

МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 6,
 - C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 2, а y — увеличить на 2. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 6xy$.
3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$.
- б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася выяснили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 6 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = 25$, $BP = 5$, $AC = 35$.
6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 5\sqrt{2} \cos \alpha)(y + 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 169. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади верхнего основания пирамиды к площади её боковой поверхности.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 1.

A, B, C - натуральные. $A \cdot B \cdot C$ - квадрат натурального числа. \Rightarrow Пусть $A \cdot B \cdot C = X^2$, $X \in \mathbb{N}$.

По условию A имеет вид \overline{aaaa} , где $a \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$
 $\Rightarrow A = a \cdot 1111 = a \cdot 11 \cdot 101$, так как a - ~~цифра~~ ^{цифра}, $a \neq 11$, $a \neq 101$.

$A \cdot B \cdot C : (11 \cdot 101)$, т.к. $A : (11 \cdot 101)$

$$X^2 : 11 \cdot 101 \Rightarrow X : (11 \cdot 101) \Rightarrow X^2 : 11^2 \cdot 101^2$$

(так как 11 и 101 - простые).

$\Rightarrow B \cdot C : 11 \cdot 101$. C двузначное, поэтому оно ^{точно} не делится на 101 $\Rightarrow B : 101 \Rightarrow B$ имеет вид $\overline{b0b}$, где $b \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Так как хотя бы одна из цифр B равна $b \Rightarrow b = b \Rightarrow B = b0b$.

$b0b \neq 11 \Rightarrow C : 11 \Rightarrow C$ имеет вид \overline{cc} , где $c \in \{1; 2; \dots; 9\}$
 Так как хотя бы одна из цифр C равна $c \Rightarrow c = c \Rightarrow C = 33$.

$$\Rightarrow A \cdot B \cdot C = a \cdot 11 \cdot 101 \cdot b0b \cdot 33 = 11^2 \cdot 101^2 \cdot 3^2 \cdot 2 \cdot a = X^2$$

$\Rightarrow 2a$ - квадрат какого-то числа.

- $2 \cdot 1 = 2$ - не подходит
- $2 \cdot 2 = 4$ - подходит
- $2 \cdot 3 = 6$ - не подходит
- $2 \cdot 4 = 8$ - не подходит
- $2 \cdot 5 = 10$ - не подходит
- $2 \cdot 6 = 12$ - не подходит
- $2 \cdot 7 = 14$ - не подходит
- $2 \cdot 8 = 16$ - подходит
- $2 \cdot 9 = 18$ - не подходит

Значит, либо $A = 2222$,
 либо $A = 8888$.
 Троек $(A; B; C)$ всего две.

Ответ: $\{(2222; 606; 33), (8888; 606; 33)\}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

ω2

$$K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y+2} + \frac{5}{(x-2)(y+2)}$$

$$\frac{5+x+y}{xy} = \frac{5+x-2+y+2}{(x-2)(y+2)}$$

$$\frac{5+x+y}{xy} = \frac{5+x+y}{(x-2)(y+2)}$$

$5+x+y=0$ — не может быть, так как $x, y > 0$
 $xy, (x-2)(y+2) \neq 0$

$$xy = (x-2)(y+2) \neq 0$$

Значит $xy = (x-2)(y+2)$

$$xy = xy - 2y + 2x - 4$$

$$4 = 2(x-y)$$

$$x-y = 2.$$

$$\begin{aligned} M &= x^3 - y^3 - 6xy = (x-y)(x^2 + xy + y^2) - 6xy = \\ &= 2x^2 + 2xy + 2y^2 - 6xy = 2x^2 - 4xy + 2y^2 = 2(x-y)^2 = \\ &= 2 \cdot 4 = 8. \end{aligned}$$

Ответ: $M = 8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 3.

$$a) (\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$2 \sin \frac{\pi x + \pi y}{2} \cos \frac{\pi x - \pi y}{2} \cdot \sin \pi x = -2 \sin \frac{\pi x + \pi y}{2} \cdot \sin \frac{\pi x - \pi y}{2} \cdot \cos \pi x$$

$$\sin \frac{\pi}{2}(x+y) \cdot \cos \frac{\pi}{2}(x-y) \cdot \sin \pi x = -\sin \frac{\pi}{2}(x+y) \cdot \sin \frac{\pi}{2}(x-y) \cdot \cos \pi x$$

$$\left[\sin \frac{\pi}{2}(x+y) = 0 \right.$$

$$\left. \cos \frac{\pi}{2}(x-y) \cdot \sin \pi x = -\sin \frac{\pi}{2}(x-y) \cdot \cos \pi x \right.$$

II либо $\cos \pi x \neq 0$ и $\cos \frac{\pi}{2}(x-y) \neq 0$, либо $\cos \pi x = 0$

$$\left[\sin \frac{\pi}{2}(x+y) = 0 \quad (*) \right.$$

$$\left. \operatorname{tg} \pi x = -\operatorname{tg} \frac{\pi}{2}(x-y) \quad (**) \right.$$

$$\left. \cos \pi x = \cos \frac{\pi}{2}(x-y) = 0 \quad (***) \right.$$

$$\Rightarrow \cos \frac{\pi}{2}(x-y) \cdot \sin \pi x \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin \pi x = 0 \\ \cos \frac{\pi}{2}(x-y) = 0 \end{cases}$$

не может быть,
так как $\cos \pi x = 0$,
 $\sin^2 \pi x + \cos^2 \pi x = 1$

Решим (*):

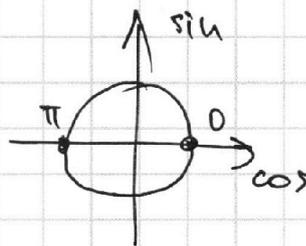
$$\sin \frac{\pi}{2}(x+y) = 0$$

$$\frac{\pi}{2}(x+y) = \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x+y = 2k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = -y + 2k, k \in \mathbb{Z}$$

$$y = -x + 2k, k \in \mathbb{Z}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решим (*2):

$$\operatorname{tg} \pi x = -\operatorname{tg} \frac{\pi}{2} (x-y)$$

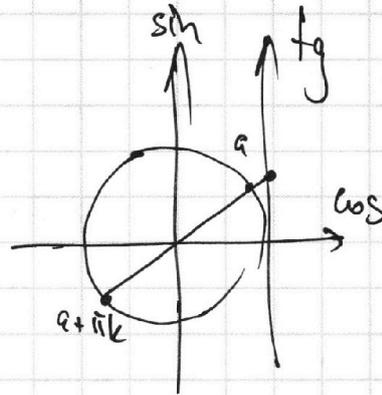
$$\operatorname{tg} \pi x = \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} (y-x)$$

$$\pi k + \pi x = \frac{\pi}{2} (y-x), k \in \mathbb{Z}$$

$$2x + 2k = y - x, k \in \mathbb{Z}$$

$$3x = y - 2k, k \in \mathbb{Z}$$

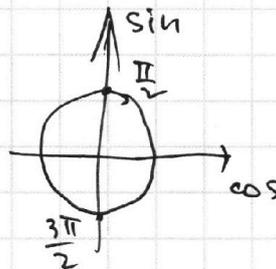
$$y = 3x + 2k, k \in \mathbb{Z}$$



Решим (*3):

$$\cos \pi x = 0$$

$$\cos \frac{\pi}{2} (x-y) = 0$$



$$\pi x = \frac{\pi}{2} + \pi k_1, k_1 \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{\pi}{2} (x-y) = \frac{\pi}{2} + \pi k_2, k_2 \in \mathbb{Z}$$

