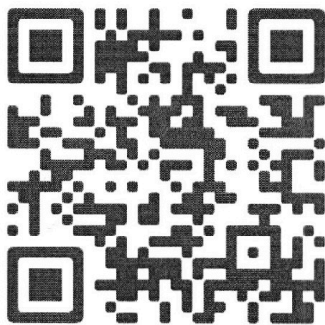




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел $(A; B; C)$ такие, что:
- A — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
 - B — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 6,
 - C — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
 - произведение $A \cdot B \cdot C$ является квадратом некоторого натурального числа.
2. [3 балла] Положительные числа x и y таковы, что значение выражения $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy}$ не изменяется, если x уменьшить на 2, а y — увеличить на 2. Найдите все возможные значения выражения $M = x^3 - y^3 - 6xy$.
3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$ такие, что $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$.
- б) Сколько пар целых чисел (x, y) удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 6 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
5. [5 баллов] Точка O — центр окружности ω_1 , описанной около остроугольного треугольника ABC . Окружность ω_2 , описанная около треугольника BOC , пересекает отрезок AB в точке P . Найдите площадь треугольника ABC , если $AP = 25$, $BP = 5$, $AC = 35$.
6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура $\Phi(\alpha)$, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 5\sqrt{2} \cos \alpha)(y + 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 169. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение M периметра (длины границы) фигуры $\Phi(\alpha)$ и укажите все значения α , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар Ω касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар ω касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади верхнего основания пирамиды к площади её боковой поверхности.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = 1111 \cdot K, \text{ где } K - \text{цифра от } 1 \text{ до } 9$$

$$A = 11 \cdot 101 \cdot K$$

$$K \nmid 101 \text{ и } K \nmid 11 \quad (101, 11 - \text{простые})$$

$$B \cdot C : (101 \cdot 11)$$

$$C < 100 \text{ и } C \in \mathbb{N} \Rightarrow C \nmid 101$$

$$B < 1000 \text{ и } B \in \mathbb{N} \Rightarrow B \nmid 1111 \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} C : 11 \\ B : 101 \end{array}$$

$$\text{т.к. } B : 101 \text{ и } C : 11 \Rightarrow C : 11$$

$$B \cdot C : 11, \text{ т.к.}$$

$$A \cdot B \cdot C = \text{Квадрат } A : 11 \cdot 11^2$$

$$B = 606$$

$$C = 33$$

$$A \cdot B \cdot C = 6 \cdot 3 \cdot 101 \cdot 11 \cdot 1111 \cdot K = (1111)^2 \cdot 3^2 \cdot 2 \cdot K = x^2, x \in \mathbb{N}$$

$$K = 2 \cdot \text{Квадрат} \quad K = 2 \text{ или } K = 8$$

$$\text{Ответ: } (2222; 606; 33); (8888; 606; 33)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{y + x + 5}{xy} = \frac{y + 2 + x - 2 + 5}{(x-2)(y+2)} = \frac{x + y + 5}{(x-2)(y+2)}$$

$$x + y + 5 \neq 0, \text{ т.к. } x, y > 0 \Rightarrow xy = (x-2)(y+2), \text{ т.к. числитель равен}$$

$$0 = 2x - 2y - 4 \Rightarrow x = y + 2 \quad \text{числитель равен}$$

$$M = x^3 - y^3 - 6xy = (y+2)^3 - y^3 - 6y(y+2) = y^3 + 6y^2 + 12y + 8 - y^3 - 6y^2 - 12y = 8$$

Ответ: 8



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b) (\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$\sin^2 \pi x + \sin \pi x \cdot \sin \pi y = \cos^2 \pi x - \cos \pi x \cos \pi y$$

$$\cos \pi x \cdot \cos \pi y + \sin \pi x \cdot \sin \pi y = \cos^2 \pi x - \sin^2 \pi x$$

$$\cos(\pi(x-y)) = \cos(2\pi x)$$

$\Downarrow$

$$\pi x - \pi y + 2\pi k = 2\pi x, k \in \mathbb{Z} \quad \text{или} \quad \pi y - \pi x + 2\pi k = 2\pi x, k \in \mathbb{Z}$$

$$y = -x + 2k, k \in \mathbb{Z}$$

$$y = 3x - 2k, k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: пары $(x; -x + 2k, k \in \mathbb{Z})$ и $(x; 3x - 2k, k \in \mathbb{Z})$

$$d) x, y \in \mathbb{Z}$$

$$(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$$

$\Downarrow$

$$0 = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$$

$$\cos \pi x \neq \cos \pi y \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos \pi x - \cos \pi y = 0, \text{ т.к. } \cos \pi x \neq 0$$

$$\cos \pi x = \cos \pi y$$

$$x \equiv y$$

$$\frac{x}{6} \in [-1; 1] \Rightarrow x \in [-6; 6] \quad (\text{13 целых чисел})$$

