



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



✓ 1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что: ✓

- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
- B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 2,
- C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
- произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.

✓ 2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 1, а y — увеличить на 1. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 3xy$.

+
✓ 3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cos \pi x$.

б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{5} + \arccos \frac{y}{4} < \frac{3\pi}{2}?$$

✓ 4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 2,5 раза меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось? *попр*

✓ 5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = \frac{15}{2}$, $BP = 5$, $AC = 9$. *а?*

✓ 6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x - 3\sqrt{2}\sin \alpha)(y - 3\sqrt{2}\cos \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 25. \end{cases} \leftarrow \text{по } \alpha?$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

★ 7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади боковой поверхности пирамиды к площади её нижнего основания. *попроще.*



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1.

По условию A состоит из одних цифр $\Rightarrow$

$$A = \overline{1111} \cdot a = \overbrace{101}^{\text{простое}} \cdot \overbrace{11}^{\text{простое}} \cdot a \quad \text{где } a \notin \mathbb{N}, a \leq 9.$$

Тогда

если $A \cdot B \cdot C$ — полный квадрат.

То множители 101 и 11 должны встретиться четное число раз, дабы был полный квадрат.

Понятно, что $9 \leq C \leq 99 \Rightarrow C \not\equiv 101$, тогда

$B \not\equiv 101$. Заметим, что если $B \equiv 11$, то

$$B \equiv 11 \Rightarrow B \equiv 101 \Rightarrow B \geq 1111 \text{ — противоречие, т.к. } B \leq 10^3.$$

Значит из условия, что в B есть 2^4 , а

в C — 3^4 . Получаем $B = 202$, $C = 33$.

Тогда B, C содержат дол. множители 2 и 3

$$\Rightarrow a \equiv 2; a \equiv 3 \Rightarrow a \equiv 6, \text{ т.е. т.к. } a \neq 0,$$

то $a = 6$. Получаем тройку $(A; B; C)$

$$\overline{6666}, 202, 33.$$

$$101 \cdot 11 \cdot 6 \quad 101 \cdot 2 \quad 11 \cdot 3.$$

Ответ: $(\overline{6666}; 202; 33)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2

По условию: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)}$

Тогда: $\frac{x+y+2}{xy} = \frac{x+y+2}{(x-1)(y+1)}$. Т.к. $x, y > 0$,
то $x+y+2 > 0$

$$\frac{1}{xy} = \frac{1}{(x-1)(y+1)}, \text{ т.е. } xy = (x-1)(y+1), x \neq 1$$

$xy = xy + x - y - 1$, получаем $[0 = x - y - 1]$, т.е.

$x = y + 1$. Подставим в $M := x \geq y \geq 3xy$.

$$(y+1)^3 - y^3 - 3(y+1) \cdot y =$$

$$1((y+1)^2 + y(y+1) + y^2) - 3(y+1) \cdot y = (y+1 - y)^2 = \boxed{1}$$

$$\underbrace{(y+1)^2}_a - 2 \underbrace{(y+1) \cdot y}_{ab} + \underbrace{y^2}_b = (a-b)^2 //$$

Ответ: $\boxed{M=1}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3

$$(\sin \pi x + \sin \pi y) \cdot \sin \pi x = (\cos \pi x + \cos \pi y) \cdot \cos \pi x$$

$$2 \sin \frac{\pi(x+y)}{2} \cos \frac{\pi(x-y)}{2} \cdot \sin \pi x = 2 \cos \frac{\pi(x+y)}{2} \cdot \cos \frac{\pi(x-y)}{2} \cdot \cos \pi x$$