$$2x = 1 + 2k_1, k_1 \in \mathbb{Z}$$

$$x-y = 1 + 2k_2, k_2 \in \mathbb{Z}$$

\Leftrightarrow



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} + k_1, k_1 \in \mathbb{Z} \\ \frac{1}{2} + k_1 - y = 1 + 2k_2, k_1, k_2 \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} + k_1, k_1 \in \mathbb{Z} \\ y = \underbrace{-\frac{1}{2} + k_1}_{x-1} - 2k_2, k_1, k_2 \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Вернемся к системе совокупности:

$$\begin{cases} y = -x + 2k, k \in \mathbb{Z} \\ y = 3x + 2k_3, k_3 \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{1}{2} + k_1, k_1 \in \mathbb{Z} \\ y = x - 1 - 2k_2, k_2 \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Ответ: $(x, y) \in \left\{ (x; -x + 2k), (x; 3x + 2k_3), \left(\frac{1}{2} + k_1; -\frac{1}{2} + k_1 - 2k_2 \right) \right\}$, где k, k_1, k_2 и $k_3 \in \mathbb{Z}$

$$\delta) \quad \begin{aligned} & \forall t \in [-1; 1] \\ & \arcsin t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} \leq \pi \quad \text{при всех } x \text{ и } y \text{ на области определения}$$

Равенство достигается тогда и только тогда, когда $\begin{cases} \arcsin \frac{x}{6} = \frac{\pi}{2} \\ \arcsin \frac{y}{2} = \frac{\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 2. \end{cases}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Следовательно $\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi$

$$\begin{cases} (x, y) \neq (6; 2) \\ x \in [-6; 6] \quad (\text{т.к. } \frac{x}{6} \in [-1; 1]) \\ y \in [-2; 2] \quad (\text{т.к. } \frac{y}{2} \in [-1; 1]) \end{cases}$$

Переберем все целые x на $[-6; 6]$:

при $x = -6$

$$\begin{cases} y = -18 + 2k, k \in \mathbb{Z} \text{ ①} \\ y = 6 + 2k_3, k_3 \in \mathbb{Z} \text{ ②} \\ y = \frac{1}{2} + k_1, k_1 \in \mathbb{Z} \\ y = -\frac{1}{2} + 2k_2, k_2 \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

невозможно подобрать, т.к. $\frac{1}{2} + k_1, k_1 \in \mathbb{Z}$ не является целым числом

① $y = -18 + 2k, k \in \mathbb{Z}$

при $k \leq 8 \quad y < -2$

при $k = 8 \quad y = -2$

$k = 9 \quad y = 0$

$k = 10 \quad y = 2$

$k > 10 \quad y > 2$

\Rightarrow пар $(-6; -2), (-6; 0)$ и $(-6; 2)$ подходят

② $y = 6 + 2k_3, k_3 \in \mathbb{Z}$

при $k_3 > -2 \quad y > 2$

$k_3 = -2 \quad y = 2$

$k_3 = -3 \quad y = 0$

$k_3 = -4 \quad y = -2$

$k_3 < -4 \quad y < -2$

\Rightarrow пар $(-6; 2), (-6; -2)$ и $(-6; 0)$ подходят.

при $x = -5$

$$\begin{cases} y = -15 + 2k_1, k_1 \in \mathbb{Z} \text{ ①} \\ y = 5 + 2k_3, k_3 \in \mathbb{Z} \text{ ②} \\ y = \frac{1}{2} + k_1, k_1 \in \mathbb{Z} \\ y = -5 - 1 + 2k_2, k_2 \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

невозможно подобрать, т.к. $\frac{1}{2} + k_1, k_1 \in \mathbb{Z}$ не целое число.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
5 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

① $y = -5 + 2k, k \in \mathbb{Z}$

при $k < 7$ $y < -2$
 $k = 7$ $y = -1$
 $k = 8$ $y = 1$
 $k > 8$ $y > 2$

\Rightarrow пары $(-5; -1)$ и $(-5; 1)$ подходят

② $y = 5 + 2k_3, k_3 \in \mathbb{Z}$

при $k_3 > -2$ $y > 2$
 $k_3 = -2$ $y = 1$
 $k_3 = -3$ $y = -1$
 $k_3 < -3$ $y < -2$

\Rightarrow пары $(-5; -1)$ и $(-5; 1)$ подходят

при $x = -4$

$y = -12 + 2k, k \in \mathbb{Z}$ ①

$y = 4 + 2k_3, k_3 \in \mathbb{Z}$ ②

$-4 = \frac{1}{2} + k_1, k_1 \in \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{1}{2} + k_1 \notin \mathbb{Z}$ это невозможно
 $y = -4 - 1 + 2k_2, k_2 \in \mathbb{Z}$

① $y = -12 + 2k, k \in \mathbb{Z}$

при $k < 5$ $y < -2$
 $k = 5$ $y = -2$
 $k = 6$ $y = 0$
 $k = 7$ $y = 2$
 $k > 7$ $y > 2$

\Rightarrow пары $(-4; -2)$, $(-4; 0)$ и $(-4; 2)$ подходят

② $y = 4 + 2k_3, k_3 \in \mathbb{Z}$

при $k_3 > -1$ $y > 2$
 $k_3 = -1$ $y = 2$
 $k_3 = -2$ $y = 0$
 $k_3 = -3$ $y = -2$
 $k_3 < -3$ $y < -2$

\Rightarrow пары $(-4; -2)$, $(-4; 0)$ и $(-4; 2)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
6 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

при $x = -3$

$$\begin{cases} y = 3x + 2k_1, k_1 \in \mathbb{Z} \textcircled{1} \\ y = -x + 2k_3, k_3 \in \mathbb{Z} \textcircled{2} \end{cases}$$

(случаи аналогично не рассматриваем, т.к. $\frac{1}{2} + k_1 \notin \mathbb{Z}$ при $k_1 \in \mathbb{Z}$)
далее не будем его рассматривать

$$\textcircled{1} y = -9 + 2k_1, k_1 \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{aligned} k_1 = 4 &\Rightarrow y = -1 \\ k_1 = 5 &\Rightarrow y = 1 \end{aligned} \Rightarrow \text{пара } (-3; -1) \text{ и } (-3; 1)$$

$$\textcircled{2} y = 3 + 2k_3, k_3 \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{aligned} k_3 = -2 &\Rightarrow y = -1 \\ k_3 = -1 &\Rightarrow y = 1 \end{aligned} \Rightarrow \text{пара } (-3; -1) \text{ и } (-3; 1)$$

при $x = -2$

$$\begin{cases} y = -6 + 2k_1, k_1 \in \mathbb{Z} \textcircled{1} \\ y = 2 + 2k_3, k_3 \in \mathbb{Z} \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} y = -6 + 2k_1, k_1 \in \mathbb{Z} \quad \begin{aligned} k_1 = 4 &\Rightarrow y = 2 \\ k_1 = 3 &\Rightarrow y = 0 \end{aligned} \quad \begin{aligned} k_1 = 2 &\Rightarrow y = -2 \\ &\Rightarrow \text{пара } (-2; 2), (-2; 0), \\ &\quad (-2; -2). \end{aligned}$$

$$\textcircled{2} y = 2 + 2k_3, k_3 \in \mathbb{Z} \quad \begin{aligned} k_3 = 0 &\Rightarrow y = 2 \\ k_3 = -1 &\Rightarrow y = 0 \end{aligned} \quad \begin{aligned} k_3 = -2 &\Rightarrow y = -2 \\ &\Rightarrow \text{пара } (-2; 2), (-2; 0), \\ &\quad (-2; -2). \end{aligned}$$

