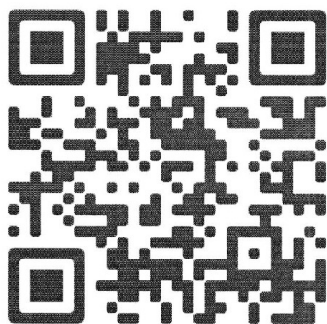
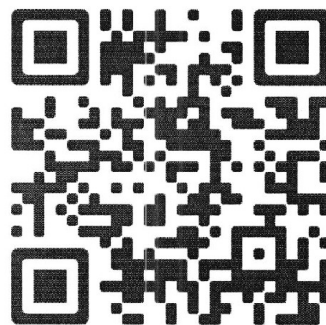




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 6,
 - C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 2, а y — увеличить на 2. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 6xy$.
3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$.
- б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 6 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = 25$, $BP = 5$, $AC = 35$.
6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 5\sqrt{2} \cos \alpha)(y + 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 169. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади верхнего основания пирамиды к площади её боковой поверхности.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) A = 1111 \cdot K ; K \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$$

$$A = 11 \cdot 101 \cdot K$$

2) $(A \cdot B \cdot C)$ - полный квадрат $\Rightarrow$ в его разложении на простые множители числа 11 и 101 будут встречаться чётное число раз $\Rightarrow B \cdot C = 11 \cdot 101 \cdot n; n \in \mathbb{N}$

$$3) 11 \cdot 101 > 1000 > B \Rightarrow B \not\vdash (11 \cdot 101)$$

$$101 > 100 > C \Rightarrow C \not\vdash 101$$

$$4) \begin{cases} B \cdot C \vdash (11 \cdot 101) \\ B \not\vdash (11 \cdot 101) \\ C \not\vdash 101 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B \vdash 101 \\ C \vdash 11 \end{cases}$$

5) Из всех трёхзначных чисел, кратных 101 (101, 202, 303, 404, 505, 606, 707, 808, 909), единственное число, содержащее цифру 6 — 606 $\Rightarrow B = 606$

6) Из всех двузначных чисел, кратных 11 (11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99), единственное число, содержащее цифру 3 — 33 $\Rightarrow C = 33$

$$7) A \cdot B \cdot C = 1111 \cdot K \cdot 606 \cdot 33 = 11 \cdot 101 \cdot K \cdot 101 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 11 = 101^2 \cdot 11^2 \cdot 3^2 \cdot 2 \cdot K - \text{полный квадрат} \Rightarrow 2 \cdot K - \text{полный квадрат}$$

$$8) \left. \begin{array}{l} 2 \cdot K - \text{полный квадрат} \\ K \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} K=2 ; A=2222 \\ K=8 ; A=8888 \end{array} \right]$$

Ответ: (2222; 606; 33); (8888; 606; 33)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$K(x; y) = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} \quad \sim 2$$

$$M(x; y) = x^3 - y^3 - 6xy$$

$$K(x; y) = K(x-2; y+2)$$

$$\frac{1^y}{x} + \frac{1^x}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{1^{y+2}}{x-2} + \frac{1^{x-2}}{y+2} + \frac{5}{(x-2)(y+2)}$$

$$\frac{y+x+5}{xy} = \frac{y+2+x-2+5}{(x-2)(y+2)}$$

$$\frac{x+y+5}{xy} = \frac{x+y+5}{(x-2)(y+2)}$$

$$x, y > 0 \Rightarrow x+y+5 \neq 0$$

$$\Rightarrow xy = (x-2)(y+2)$$

$$xy = xy + 2x - 2y - 4$$

$$2y = 2x - 4$$

$$y = x - 2$$

$$\begin{aligned} M(x; y) &= x^3 - y^3 - 6xy = (x-y)(x^2 + xy + y^2) - 6xy \\ &= (x - (x-2))(x^2 + x^2 - 2x + x^2 - 4x + 4) - 6(x^2 - 2x) = \\ &= 2(3x^2 - 6x + 4) - 6x^2 + 12x = 6x^2 - 12x + 8 - 6x^2 + 12x = 8 \end{aligned}$$