1) $\cos \frac{\pi(x-y)}{2} = 0$; 2) $\cos \frac{\pi(x-y)}{2} \neq 0$

Отдельно рассмотрим

2)

$$2 \sin \frac{\pi(x+y)}{2} \cdot \sin \pi x = 2 \cos \frac{\pi(x+y)}{2} \cdot \cos \pi x$$

$$\operatorname{tg} \frac{\pi(x+y)}{2} \cdot \operatorname{tg} \pi x = 1$$

$$\operatorname{tg} \left(\frac{\pi(x+y)}{2} \right) = \operatorname{ctg}(\pi x)$$

$$\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} - \pi x \right)$$

$$\frac{\pi(x+y)}{2} = \frac{\pi}{2} - \pi x + \pi n \quad | : \pi$$

$$(x+y) = 1 - 2x + n$$

$$3x + y = 1 + n, \text{ где } n \in \mathbb{Z}$$

При этом.

$$(y = 1 - 3x + n) \quad \text{т.о.} \quad \pi x \neq \frac{\pi}{2} + \pi m$$

$$\frac{\pi(x+y)}{2} \neq \frac{\pi}{2} + \pi l, \text{ где } l \in \mathbb{Z} \quad \left(x \neq \frac{1}{2} + m, \text{ где } m \in \mathbb{Z} \right)$$

$$\frac{1 - 2x + n}{2} \neq \frac{1}{2} + l \quad x - 2x + n \neq x + 2l$$

убираем 023

$$x \neq \frac{2l - n}{2}$$

P.S. система
составлением
разбита в отдельную
систему.

$$1) \cos \frac{\pi(x-y)}{2} = 0$$

$$\frac{\pi(x-y)}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{x-y}{2} = \frac{1}{2} + k \quad | \cdot 2$$

$$x - y = 1 + 2k$$

$$(y = x - 1 - 2k)$$

$$\begin{cases} y = x - 1 - 2k \\ y = -3x + 1 + n \end{cases} \quad \begin{matrix} k, n \in \mathbb{Z} \\ m, l \end{matrix}$$

Ответ:



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4.

Пусть есть 1 одноклассников, Пусть было 4 билета $\rightarrow$ стало $4+k$ билетов.

Посчитаем вероятность того, что одноклассник получит билет на концерт.

Нам нужно формировать группу из 4-х человек: Нам с нашими ребятами.

На первое место - $\frac{4}{n}$ вероятность, на второе - $\frac{3}{n-1}$. Тогда для второго случая - Если билетов $k+4$, то.

Получим на первое место - $\frac{4+k}{n}$, второе - $\frac{3+k}{n-1}$.

Составим ур-е: $\frac{5}{2} \cdot \frac{4}{n} \cdot \frac{3}{n-1} = \frac{(4+k) \cdot (3+k)}{n(n-1)}$

Дополним на $n(n-1) \neq 0$, т.к. $n > 1$

Получаем: $30 = (4+k)(3+k)$. Отсюда

$k=2$ ($30=6 \cdot 5$). Т.е. билетов стало $4+2=6$

Ответ: 6 билетов.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



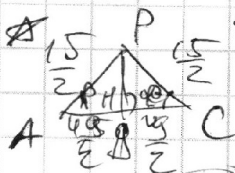
СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5 (продолжение)

Отсюда $AP = PC = \frac{15}{2}$. Посмотрим

на $\triangle APC$

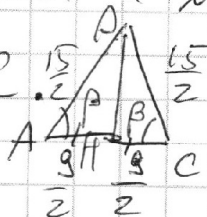


Отсюда $\cos \beta = \frac{9}{15}$,

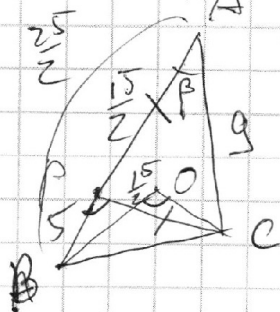
тогда $\sin \beta = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$. Найдём тогда

$$S_{ABC} = AB \cdot AC \cdot \sin \angle BAC \cdot \frac{1}{2} = \frac{25}{2} \cdot 9 \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{25 \cdot 9}{5} = 45.$$

Замечание: $\angle BPC = \angle BOC = 2\beta$,
($\angle BPC = \angle BOC$ как равные, опр. на дугу BC). На рисунке * опустим высоту из P — медиана и в бисс-а в равнобедренном $\triangle APC$.