при $x = -1$

$$\begin{cases} y = -3 + 2k_1, k_1 \in \mathbb{Z} \\ y = 1 + 2k_3, k_3 \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \begin{aligned} k_1 = 1 &\Rightarrow y = -1 \\ k_1 = 2 &\Rightarrow y = 1 \end{aligned} \Rightarrow \text{пара } (-1; -1) \text{ и } (-1; 1)$$

$$\textcircled{2} \begin{aligned} k_3 = -1 &\Rightarrow y = -1 \\ k_3 = 0 &\Rightarrow y = 1 \end{aligned}$$

при $x = 0$

$$\begin{cases} y = 2k_1, k_1 \in \mathbb{Z} \\ y = 2k_3, k_3 \in \mathbb{Z} \end{cases} \quad \text{значит } y \in \{-2; 0; 2\} \Rightarrow \text{пара } (0; -2), (0; 0) \text{ и } (0; 2)$$

при $x = 1$

$$\begin{cases} y = 3 + 2k_1, k_1 \in \mathbb{Z} \textcircled{1} \\ y = -1 + 2k_3, k_3 \in \mathbb{Z} \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \begin{aligned} k_1 = -1 &\Rightarrow y = 1 \\ k_1 = -2 &\Rightarrow y = -1 \end{aligned} \Rightarrow \text{пара } (1; 1) \text{ и } (1; -1)$$

$$\textcircled{2} \begin{aligned} k_3 = 1 &\Rightarrow y = 1 \\ k_3 = 0 &\Rightarrow y = -1 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
7 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

при $x=2$

$$\begin{cases} y = 6 + 2k_1, k_1 \in \mathbb{Z} \text{ ①} \\ y = -2 + 2k_3, k_3 \in \mathbb{Z} \text{ ②} \end{cases}$$

① $k = -3 \Rightarrow y = 0$ $k = -4 \Rightarrow y = -2$
 $k = -2 \Rightarrow y = 2$
 ② $k_3 = 0 \Rightarrow y = -2$ $k_3 = 2 \Rightarrow y = 2$
 $k_3 = 1 \Rightarrow y = 0$
 \Rightarrow пары $(2; 2), (2; -2)$
 и $(2; 0)$

при $x=3$

$$\begin{cases} y = 9 + 2k_1, k_1 \in \mathbb{Z} \text{ ①} \\ y = -3 + 2k_3, k_3 \in \mathbb{Z} \text{ ②} \end{cases}$$

① $k = -5 \Rightarrow y = -1$
 $k = -4 \Rightarrow y = 1$
 ② $k_3 = 1 \Rightarrow y = -1$ \Rightarrow пары $(3; 1)$ и $(3; -1)$
 $k_3 = 2 \Rightarrow y = 1$

при $x=4$

$$\begin{cases} y = 12 + 2k_1, k_1 \in \mathbb{Z} \text{ ①} \\ y = -4 + 2k_3, k_3 \in \mathbb{Z} \text{ ②} \end{cases}$$

① $k = -5 \Rightarrow y = 2$ $k = -6 \Rightarrow y = 0$
 $k = -7 \Rightarrow y = -2$ \Rightarrow пары $(4; 2), (4; 0),$
 $(4; -2)$
 ② $k_3 = 1 \Rightarrow y = -2$
 $k_3 = 2 \Rightarrow y = 0$ $k_3 = 3 \Rightarrow y = 2$

при $x=5$

$$\begin{cases} y = 15 + 2k_1, k_1 \in \mathbb{Z} \text{ ①} \\ y = -5 + 2k_3, k_3 \in \mathbb{Z} \text{ ②} \end{cases}$$

① $k = -7 \Rightarrow y = 1$
 $k = -8 \Rightarrow y = -1$ \Rightarrow пары $(5; -1)$ и $(5; 1)$
 ② $k_3 = 2 \Rightarrow y = -1$
 $k_3 = 3 \Rightarrow y = 1$

при $x=6$

$$\begin{cases} y = 18 + 2k_1, k_1 \in \mathbb{Z} \text{ ①} \\ y = -6 + 2k_3, k_3 \in \mathbb{Z} \text{ ②} \end{cases}$$

① при $k = -8$ $y = 2$
 при $k = -9$ $y = 0$ при $k = -10$ $y = -2$
 ② при $k_3 = 3$ $y = 0$ при $k_3 = 4$ $y = 2$
 при $k_3 = 2$ $y = -2$
 \Rightarrow пары $(6; -2)$ и $(6; 0)$
 не подходит, т.к. $(x, y) \neq (6; 2)$
 не подходит

Итого пар $7 \times 3 - 1 + 6 \times 2 = 32$
 четный x \rightarrow

Ответ: 32 пары.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4

Пусть m - число билетов в конце, n - число одинадцатиклассников.

Вероятность того, что и Петя, и Вера попадут на концерт равна $\frac{m}{n} \cdot \frac{m-1}{n-1}$ - в конце

$$\frac{4 \cdot (4-1)}{n \cdot (n-1)} - \text{в начале}$$

$$\Rightarrow \frac{m(m-1)}{n(n-1)} = 6 \cdot \frac{4 \cdot 3}{n(n-1)} \Leftrightarrow m^2 - m = 72 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 9 \\ m = -7 \end{cases}$$

Значит, в конце билетов было 9.

Ответ: 9 билетов.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

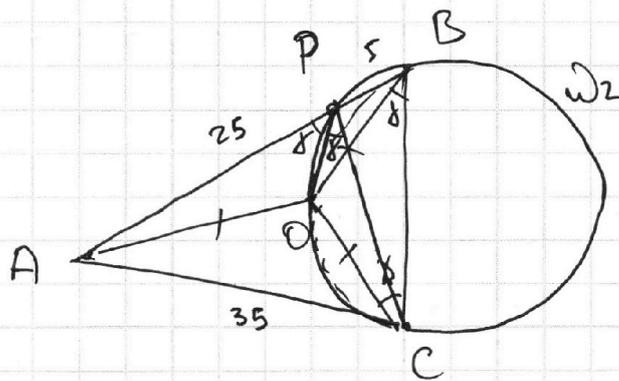
NS.

$$AP = 25$$

$$PB = 5$$

$$AC = 35$$

$$S_{ABc} = ?$$



Пусть $\angle OCB = \delta \Rightarrow \angle OBC = \delta$ (т.к. $BO = OC \Rightarrow \Delta BOC$ равнобедренный)

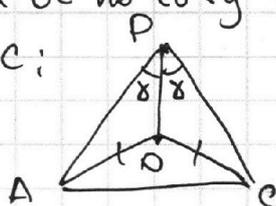
$OPBC$ - вписанный в ω_2 четырехугольник $\Rightarrow \angle OPB = 180 - \delta$

$\Rightarrow \angle APO = \delta$ (т.к. $\angle APO$ и $\angle OPB$ смежные)

$$\angle OPC = \angle OBC = \delta$$

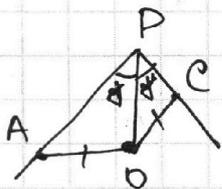
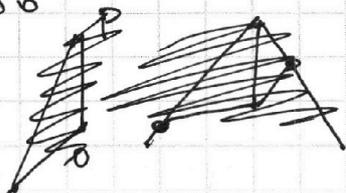
(т.к. они опираются на OC по св-ву вписанного в окр. углов)

Рассмотрим ΔAPC :



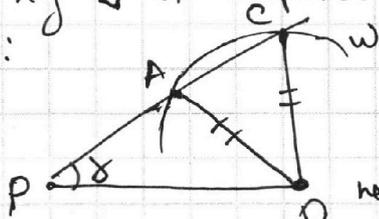
PO - общая сторона ΔAPO и ΔCPO
 $AO = OC$,
 $\angle APO = \angle OPC$.