Ответ: 8



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \alpha) (\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x &= (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x \quad \checkmark 3 \\ \sin^2 \pi x + \sin \pi x \sin \pi y &= \cos^2 \pi x - \cos \pi x \cos \pi y \\ (\cos^2 \pi x - \sin^2 \pi x) - (\cos \pi x \cos \pi y + \sin \pi x \sin \pi y) &= 0 \\ \cos 2\pi x - \cos(\pi x - \pi y) &= 0 \\ -2 \sin \frac{3\pi x - \pi y}{2} \sin \frac{\pi x + \pi y}{2} &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \sin \frac{3\pi x - \pi y}{2} = 0 \\ \sin \frac{\pi x + \pi y}{2} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{3\pi x - \pi y}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k; k \in \mathbb{Z} \quad | \cdot \frac{2}{\pi} \\ \frac{\pi x + \pi y}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n; n \in \mathbb{Z} \quad | \cdot \frac{2}{\pi} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - y = 2k + 1 \\ x + y = 2n + 1 \end{cases} \quad \begin{cases} y = -2k + 3x; k \in \mathbb{Z} \\ y = 2n - x; n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Ответ: $(x; -2k + 3x); (x; 2n - x), x \in \mathbb{R}; n, k \in \mathbb{Z}$

$$\beta) 1) \arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi, x, y \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} \frac{x}{6} - 1 \leq \frac{x}{6} \leq 1 \\ -1 \leq \frac{y}{2} \leq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} -6 \leq x \leq 6 \\ -2 \leq y \leq 2 \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} \arcsin \frac{x}{6} &\leq \frac{\pi}{2} \\ \arcsin \frac{y}{2} &\leq \frac{\pi}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} \leq \pi$$

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} \neq \pi$$

$$\begin{cases} \arcsin \frac{x}{6} < \frac{\pi}{2} \\ \arcsin \frac{y}{2} < \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{x}{6} < 1 \\ \frac{y}{2} < 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x < 6 \\ y < 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x \neq 6 \\ y \neq 2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad &\begin{cases} y = 3x - 2k \\ y = -x + 2n \end{cases}; k, n \in \mathbb{Z} \\ &\Downarrow \\ &y \equiv x \pmod{2} \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3) \exists x \equiv 0 \pmod{2} \Rightarrow x = 2p; p \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} y = 3 \cdot 2p - 2k \\ y = -2p + 2n \end{cases} \quad \begin{cases} y = 2(3p - k) \\ y = 2(n - p) \end{cases} \quad n, p, k \in \mathbb{Z}$$

$$y = 2q; q \in \mathbb{Z}$$

$$4) \exists x \equiv 1 \pmod{2} \Rightarrow x = 2p + 1$$

$$\begin{cases} y = 3 \cdot (2p + 1) - 2k \\ y = -2p - 1 + 2n \end{cases} \quad \begin{cases} y = 2(3p - k + 1) + 1 \\ y = 2(n - p - 1) + 1 \end{cases} \quad n, p, k \in \mathbb{Z}$$

$$y = 2q + 1; q \in \mathbb{Z}$$

5) Переберём все целые x из отрезка $[-6; 6]$ и соответствующие им значения y из отрезка $[-2; 2]$

$x = -6$	$y \in \{-2; 0; 2\}$	$x = 1$	$y \in \{-1; 1\}$
$x = -5$	$y \in \{-1; 1\}$	$x = 2$	$y \in \{-2; 0; 2\}$
$x = -4$	$y \in \{-2; 0; 2\}$	$x = 3$	$y \in \{-1; 1\}$
$x = -3$	$y \in \{-1; 1\}$	$x = 4$	$y \in \{-2; 0; 2\}$
$x = -2$	$y \in \{-2; 0; 2\}$	$x = 5$	$y \in \{-1; 1\}$
$x = -1$	$y \in \{-1; 1\}$	$x = 6$	$y \in \{-2; 0\}$
$x = 0$	$y \in \{-2; 0; 2\}$	$y \neq 2$	

Итого имеем $3 \cdot 6 + 2 \cdot 7 = 18 + 14 = 32$ пары чисел.

Ответ: 32 пары.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть на n ¹⁴ одинадцатиклассников было выделено k билетов ($n \geq k$; $k \geq 2$). Тогда вероятность того, что два конкретных одинадцатиклассника получат билет равна

$\frac{C_{n-2}^{k-2}}{C_n^k}$, где C_n^k — кол-во способов раздать k билетов на n человек, а C_{n-2}^{k-2} —

кол-во способов выбрать k человек, среди которых есть два исконых.