Нарисуем ещё раз картинку:



$$\leftarrow AP = PC. \sin \beta = \frac{4}{5} \quad \frac{25}{2} \cdot 9 \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{25}{5} \cdot 9 = 45.$$

Ответ: $S_{ABC} = 45$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

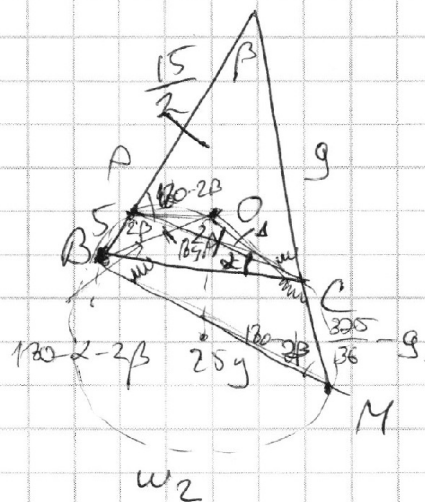
СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача

5

Решение:



Нужно найти S_{ABC} :

Продлим $AC \cap w_2 = M$

Тогда пусть $AM = x$, тогда

$AP \cdot AB = AC \cdot AM$, т.е.

$$\frac{15}{2} \cdot \frac{25}{2} = 9 \cdot x, \text{ откуда}$$

$$x = \frac{375}{36}$$

Запишем подобие $\triangle APC$ и $\triangle AMB$.

$$\frac{AP}{AM} = \frac{AC}{AB} = \frac{PC}{BM} = \frac{18}{25}. \text{ тогда } PC = 18y, \text{ } BM = 25y.$$

отсюда решение

Пусть $\angle BCP = \alpha$, $\angle BAC = \beta$, тогда $\angle BOC = 2\beta$

(центральный). Запишем т. синусов в $\triangle BPC$ и

$$\frac{5}{\sin \alpha} = \frac{PC = 18y}{\sin(\alpha + 2\beta)} = \frac{BC = 25y}{\sin 2\beta} = \frac{25y}{\sin \angle BSM} \quad \triangle BMS \text{ не важно}$$

м. замечание $\rightarrow$

$\angle ABC = 180 - 2\beta - \alpha$. Тогда $\angle ACP = 180 - \beta -$

$$\angle ACB - \angle PCB = 180 + 2\beta + \alpha - \alpha = \beta$$

(из $\triangle BPC$)

отсюда

$\angle ACP = \angle PAC = \beta \rightarrow \triangle APC$ - равнобедренный



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☒7
☐СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

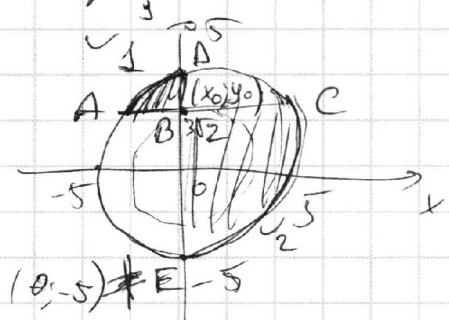
Задача 6.

Будем рисовать графически нашу фигуру

$$(1) (x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0$$

$$(2) x^2 + y^2 \leq 25$$

Ур-е 2 задаёт ~~окр-ть~~ ^{круг} с y -ом $(0, 0)$ и $R = 5$



Ур-е 1 задаёт области левее (x_0, y_0) , лежащей на окр-ти с $R_0 = 3\sqrt{2}$.

Условно говоря, воях и четвертях ^{полукругов} ~~полукругов~~

отн (x_0, y_0) . Тогда заметим, что $\angle$ $(\varphi_1$ и $\varphi_2)$ постоянна, т.к. $= 180^\circ$ (угол между прямыми всегда $= 90^\circ \Rightarrow$ полусумма $= 90^\circ =$ сумма 180°)

и равна $\frac{10\pi}{2} = 5\pi$. Осталось найти такую точку (x_0, y_0) , что $AB + AC + BD + BE \rightarrow \max$.