либо $\Delta AOP = \Delta COP$,
либо



они имеют вот такое расположение: (*)

(*) Построим треугольник со стороной PO , прилегающему к ней углу δ и стороне AO , ~~или~~ противоположной углу δ :



PO фиксированно, δ фиксирован
окружность ω с центром в точке O и радиусом $|OA|$ пересекает луч из P в 2 точках максимум.

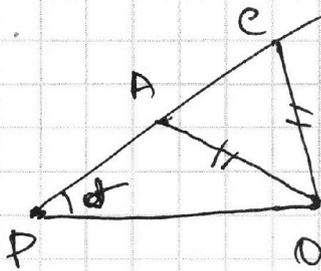


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

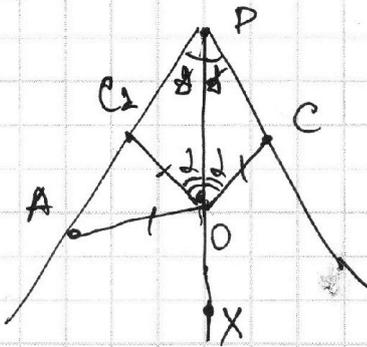
СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Следовательно, существует максимум 2 треугольника, со стороной PO, прилегающими углом γ и стороной, равной по длине AO, напротив δ угла γ .

Если $\triangle APO \neq \triangle CPO$:



Пусть $PC < PA$, пусть $C_1 \in [PA]$, $C_1P = PC$
 $\Rightarrow \triangle PC_1O = \triangle PCO$ (по 3 сторонам)

Пусть $\angle C_1OP = d \Rightarrow \angle POC = d$

$\Rightarrow \angle AC_1O = \gamma + d$ (т.к. он внешний)

$\Rightarrow \angle C_1AO = \gamma + d$ (т.к. $OA = OC_1$)

$\triangle OAC_1$ равнобедренный

$\Rightarrow \angle AOX = 2\gamma + d$ (так как $\angle AOX$ внешний к $\triangle APO$).

$$\angle COX = 180 - d$$

$$\Rightarrow \angle AOX + \angle COX = 180 + 2\gamma > 180^\circ.$$

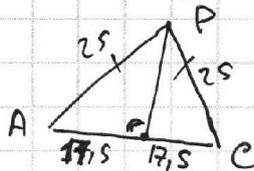
Так как O - центр описанной окружности $\triangle ABC$.

$\angle B = 90 + \gamma$ - не острый угол.

Противоречие с условием

$$\Rightarrow \triangle AOP = \triangle COP \Rightarrow AP = PC$$

$\Rightarrow \triangle APC$ равнобедренный



$$AC = 35 \Rightarrow \frac{1}{2}AC = 17,5$$

$$\Rightarrow \cos \angle PAC = \frac{17,5}{25} = \frac{7}{10}$$

$$\Rightarrow \sin \angle PAC = \sqrt{1 - \frac{49}{100}} = \frac{\sqrt{51}}{10}$$

(т.к. $\angle PAC$ острый)

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \sin \angle BAC \cdot AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{51}}{10} \cdot 30 \cdot 35 = \frac{21\sqrt{51}}{4}$$

Ответ: $\frac{21\sqrt{51}}{4}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

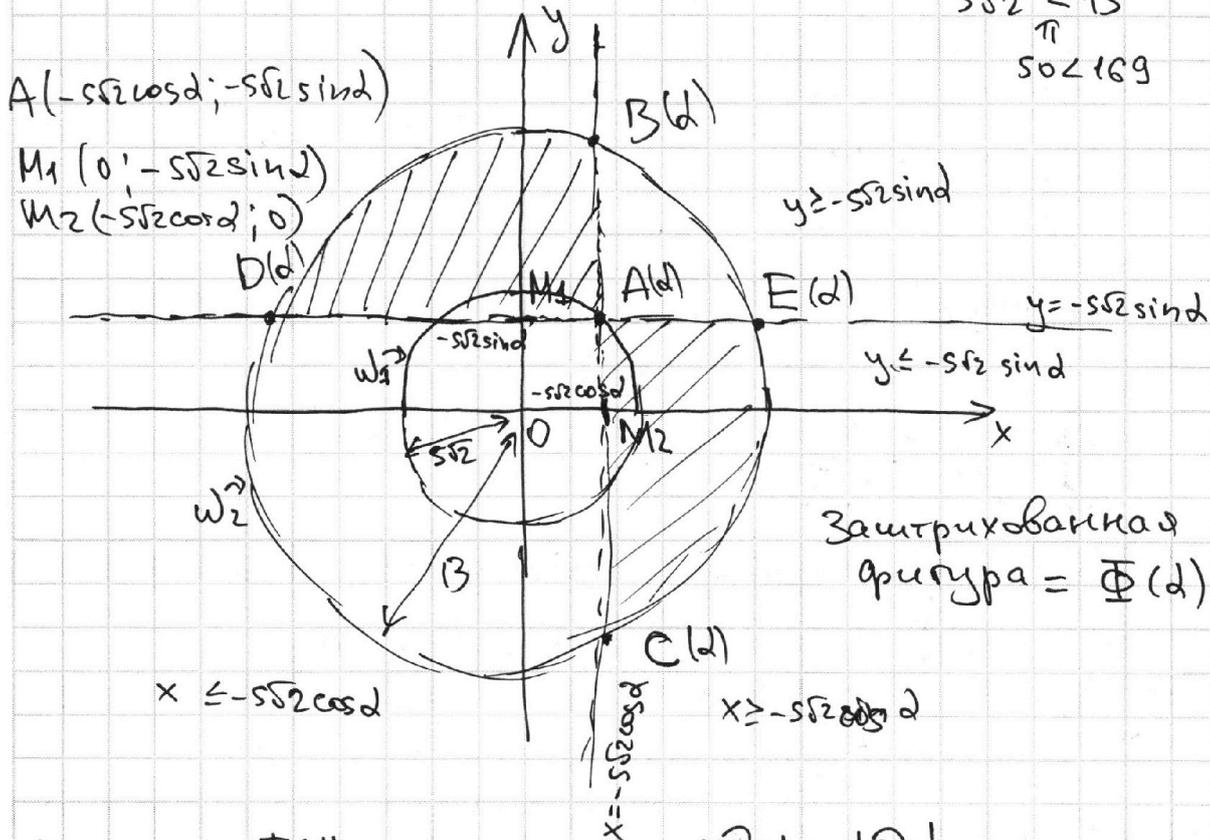
N6

$$\begin{cases} (x + 5\sqrt{2} \cos d)(y + 5\sqrt{2} \sin d) \leq 0 \quad (*) \\ x^2 + y^2 \leq 169 \quad (**) \end{cases}$$

Решим на плоскости (x, y) :

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -5\sqrt{2} \cos d \\ y \geq -5\sqrt{2} \sin d \end{cases} \vee \begin{cases} x \geq -5\sqrt{2} \cos d \\ y \leq -5\sqrt{2} \sin d \end{cases}$$