Тогда

$$\frac{C_{n-2}^{k-2}}{C_n^k} \cdot 6 = \frac{C_{n-2}^{k-2}}{C_n^k}$$

$$\frac{\frac{(n-2)!}{2! \cdot (n-4)!}}{\frac{n!}{4! \cdot (n-4)!}} \cdot 6 = \frac{\frac{(n-2)!}{(k-2)! \cdot (n-k)!}}{\frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}}$$

$$\frac{4!}{2!} \cdot 6 = \frac{k!}{(k-2)!}$$

$$\frac{24 \cdot 6}{2} = k \cdot (k-1)$$

$$k^2 - k - 72 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 72 = 289 = 17^2$$

$$\begin{cases} k = \frac{1+17}{2} \\ k = \frac{1-17}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} k = 9 \\ k = -8 - \text{не удовл. смыслу задачи} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: 9 билетов.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$\triangle ABC$ - остроуг.

ω_1 - описанная

O - центр ω_1

ω_2 - описана
около $\triangle BOC$

$\omega_2 \cap AB = P$

$AP = 25$

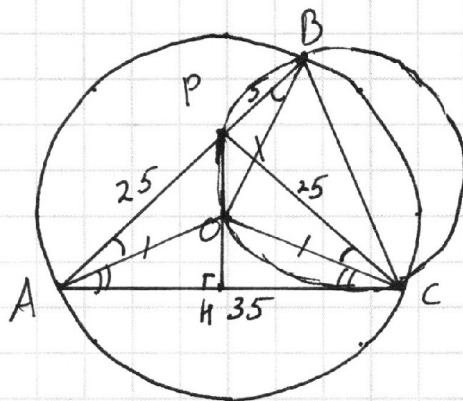
$BP = 5$

$AC = 35$

Найти:

S_{ABC}

Решение:



1) $AO = BO = CO$ - радиусы

2) $\triangle AOB$ $\left\{ \begin{array}{l} AO = BO \\ \angle AOB = \angle AOB \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AOB - \text{равноб.} \Rightarrow \angle BAO = \angle ABO$

3) $\angle OBP$ и $\angle OCP$ - вписанные $\left\{ \begin{array}{l} \angle OBP = \angle ABO \\ \angle OCP = \angle OCA \end{array} \right\} \Rightarrow \angle OCP = \angle OBP = \angle OAB$

4) $\triangle AOC$ $\left\{ \begin{array}{l} AO = OC \\ \angle AOC = \angle AOC \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AOC - \text{равноб.} \Rightarrow \angle OAC = \angle OCA$

5) $\left. \begin{array}{l} \angle BAO = \angle PCO \\ \angle OAC = \angle OCA \end{array} \right\} \Rightarrow \angle PAC = \angle PCA \Rightarrow \triangle APC - \text{равноб.}$

6) В $\triangle APC$ построим $PH \perp AC$. $PC = AP = 25$
 PH - высота и медиана $\Rightarrow AH = CH = \frac{AC}{2} = 17,5$

7) По Тх Пифагора

$$PH = \sqrt{AP^2 - AH^2} = \sqrt{25^2 - 17,5^2} = \sqrt{(2,5 \cdot 10)^2 - (2,5 \cdot 7)^2} =$$

$$= 2,5 \sqrt{10^2 - 7^2} = \frac{5\sqrt{51}}{2}$$

$$8) \sin \angle BAC = \frac{PH}{AP} = \frac{\frac{5\sqrt{51}}{2}}{25} = \frac{\sqrt{51}}{10}$$

$$9) S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin \angle BAC = \frac{1}{2} \cdot (25+5) \cdot 35 \cdot \frac{\sqrt{51}}{10} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 35 \cdot \frac{\sqrt{51}}{10} = \frac{105\sqrt{51}}{2}$$

Ответ: $\frac{105\sqrt{51}}{2}$



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} (x + 5\sqrt{2} \cos \alpha)(y + 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 169 \end{cases} \quad \sim 6$$

1) $x^2 + y^2 \leq 169$ — круг с центром в т. $(0; 0)$ и радиуса 13

$$2) (x + 5\sqrt{2} \cos \alpha)(y + 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0$$

$$\begin{cases} x + 5\sqrt{2} \cos \alpha \leq 0 \\ y + 5\sqrt{2} \sin \alpha \geq 0 \\ x + 5\sqrt{2} \cos \alpha \geq 0 \\ y + 5\sqrt{2} \sin \alpha \leq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq -5\sqrt{2} \cos \alpha \\ y \geq -5\sqrt{2} \sin \alpha \\ x \geq -5\sqrt{2} \cos \alpha \\ y \leq -5\sqrt{2} \sin \alpha \end{cases}$$

3) Построим прямые
 $y = 5\sqrt{2} \sin \alpha$ и $x = 5\sqrt{2} \cos \alpha$
В силу симметрии относительно Ox :