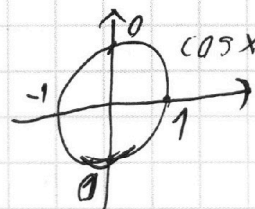
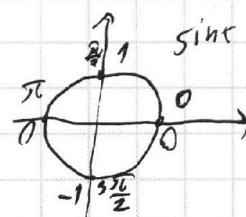
$$\frac{y}{2} \in [-1; 1] \quad y \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$$

$$\arcsin \frac{x}{6} \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow \arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} \leq \pi \quad \text{и} \quad \arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} = \pi,$$

$$\Leftrightarrow \arcsin \frac{x}{6} = \frac{\pi}{2} \quad \text{и} \quad \arcsin \frac{y}{2} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow x=6 \quad \text{и} \quad y=2$$

Всего пар 13 · 5, но 1 не подходит. $(x=6, y=2)$

Ответ: 64





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть в классе x учеников, a — число билетов которые выданы

вер-ти поехали на концерт Тети и Васи в начале месяца = $\frac{C_{x-2}^2}{C_x^4}$,

а в конце месяца: $\frac{C_{x-2}^{a-2}}{C_x^a}$

$$\frac{C_{x-2}^2}{C_x^4} \cdot 6 = \frac{C_{x-2}^{a-2}}{C_x^a}$$

$$\frac{\frac{(x-2)!}{2! \cdot (x-4)!}}{\frac{(x-4)! \cdot 4!}{x!}} \cdot 6 = \frac{\frac{(x-2)!}{(a-2)! \cdot (x-a)!}}{\frac{x!}{(x-a)! \cdot a!}} \Rightarrow 6 \cdot \frac{(x-2)! \cdot 4!}{2! \cdot (x-4)! \cdot x!} = \frac{(x-2)! \cdot a!}{x! \cdot (a-2)!}$$

$$\frac{4!}{2} \cdot 6 = \frac{a!}{(a-2)!} \Rightarrow 72 = a \cdot (a-1)$$

$$a^2 - a - 72 = 0$$

$$(a-9)(a+8) = 0$$

$$a \geq 4 \text{ (по условиям)} \Rightarrow a = 9$$

$$a = 9$$

Ответ: 9 билетов

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} AC &= 30 \\ AP &= 25 \\ BP &= 5 \\ \angle BAC &= \alpha \\ \angle BOC &= 2\alpha \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \angle OCB &= \angle APH, \text{ т.к. } \angle OPB - \text{внешний} \\ \angle APH &= 90^\circ - \alpha \\ \angle AHP &= 90^\circ \Rightarrow PH - \text{высота } \triangle APC \end{aligned}$$

$$\angle APH = \angle OCB = \angle OBC = \angle OPC \Rightarrow PH - \text{биссектриса } \triangle APC$$

$$PH - \text{высота и биссектриса } \triangle APC \Rightarrow AP = PC = 25$$

$$\angle APC = 180^\circ - 2\alpha$$

$$\text{по т. косинусов } 25^2 + 25^2 - 2 \cdot \cos(180^\circ - 2\alpha) \cdot 25 \cdot 25 = 30^2$$

$$5^2 + 5^2 + 2 \cos 2\alpha \cdot 5 \cdot 5 = 6^2$$

$$\cos 2\alpha = \frac{36 - 50}{50} = -\frac{7}{25}$$

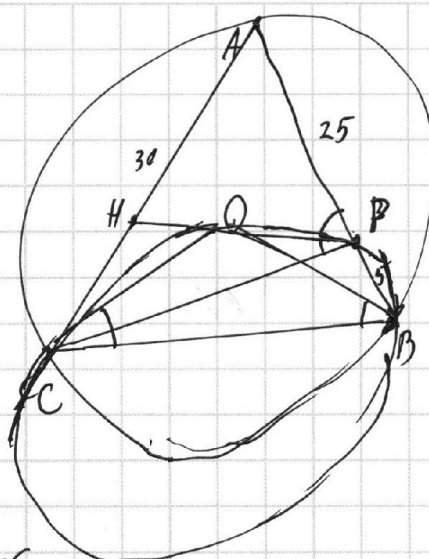
$$\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = -\frac{7}{25}$$

$$2 \sin^2 \alpha = \frac{32}{25} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{4}{5} \text{ или } \sin \alpha = -\frac{4}{5}, \text{ т.к. } \alpha \in (0; 90^\circ)$$

$$S_{ABC} = \frac{\sin \alpha \cdot AB \cdot AC}{2} = \frac{\frac{4}{5} \cdot (AP + BP) \cdot 30}{2} = \frac{4}{5} \cdot (25 + 5) \cdot 30 = 420 \text{ eq}^2$$

$$= (25 + 5) \cdot 2 \cdot 7 = 420 \text{ eq}^2$$

$$\text{Ответ: } 420 \text{ eq}^2$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