Заметим, что $AB \cdot BC = BD \cdot BE$ из 1-ва отрезков ^{хорд} ~~касательных~~. Тогда по т-ву о средних максимум

$$\text{в } AC = DE, \text{ а это } \angle = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, \text{ где } k \in \mathbb{Z}$$

Т.к. равенство тогда ~~(к примеру)~~ р.с. достигн, когда $|\sin \alpha| = |\cos \alpha|$ проекции из т-ов.



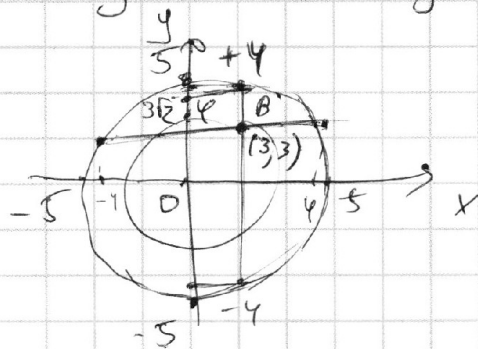
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Найдём длину хорд: Оставшиеся
сегменты окружности из симметрии.



Подставив $\alpha = \frac{\pi}{4}$ в $\perp$ строку,
получаем $(x-3)(y-3) \leq 0$.

Т.е. искомая точка, касаясь
(3;3). Тогда найдём длину
отрезков, подставив в

$x^2 + y^2 = 25$. $x=3$, $y = \pm 4$, отсюда длина
каждого из отрезков = 8, т.е. искомая
макс. сумма $8 + 8 + 5\pi = 16 + 5\pi$.

Ответ: $M_{\max} = 16 + 5\pi$, достигается в
 $\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}$, где $k \in \mathbb{Z}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

ни А-го цифре из одних цифр = ~~1111~~ · a Черновик

В хотя бы одна цифра = 2 : 11? ^{101 · 11} _{↑ проба ↓}

С - хотя бы одна цифра = 3, с двумя. 36 63

ABC - полный квадрат. : 11? 33, либо верхнее

$$101 \cdot 11 \cdot a \cdot 33 \cdot 11 \cdot 3 \cdot 101 \cdot 2$$

$$a \leq 9, a \in \mathbb{N}$$

$$a = 6$$

$$C = 33$$

$$B : 101 \quad B = 202$$

Одна пробка

$$B \geq 1111$$

$$\text{Пробка} = 3$$

$$C : 11, B : 101$$

$$[6666, 202, 33]$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{xy} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y+1} + \frac{2}{(x-1)(y+1)}$$

$$\frac{y+x+2}{xy} = \frac{(x-1)(y+1)}{(x-1)(y+1)} \cdot \frac{y+1+x-1}{(x-1)(y+1)} = \frac{x+y}{(x-1)(y+1)}$$

$$(x+y)(xy) = (x+y+2)(x-1)(y+1) \quad \begin{array}{l} -y^3 - x^2y^2xy \\ -y^3 - xy \\ -x^2y + xy^2 - 3xy \end{array}$$

$$x^2y + xy^2 = (x^2 + xy + 2x - xy - 2)(y+1)$$

$$x^2y + xy^2 = x^2y + xy^2 + 2xy - xy - y^2 - 2y + x^2 + xy + 2x - xy - 2$$

$$0 = xy - y^2 - 2y + x^2 + xy + 2x - x - y - 2 \quad x^3 - y^3 = 3xy \quad \begin{array}{l} x=y=0 \\ \text{реш.} \end{array}$$

$$0 = x^2 - y^2 + 2xy - 2y + 2x - x - y - 2 \quad x^3y^3 = 3xy \quad \begin{array}{l} x+y \\ x^2 - y^2 + 2xy \end{array}$$

$$0 = [x^2 - y^2 + 2xy - 3y + x - 2] \quad \begin{array}{l} x^3 - y^3 + x^2y \\ -y^3 - x^2y - 3xy \end{array}$$