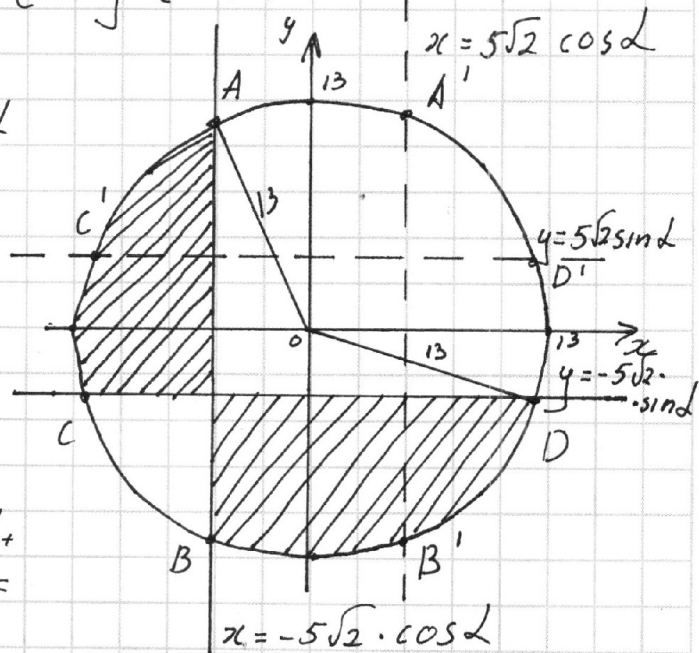
$$\begin{aligned} \cup AC' &= \cup CB \\ \cup AA' &= \cup BB' \\ \cup A'D' &= \cup B'D \end{aligned}$$

В силу симметрии относительно Oy :

$$\cup CC' = \cup DD'$$

$$\begin{aligned} 4) \cup AA' + \cup A'B' + \cup D'D + \cup DB' + \\ + \cup B'B + \cup BC + \cup CC' + \cup C'A = \\ = 2\cup AC' + 2\cup CC' + 2\cup BB' + \\ + 2\cup B'D = 360^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5) l_{AC'} + l_{CC'} + l_{BB'} + l_{B'D} = \\ = \frac{2\pi R}{2} = \pi R = 13\pi \end{aligned}$$



$$M = AB + CD + 13\pi$$

$$AB + CD + 13\pi \rightarrow \max$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$AB = 2 \cdot \sqrt{13^2 - (5\sqrt{2}\cos L)}$$

$$CD = 2 \cdot \sqrt{13^2 - (5\sqrt{2}\sin L)}$$

$$M = 2 \left(\sqrt{169 - 50\cos^2 L} + \sqrt{169 - 50\sin^2 L} \right) + 13\pi$$

$$t = \sin^2 L; \quad t \in [0; 1]$$

$$f(t) = 2 \left(\sqrt{119 + 50t} + \sqrt{169 - 50t} \right) + 13\pi$$

$$f'(t) = 2 \left(\frac{50}{2\sqrt{119 + 50t}} - \frac{50}{2\sqrt{169 - 50t}} \right) =$$

$$= \frac{50}{\sqrt{119 + 50t}} - \frac{50}{\sqrt{169 - 50t}}$$

$$f'(t) = 0$$

$$\frac{50}{\sqrt{119 + 50t}} = \frac{50}{\sqrt{169 - 50t}}$$

$$\sqrt{119 + 50t} = \sqrt{169 - 50t}$$

$$119 + 50t = 169 - 50t$$

$$100t = 50$$

$$t = \frac{1}{2}$$

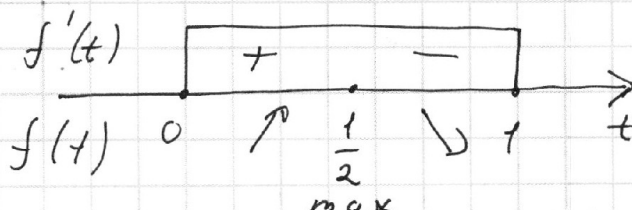
$$f'(0) = \frac{50}{\sqrt{119}} - \frac{50}{\sqrt{169}} > 0; \quad M_{\min} = f_{\min} = f\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \cdot \left(\sqrt{119 + 50 \cdot \frac{1}{2}} + \sqrt{169 - 50 \cdot \frac{1}{2}} \right) + 13\pi =$$

$$= 2 \cdot 2\sqrt{144} + 13\pi = 48 + 13\pi$$

$$\begin{aligned} 6) \quad \sin^2 L &= \frac{1}{2} \\ \sin L &= \frac{\sqrt{2}}{2} \\ L &= \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}; \quad k \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