(**) - круг с центром в $(0; 0)$ и радиусом $R = 13$. Пусть это ω_2 .
 $5\sqrt{2} < 13$
 π
 $50 < 169$



Периметр $\Phi(d) = DE + BC + |DB| + |CE|$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{\text{угловая мера } \widehat{DB} + \text{угловая мера } \widehat{CE}}{2} = \angle CAE = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \angle DB + \angle CE = 180^\circ = \pi \text{ рад.}$$

$$\Rightarrow |\widehat{DB}| + |\widehat{CE}| = |\widehat{DB} + \widehat{CE}| = \frac{\pi}{2\pi} \cdot 2\pi R = \pi R.$$

Значит периметр $\Phi(d)$ максимален при максимальном $(|DE| + |BC|)$. Пусть $f(d) = DE + BC =$

$$= 2\sqrt{R^2 - OM_1^2} + 2\sqrt{R^2 - OM_2^2} =$$

$$= 2(\sqrt{169 - 50\sin^2 d} + \sqrt{169 - 50\cos^2 d}).$$

Чтобы найти максимум функции продифференцируем, т.к. график симметричен относительно (O_x) и (O_y) , пусть $d \in [0; \frac{\pi}{2}]$.
(т.к. А движется по окружности ω_1)

$$f'(d) = 2 \cdot 100 \cdot \left(\frac{\cos d \sin d}{\sqrt{169 - 50\cos^2 d}} - \frac{\sin d \cos d}{\sqrt{169 - 50\sin^2 d}} \right) =$$

$$= 200 \cos d \sin d \cdot \frac{\sqrt{169 - 50\sin^2 d} - \sqrt{169 - 50\cos^2 d}}{\sqrt{169 - 50\sin^2 d} \cdot \sqrt{169 - 50\cos^2 d}} = \frac{\sqrt{169 - 50\sin^2 d} + \sqrt{169 - 50\cos^2 d}}{\text{т.к. оно } > 0 \text{ всегда}}$$

$$= 200 \frac{\sin d \cdot \cos d \cdot 50(\cos^2 d - \sin^2 d)}{\sqrt{169 - 50\sin^2 d} \cdot \sqrt{169 - 50\cos^2 d} (\sqrt{169 + 50\cos^2 d} + \sqrt{169 - 50\sin^2 d})} =$$

$$= 1000 \cdot \frac{\sin d \cos d \cdot (\cos d - \sin d)(\cos d + \sin d)}{\sqrt{169 - 50\sin^2 d} \cdot \sqrt{169 - 50\cos^2 d} (\sqrt{169 + 50\cos^2 d} + \sqrt{169 - 50\sin^2 d})}.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

при $\alpha \in [0; \frac{\pi}{2}]$

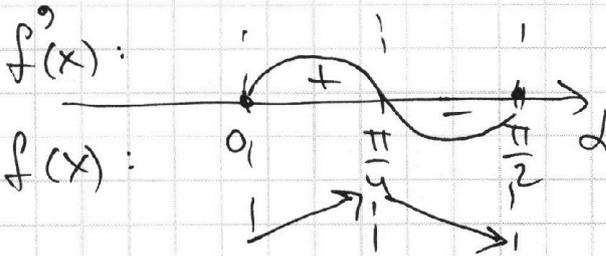
$$\cos \alpha \sin \alpha \geq 0$$

$$\cos \alpha + \sin \alpha > 0$$

т.к. $\sin^2 \alpha \leq 1, \cos^2 \alpha \leq 1$

$$169 - 50 \sin^2 \alpha > 0$$

$$169 - 50 \cos^2 \alpha > 0$$



при $\alpha \in [0; \frac{\pi}{4}] \cos \alpha \geq \sin \alpha$

при $\alpha \in [\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}] \cos \alpha \leq \sin \alpha$.

Следовательно, $\alpha = \frac{\pi}{4}$ — точка максимума $f(\alpha)$ на $[0; \frac{\pi}{2}]$

$$f(\alpha) = 2(\sqrt{169 - 25} + \sqrt{169 - 25}) = 4\sqrt{144} = 48.$$

М-периметр $\Phi(\alpha) = f(\alpha) + 10\sqrt{3} + 10\sqrt{e} = 13\pi + 48.$

Ответ; $13\pi + 48.$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

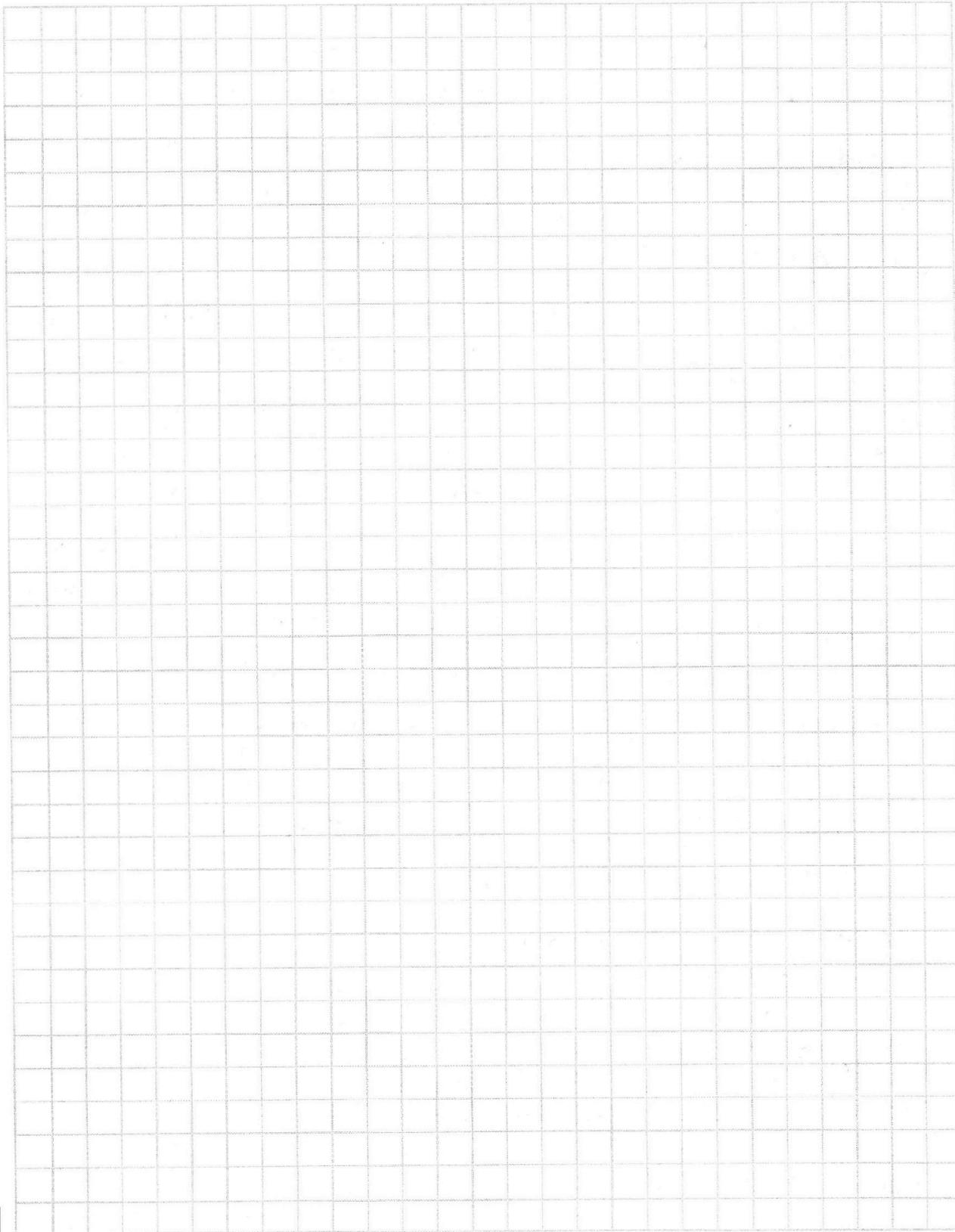
5

6

7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y+2} + \frac{5}{(x-2)(y+2)}$$

