin{cases} x - 3\sqrt{2} \sin \alpha \geq 0 \\ y - 3\sqrt{2} \cos \alpha \leq 0 \\ x - 3\sqrt{2} \sin \alpha \leq 0 \\ y - 3\sqrt{2} \cos \alpha \geq 0 \end{cases}$$

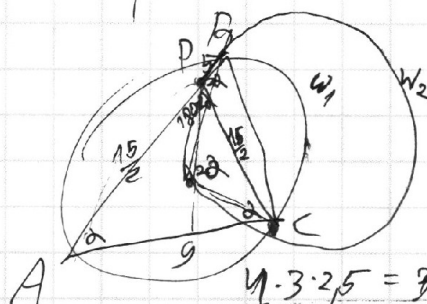
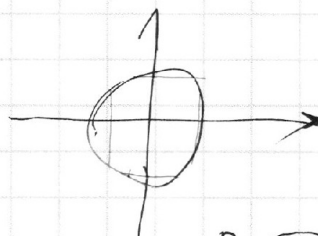
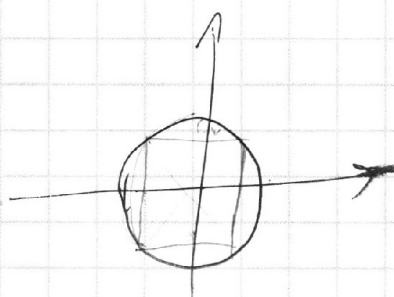
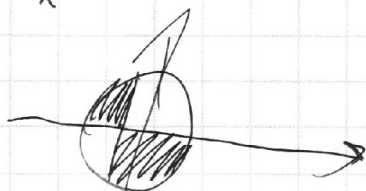
$$\begin{aligned} x &\geq 3\sqrt{2} \sin \alpha \\ y &\leq 3\sqrt{2} \cos \alpha \end{aligned}$$

24 ☐ ☐ ☐ ☐ ... ☐

к-м
э-м.
м-м
к-м

$$\frac{4}{k} \quad ; \quad \frac{10}{k}$$

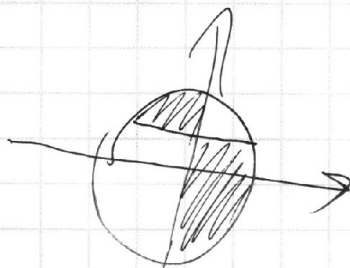
$$\frac{\frac{10}{k}}{\frac{4}{k}} = \frac{10}{4} = 2,5$$



$$4 \cdot 3 \cdot 2,5 = 30 = 6 \cdot 5 = 30$$

$$\frac{4}{k} \cdot 2,5 = \frac{4+m}{k}$$

$$\frac{10}{k} = \frac{4+m}{k} \quad m = 10 - 4 = 6$$



$$\cos = \frac{4,5}{7,5} = \frac{3}{5}$$

$$\sin = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \frac{4}{5}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

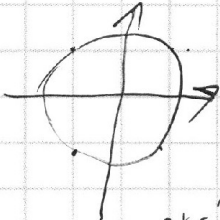
1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 2\pi x = -\cos(\pi x + \pi y)$$



$$\alpha \rightarrow \pi - \alpha$$

$$\rightarrow \pi + \alpha$$

$$\cos 2\pi = -\cos \pi + \pi - 3\pi$$

$$x = \frac{1}{2} \quad y = \frac{3}{2} \quad y = -\frac{1}{2}$$

$$\cos \pi = -\cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$= -\cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{3\pi}{2}\right)$$

$$2k-1 \quad 2\pi x = \alpha$$

$$\begin{cases} \pi x + \pi y = \pi - 2\pi x \\ \pi x + \pi y = \pi + 2\pi x \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \pi y = \pi - 3\pi x \\ \pi y = \pi + \pi x \end{cases} \quad | : \pi$$

$$x = 5$$

$$\sin(\arcsin \frac{x}{5}) < \frac{\frac{3\pi}{2} - \arccos \frac{y}{4}}{\sin(\frac{3\pi}{2} - \arccos \frac{y}{4})}$$

$$\frac{x}{5} < -\cos(\arccos \frac{y}{4})$$

$$\frac{x}{5} < -\frac{y}{4}$$

$$x \cdot y < -5y$$

$$1) -4 \leq 1+x \leq 4$$

$$2) -4 \leq 1-3x \leq 4$$

$$x \cdot y + 5y < 0$$

$$-5 \leq x \leq 3$$

$$-5 \leq -3x \leq 3$$

$$\frac{5}{3} \geq x \geq -1$$

$$1+5+2k = -4$$

$$6+2k = -4$$

$$k = -5$$

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{1}{4} + \frac{x}{9} < \frac{3\pi}{2}$$

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{1}{4} + \frac{x}{9} < \pi + \arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{x}{5}$$

$$-14 + 2k = -4$$

$$k = 5$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

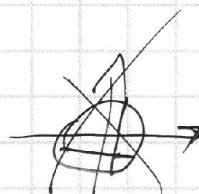
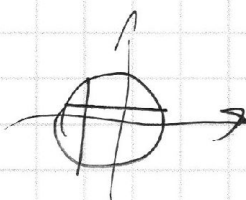
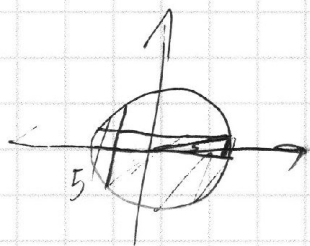
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x = -5$$

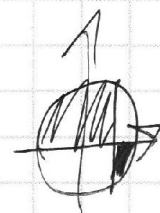
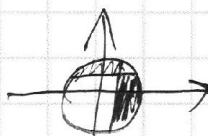
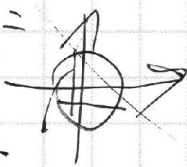
$$y = \begin{bmatrix} 1-5+2k \\ 1+15+2k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4+2k \\ 16+2k \end{bmatrix} \begin{matrix} -4 \\ 0 \\ 2 \\ 4 \end{matrix}$$

$$x = -1$$

$$y = \begin{bmatrix} 1-1+2k \\ 1+12+2k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2k \\ 13+2k \end{bmatrix} \begin{matrix} -3 \\ -1 \\ 1 \\ 3 \end{matrix}$$



$$25 - (3\sqrt{2}\cos\alpha)^2 =$$



$$= \sqrt{25 - 18\cos^2\alpha} + 3\sqrt{2}\sin\alpha \times$$

$$\sin\alpha \leq 0$$

$$\cos\alpha \geq 0$$

$$+ \sqrt{25 - 18\sin^2\alpha} + 3\sqrt{2}\cos\alpha$$

$$\frac{10\pi}{4} + \frac{10\pi \cdot \arcsin\left(\frac{3\sqrt{2}\cos\alpha}{5}\right)}{2\pi} +$$

$$+ 5 \cdot \arcsin\left(\frac{3\sqrt{2}\sin\alpha}{5}\right)$$

$$\sqrt{25 - 18\cos^2\alpha} - 3\sqrt{2}\sin\alpha + 3\sqrt{2}\cos\alpha + \sqrt{25 - 18\sin^2\alpha} + 5\arcsin\left(\frac{3\sqrt{2}\cos\alpha}{5}\right) + 5\arcsin\left(\frac{3\sqrt{2}\sin\alpha}{5}\right) + \frac{10\pi}{4}$$