Ответ: $M_{\min} = 48 + 13\pi$,
при $L = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}; \quad k \in \mathbb{Z}$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2(\sqrt{169-50\sin^2\alpha} + \sqrt{119+50\sin^2\alpha})$$

$$1-t = \sin^2\alpha; t \in [0; 1]$$

$$\frac{C_{n-2}^2}{C_n^4} \cdot 6 = \frac{C_{n-4+2}^{k-2}}{C_n^k}$$

$$F(t) = 2(\sqrt{169-50t} + \sqrt{119+50t})$$

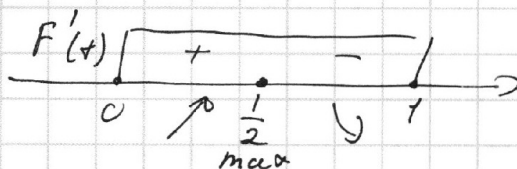
$$F' = 4 \frac{-50}{2\sqrt{169-50t}} + \frac{50}{\sqrt{119+50t}} = 0$$

$$\frac{(n-2)! \cdot 4! \cdot (n-4)!}{n! \cdot 2! \cdot (n-4)!} \cdot 6 = \frac{(n-2)! \cdot k! \cdot (n-k)!}{n! \cdot (k-2)! \cdot (n-k)!}$$

$$\sqrt{169-50t} = \sqrt{119+50t}$$

$$100t = 50$$

$$t = \frac{1}{2}$$



$$\sin\alpha = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}; k \in \mathbb{Z} \quad 72 = k \cdot (k-1)$$

$$M = 2\left(\sqrt{169-50 \cdot \frac{1}{2}} + \sqrt{119+50 \cdot \frac{1}{2}}\right) + 13\pi =$$

$$= 4\sqrt{144} = 4 \cdot 12 = 48$$

$$(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$\sin^2 \pi x + \sin \pi y \sin \pi x = \cos^2 \pi x - \cos \pi x \cos \pi y$$

$$(\cos^2 \pi x - \sin^2 \pi x) - (\cos \pi x \cos \pi y + \sin \pi x \sin \pi y) = 0$$

$$\cos 2\pi x - \cos \pi(x-y) = 0$$

$$-2 \sin \frac{3\pi x - \pi y}{2} \sin \frac{\pi x + \pi y}{2} = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4

$$A = 1111 \cdot K, K \in \{1, 2, 3, \dots, 9\}$$

$$1111 = 11 \cdot 101$$

$$\begin{array}{r} 1111 \overline{) 1111} \\ \underline{92} \\ 191 \\ \underline{161} \\ 30 \\ \underline{22} \\ 8 \\ \underline{8} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1111 \overline{) 113} \\ \underline{104} \\ 91 \\ \underline{65} \\ 26 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4111 \overline{) 113} \\ \underline{102} \\ 91 \\ \underline{85} \\ 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1111 \overline{) 129} \\ \underline{87} \\ 211 \\ \underline{201} \\ 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1111 \overline{) 131} \\ \underline{53} \\ 181 \\ \underline{181} \\ 0 \end{array}$$

$$11 \cdot 101$$

101 - 3 значное

606

11 - 2 значное

33

$$A \cdot B \cdot C = 11 \cdot 101 \cdot K, \quad 6 \cdot 101 \cdot K_2 \cdot 3 \cdot 11$$

$K, 2$ - квадрат

($K=2$ Ответ: (2222; 606; 33); (1888; 606; 33))
($K=8$)

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y+2} + \frac{5}{(x-2)(y+2)}$$

$$\begin{cases} x, y \neq 0 \\ x \neq 2 \\ y \neq -2 \end{cases} \quad \frac{x+y+5}{xy} = \frac{x+y+5}{(x-2)(y+2)}$$

$$x, y > 0 \Rightarrow x+y > 0 \Rightarrow x+y \neq -5$$

$$xy = (x-2)(y+2)$$

$$(x-y)(x^2+xy+y^2) - 6xy =$$

$$xy = xy + 2x - 2y - 4$$

$$= 2(x^2 + x^2 - 2x + x^2 - 4x + 2) - 6xy =$$

$$y = x - 2$$

$$x > 2$$

$$= 6x^2 - 12x + 4 - 6xy =$$

$$= 6x^2 - 18x + 4 - 6x^2 + 12x =$$

Ответ: 4

= 4