$$\frac{5+xy}{xy} = \frac{5+x-2+y+2}{(x-2)(y+2)} > 0 \quad \text{отлично.}$$

$$xy = (x-2)(y+2)$$

$$xy = xy - 2y + 2x - 4$$

$$2x - 2y = 4$$

$$x - y = 2$$

$$= 2(x^2 + xy + y^2) - 6xy = 2x^2 + 2y^2 - 4xy = 2(x^2 - 2xy + y^2) = 2(x-y)^2$$

$$y+2 = x$$

$$\frac{1}{y+2} + \frac{1}{y} + \frac{5}{(y+2)y} = \frac{1}{y} + \frac{1}{y+2} + \frac{5}{y(y+2)} \quad \text{всегда ок.}$$

A, B, C натуральные

~~33~~ $\overline{aaaa} \div 11$ знамен

число 99.
: 101

$$\begin{array}{r} \text{и и и и и} \\ - 44 \\ \hline 44 \end{array} \quad \begin{array}{r} 101 \\ - 101 \\ \hline 00 \end{array}$$

$$\overline{aaaa} : 11 = \overline{a0a}$$

$$\begin{array}{r} 101 \overline{) 11} \\ \underline{11} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 101 \\ \underline{11} \\ 101 \\ \underline{11} \\ 101 \\ \underline{11} \\ 111 \end{array}$$

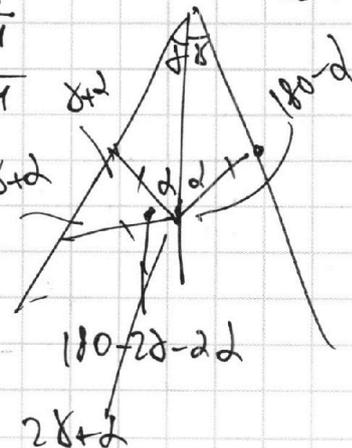
$$\begin{array}{r} \times 13 \\ 12 \\ \hline + 91 \\ \hline 13 \\ \hline 221 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 606 \\ \times 33 \\ \hline \end{array}$$

$$= \underbrace{6 \times 3}_{3 \times 2} \times \underbrace{11 \times 101}_{1111}$$

упр 8×2

$$180 - (180 - 2\alpha - 2\beta) - \alpha = 2\alpha + 2$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x \quad 21 - 1 + 12 = 32$$

$$\sin a + \sin b = \sin\left(\frac{a+b}{2} + \frac{a-b}{2}\right) + \sin\left(\frac{a+b}{2} - \frac{a-b}{2}\right) =$$

$$= \sin \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2} + \sin \frac{a-b}{2} \cdot \cos \frac{a+b}{2} + \sin \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2} - \sin \frac{a-b}{2} \cos \frac{a+b}{2}$$

$$= 2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2} =$$

$$= 2 \sin \frac{\pi}{2}(x+y) \cdot \cos \frac{\pi}{2}(x-y)$$

$$\cos a - \cos b = \cos\left(\frac{a+b}{2} + \frac{a-b}{2}\right) - \cos\left(\frac{a+b}{2} - \frac{a-b}{2}\right) =$$

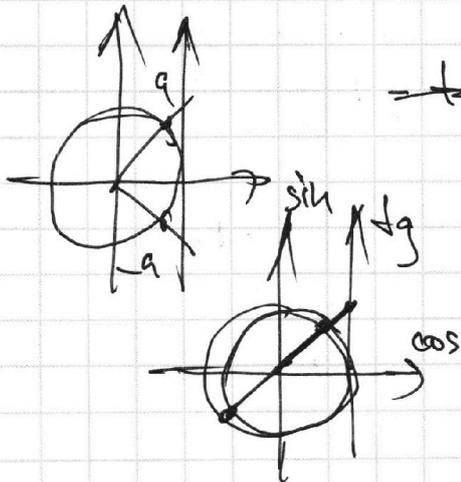
$$= \cos \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2} - \sin \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2} - \cos \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2} + \sin \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$$

$$= -2 \sin \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2} = -2 \sin \frac{\pi}{2}(x+y) \cdot \sin \frac{\pi}{2}(x-y)$$

$$2 \sin \frac{\pi}{2}(x+y) \cdot \cos \frac{\pi}{2}(x-y) - \sin \pi x = 2 \sin \frac{\pi}{2}(x+y) \cdot \sin \frac{\pi}{2}(x-y) \cdot \cos \pi x$$

либо $\sin \frac{\pi}{2}(x+y) = 0 \Rightarrow \frac{\pi}{2}(x+y) = \pi k \Rightarrow x+y = 2k \Rightarrow y = -x + 2k$

либо $\cos \frac{\pi}{2}(x-y) \cdot \sin \pi x = -\sin \frac{\pi}{2}(x-y) \cdot \cos \pi x$



$$= \text{tg} \pi x = -\text{tg} \frac{\pi}{2}(x-y)$$

$$\text{tg} \pi x = \text{tg} -\frac{\pi}{2}(x-y)$$

$$\text{tg} \pi x = \text{tg} \frac{\pi}{2}(y-x)$$

или

$$\pi x = \pi k + \frac{\pi}{2}(y-x) \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$2x = 2k + y - x \quad y = 3x + 2k$$

$$\begin{cases} y = -x + 2k \\ y = 3x + 2k \end{cases}$$

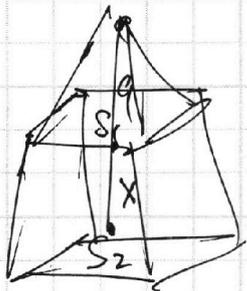


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$V_1 = \frac{1}{3} S_1 a$$

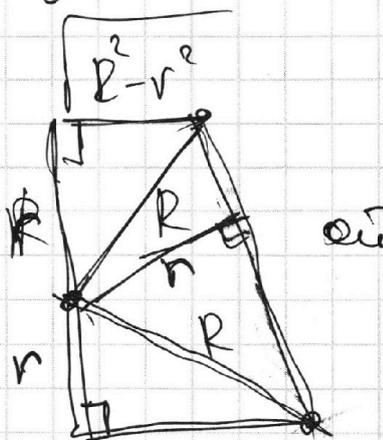
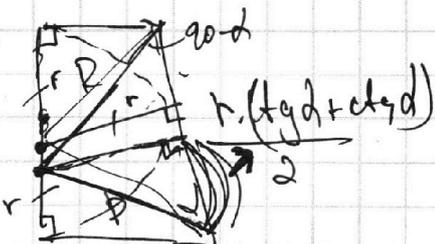
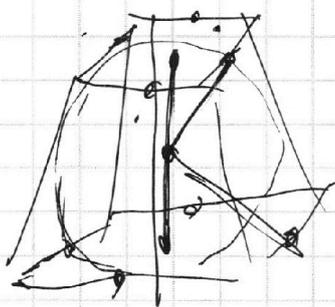
$$V_2 = \frac{1}{3} S_2 (ax)$$