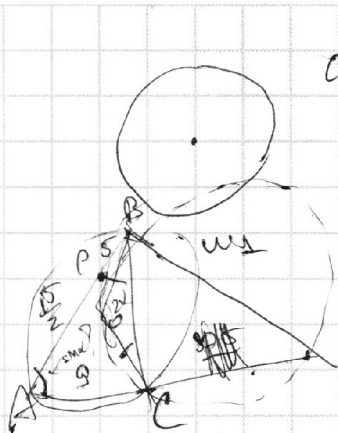


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

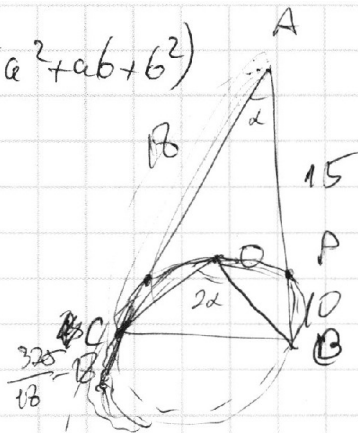


$$\frac{BC}{\sin \alpha} = R_{ABC}$$

$$\frac{BC}{\sin 2\alpha} = R_{BQC}$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

$S_{ABC} = ?$



$$\begin{aligned} AP &= 15 \\ BP &= 16 \\ AC &= 18 \end{aligned}$$

Черновик.

$$x + 18 + x$$

$$15 \cdot 25 = 18 \cdot x$$

4 билета 5 человек

$$C_4^2 = 6$$

$$C_5^4 = 5$$

Цулико

$$x = \frac{15 \cdot 25}{18} = \frac{125 \cdot 3}{18}$$

2-й полуфинал
325
18

$$(x - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(y - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0$$

$$x^2 + y^2 \leq 25$$

$$\begin{cases} x = 5 \cos \beta \\ y = 5 \sin \beta \end{cases}$$

$$x - 3\sqrt{2} \sin \alpha \geq 0$$

$$y - 3\sqrt{2} \cos \alpha \leq 0$$

$$x - 3\sqrt{2} \sin \alpha \leq 0$$

$$y - 3\sqrt{2} \cos \alpha \geq 0$$

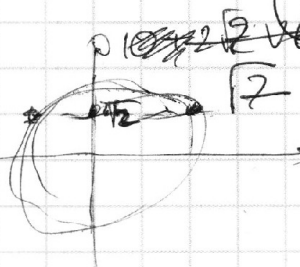
$$(5 \cos \beta - 3\sqrt{2} \sin \alpha)(5 \sin \beta - 3\sqrt{2} \cos \alpha) \leq 0$$

4 билета координат потом стало $y+n$ билетов. $n = ?$

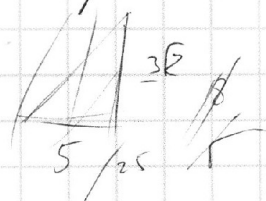
$$C_K^4 \in \text{билеты распр.} \cdot \frac{5}{2} \frac{C_4^2}{C_K^4} = \frac{C_4^2}{C_K^{4+n}}$$

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{K!}{4!(K-4)!} = \frac{K!}{(4+n)!(K-4-n)!}$$

2,5 пр. меньше вероятности
за это



$$\frac{2}{5} \cdot \frac{4!(K-4)!}{(4+n)!(K-4-n)!} = \frac{4!(K-4)!}{(4+n)!(K-4-n)!}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x=0 \quad y=0 \quad (\text{Черновик})$$

$$9 \sin 2\alpha \leq 0$$

$$2\alpha \leq$$

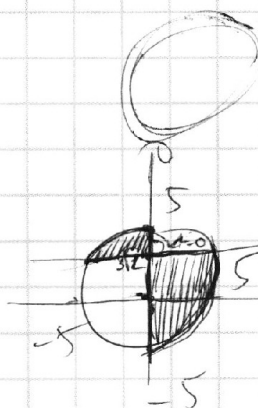
~~2\alpha \in~~ рассматриваем

$$\alpha \in [0; 2\pi] \text{ чз-за } \cos \alpha$$

$$2\alpha \in [\pi; 2\pi]$$

$$\alpha \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right] \text{ 0,0 при } \cos \alpha$$