$$V = V_2 - V_1 = \frac{1}{3} a (S_2 - S_1) + \frac{1}{3} S_2 x$$

$$V = \frac{1}{3} h \cdot S_{\text{бок}} =$$

~~Для сферы касаясь боковой поверхности~~

Да она касается осями





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

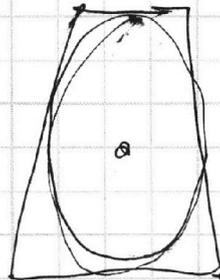
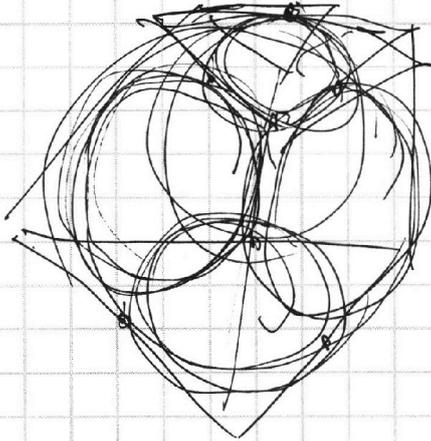
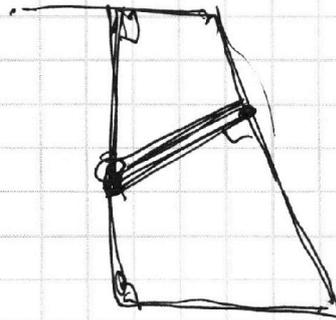
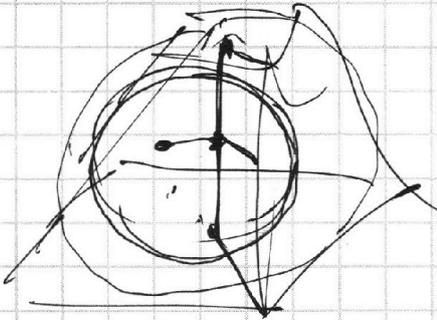
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

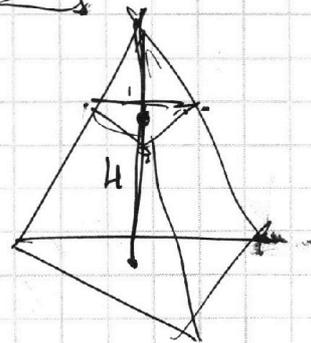
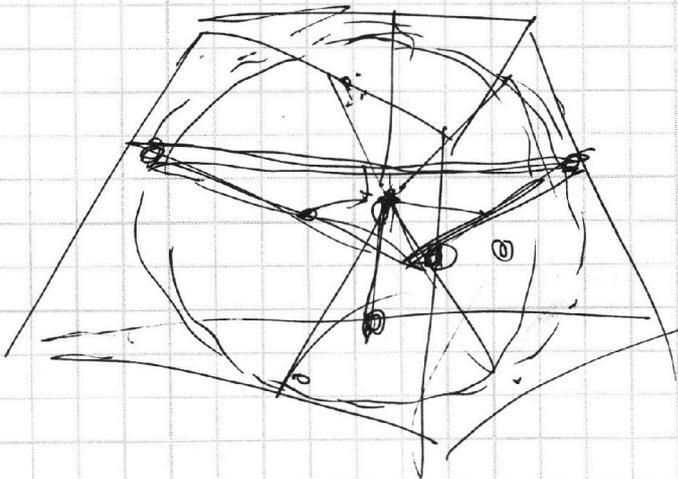
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

брух

$$(x-y)(x^2-xy+y^2)$$



$$V = \frac{1}{3} H \cdot S$$



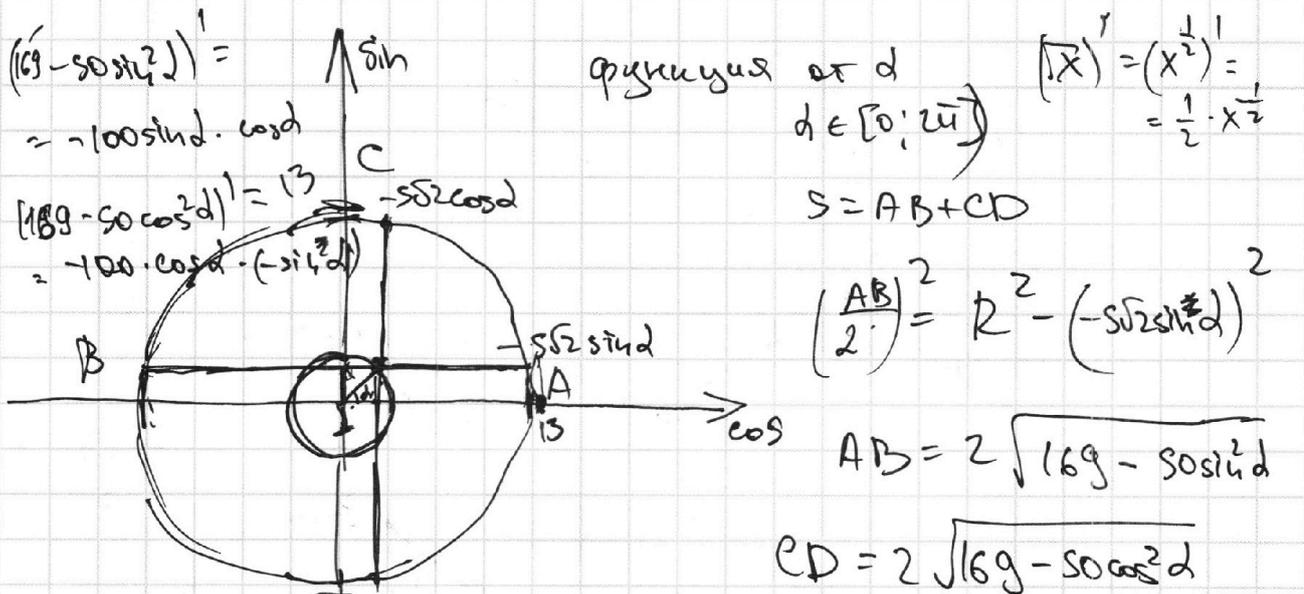


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\left(\sqrt{169 - 50 \sin^2 d}\right)' = \frac{1}{2 \sqrt{169 - 50 \sin^2 d}}$

$S(x) = 2 \left(\sqrt{169 - 50 \sin^2 d} + \sqrt{169 - 50 \cos^2 d} \right)$

$S'(x) = 2 \left(\frac{-100 \sin d \cdot \cos d}{2 \sqrt{169 - 50 \sin^2 d}} + \frac{-100 \cos d \cdot (-\sin d)}{2 \sqrt{169 - 50 \cos^2 d}} \right) =$

$\frac{d \angle AOD}{2} = 90^\circ$

$= 100 \left(\frac{\cos d \sin d}{\sqrt{169 - 50 \sin^2 d}} - \frac{\sin d \cos d}{\sqrt{169 - 50 \cos^2 d}} \right) \text{ корень } \Downarrow$

из соображений симметрии рассмотрим $d \in [0; \frac{\pi}{4}]$

$100 \cos d \sin d \frac{\sqrt{169 - 50 \sin^2 d} - \sqrt{169 - 50 \cos^2 d}}{\sqrt{169 - 50 \cos^2 d} \sqrt{169 - 50 \sin^2 d}} =$

$= 100 \cos d \sin d \frac{169 - 50 \sin^2 d - (169 - 50 \cos^2 d)}{\sqrt{169 - 50 \cos^2 d} \sqrt{169 - 50 \sin^2 d}} =$

$= 100 \cos d \sin d \frac{50(\cos^2 d - \sin^2 d)}{\sqrt{169 - 50 \cos^2 d} \sqrt{169 - 50 \sin^2 d}} =$

$= 100 \cos d \sin d (\cos^2 d + \sin^2 d) \frac{\cos d - \sin d}{\sqrt{169 - 50 \cos^2 d} \sqrt{169 - 50 \sin^2 d}} \text{ нуль.}$





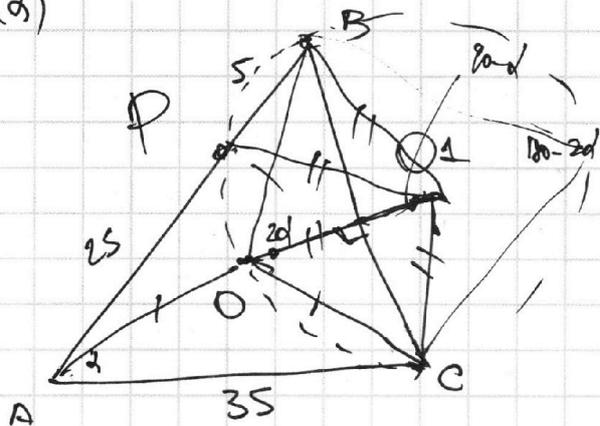
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

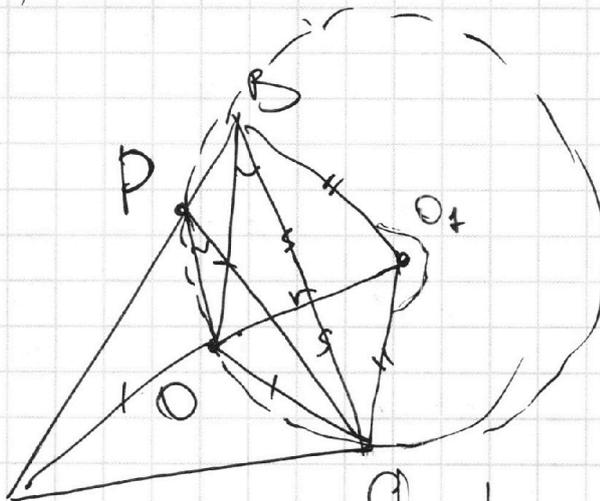
СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$\Phi(\alpha)$



25.30



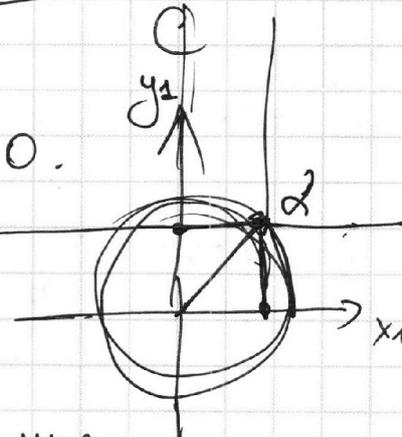
$$(x + 5\sqrt{2} \cos \alpha)(y + 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0$$

$$x^2 + y^2 \leq 13^2$$

$$xy + 5\sqrt{2} \cos \alpha \sin \alpha + y \cdot 5\sqrt{2}$$

$$(x_1 - \sin \alpha)(y_1 - \cos \alpha) \leq 0.$$

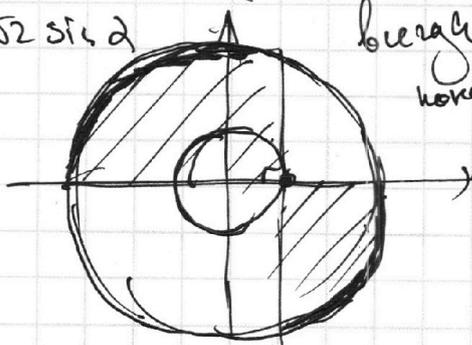
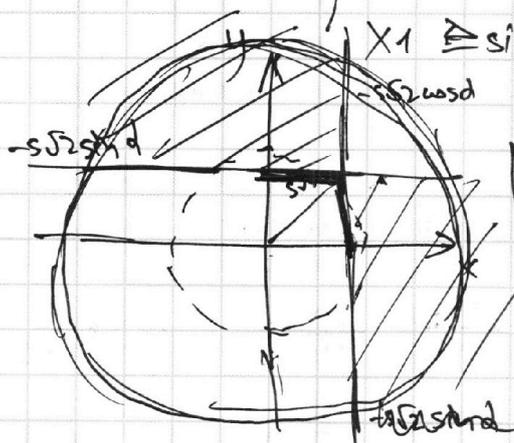
$$\begin{cases} x_1 \leq \sin \alpha, & y_1 \geq \cos \alpha \\ x_1 \geq \sin \alpha, & y_1 \leq \cos \alpha \end{cases}$$



ypa.

$$(5\sqrt{2})^2 = 50.$$

белая
контурная





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} \leq \pi \text{ всегда.}$$

Равенство достигается \rightarrow и т.к.

$$\arcsin \frac{x}{6} = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow x \neq 6$$

$$\arcsin \frac{y}{2} = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow y \neq 2$$

а при этом ζ_3

область определена

$$-1 \leq \frac{x}{6} \leq 1$$

$$-1 \leq \frac{y}{2} \leq 1$$

$$-6 \leq x \leq 6$$

$$x \in [-6; 6)$$

$$y \in [-2; 2)$$

$$y = -x + 2k$$

$$y = 3x + 2k$$

целые. переберем все x такие.

$$(-6; -2), (-6; 0).$$

$$x = -6$$

$$y = 6 + 2k$$

$$k = -4 \rightarrow y = -2$$

$$k = -3 \rightarrow y = 0$$

$$k = -2 \rightarrow y = 2 \text{ — уже нет.}$$

$$x = -5$$

$$y = 5 + 2k$$

$$k = -3 \rightarrow y = -1$$

$$k = -2 \rightarrow y = 1$$

$$y = 15 + 2k$$

$$k = -8 \rightarrow y = -1$$

$$k = -7 \rightarrow y = 1$$

$$(-5; -1), (-5; 1)$$

$$y = -18 + 2k$$

$$k = 8 \rightarrow y = -2$$

$$k = 9 \rightarrow y = 0$$

$$k = 10 \rightarrow y = 2 \text{ — нет}$$

$$x = -4$$

короче

глядеть.

$$\frac{3 \cdot 18}{72}$$

\Rightarrow m билетов, n человек.

$$\frac{72}{288} \cdot 4 \cdot 289$$

$$\frac{12}{288} \cdot 119$$

$$D = 1 + n \cdot 72 = 72^2$$

$$n_1 = \frac{1 \pm 17}{2} \Rightarrow \frac{18}{2} = 9$$

просто 9.

вероятность одним

$$= \frac{m}{n} \cdot \frac{m-1}{n-1} = 6 \cdot \frac{4}{n} + \frac{3}{n-1}$$

$$m(m-1) = 72$$

$$m^2 - m = 72$$

$$m^2 - m - 72 = 0$$