$$(1 - \sin \alpha) / (1 - \cos \alpha) \leq 0$$



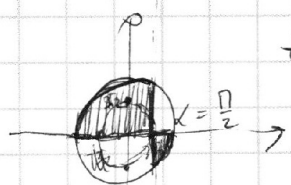
$$1 \leq \sin 2\alpha$$

$$1 \geq \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = 1$$

$$\alpha = 0$$

$$\alpha = 0$$



$$\alpha = \pi$$



постоянна

$$(5\pi)$$

$$\alpha = 180^\circ$$

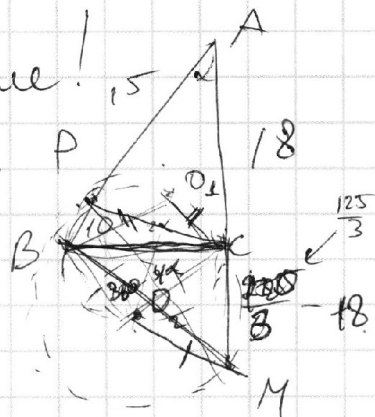
$$x \geq 3\sqrt{2}$$

$$y \leq 0$$

$$5^3 = 125$$

$$5\sqrt{15} \neq \text{кас-я}$$

Подобие!
 Наво.



$$\frac{18 - 125}{3} = 15 - 20$$

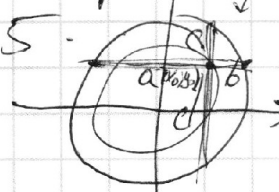
$$x_2 - y \sqrt{2} \sin \alpha - x \sqrt{2} \cos \alpha + 18 \sin 2\alpha = 0$$

В поляр. система коор-т.

$$x_1 = r \sin \beta$$

$$y_1 = r \cos \beta$$

$$r \leq 5$$



$$(x - 3\sqrt{2}) / (y - 3\sqrt{2}) \leq 0$$

$$x \geq 0$$

$$y \leq 3\sqrt{2}$$

$$x \leq 0$$

$$y \geq 3\sqrt{2}$$

$$a + b + c + d \geq \sqrt[4]{abcd}$$

$$4\sqrt{ab}$$

$$x \leq 3\sqrt{2}$$

$$y \geq 0$$

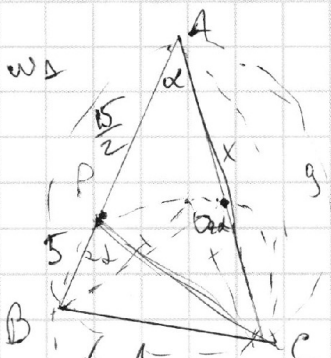


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



5; $3\sqrt{2}$ (Черновик)

Заметим π -е хор. отрезок

$$\frac{15}{2} \cdot \left(\frac{15}{2} + 5\right) = 9x$$

$$15(25) = 18x$$

$$x = \frac{375}{18} = \frac{125}{6}$$

Пусть $x = AM$

Пусть SC

$$\frac{BC}{\sin \alpha} = 2R \sin \alpha$$

$$BC = 2R \sin \alpha$$

$$\frac{R}{\sin(90^\circ - \alpha)} = 2R \sin \alpha$$

$$R = 2R \cos \alpha$$

$$R \sin \alpha = R$$

$$R \sin \alpha = d^2 - R \sin \alpha$$

$$25 = AO_1^2 - O_1O_2^2$$

$$L = 0$$

$$L = \frac{\pi}{4}$$



$$x(y - 3\sqrt{2}) \leq 0$$

$$y \geq 3\sqrt{2}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2}$$

$$(x - 3\sqrt{2})y \leq 0$$

$$S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 + S_6 = V_{\text{куб}}$$