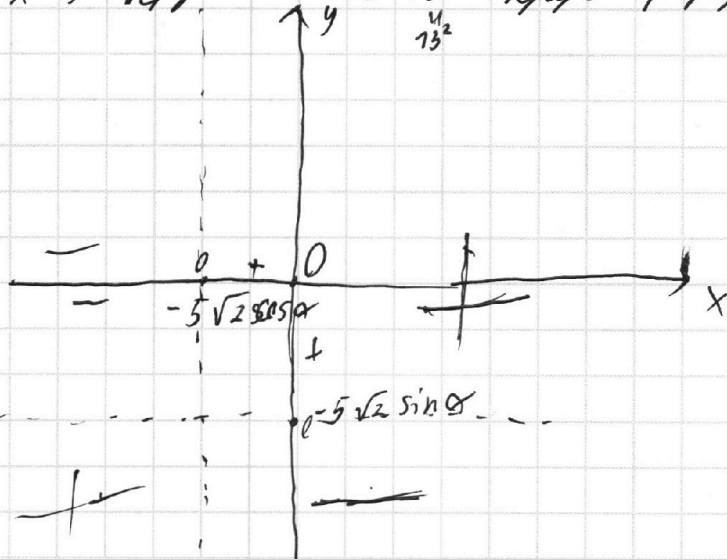
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} (x+5\sqrt{2}\cos\alpha)(y+5\sqrt{2}\sin\alpha) \leq 0 \\ x^2+y^2 \leq 169 \end{cases}$$

$x^2+y^2 \leq 169$ — круг с радиусом 13



координаты точек:

2-я и 4-я четверти от осей координат отмечены на $-5\sqrt{2}\cos\alpha$; $-5\sqrt{2}\sin\alpha$ и 0 , если их подставить в

$$(x+5\sqrt{2}\cos\alpha)(y+5\sqrt{2}\sin\alpha) \leq 0$$

тогда заметим что точка пересечения внутри круга, т.к.

$$(-5\sqrt{2}\cos\alpha)^2 + (-5\sqrt{2}\sin\alpha)^2 = 50\cos^2\alpha + 50\sin^2\alpha = 50 < 169,$$

значит мы имеем 2 непересекающиеся прямые и взяли 2-я и 4-я четверти от осей. Их с пересечением с кругом. Заметим что на дуге круга отсчитаны углы $90^\circ \Rightarrow$ при повороте α длина дуги в четверти одинакова и равна половине ^{периметра} ~~длины~~ $2\pi r = \pi \cdot 26 = 26\pi$. Тогда нужно найти максимальную длину отрезков из пересечения круга и непересекающихся прямых.

$$\text{длина 1 отрезка} = 2\sqrt{169 - 50\cos^2\alpha}, \text{ а второго} = 2\sqrt{169 - 50\sin^2\alpha} \quad (\text{по теореме}$$

$$\text{их сумма} = 2\sqrt{169 - 50\cos^2\alpha} + 2\sqrt{169 - 50\sin^2\alpha}$$

найдем максимум

т.к. радиус от 0 до 13 все значения от 0 до 13



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Сумма отрезков $> 0 \Rightarrow$ ^{максимум} квадрата суммы достигнута. $\Leftrightarrow$ сумма достигнет максимума

$$\begin{aligned} & \left(2\sqrt{169-50\cos^2\alpha} + 2\sqrt{169-50\sin^2\alpha} \right)^2 = 8 \cdot 169 - 4 \cdot 50\cos^2\alpha - 4 \cdot 50\sin^2\alpha + \\ & + 8\sqrt{(169-50\cos^2\alpha)(169-50\sin^2\alpha)} = 8 \cdot 169 - 200 + 8\sqrt{169^2 - 169 \cdot 50(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha) + 2500\cos^2\alpha \cdot \sin^2\alpha} \\ & = 1152 + 8\sqrt{169^2 - 50 \cdot 169 + 2500\sin^2 2\alpha} \end{aligned}$$

достигает максимума, когда $\sin^2 2\alpha = 1$

$$\sin 2\alpha = 1 \quad \text{или} \quad \sin 2\alpha = -1$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \quad \alpha = -\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{aligned} \cos^2 \alpha &= \frac{1}{2} \\ \sin^2 \alpha &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$P = 13\pi + 2\sqrt{169-50 \cdot \frac{1}{2}} + 2\sqrt{169-50 \cdot \frac{1}{2}} = 13\pi + 24$$

Ответ: $13\pi + 24$

$$3a^2 + 3b^2 - 2ab = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

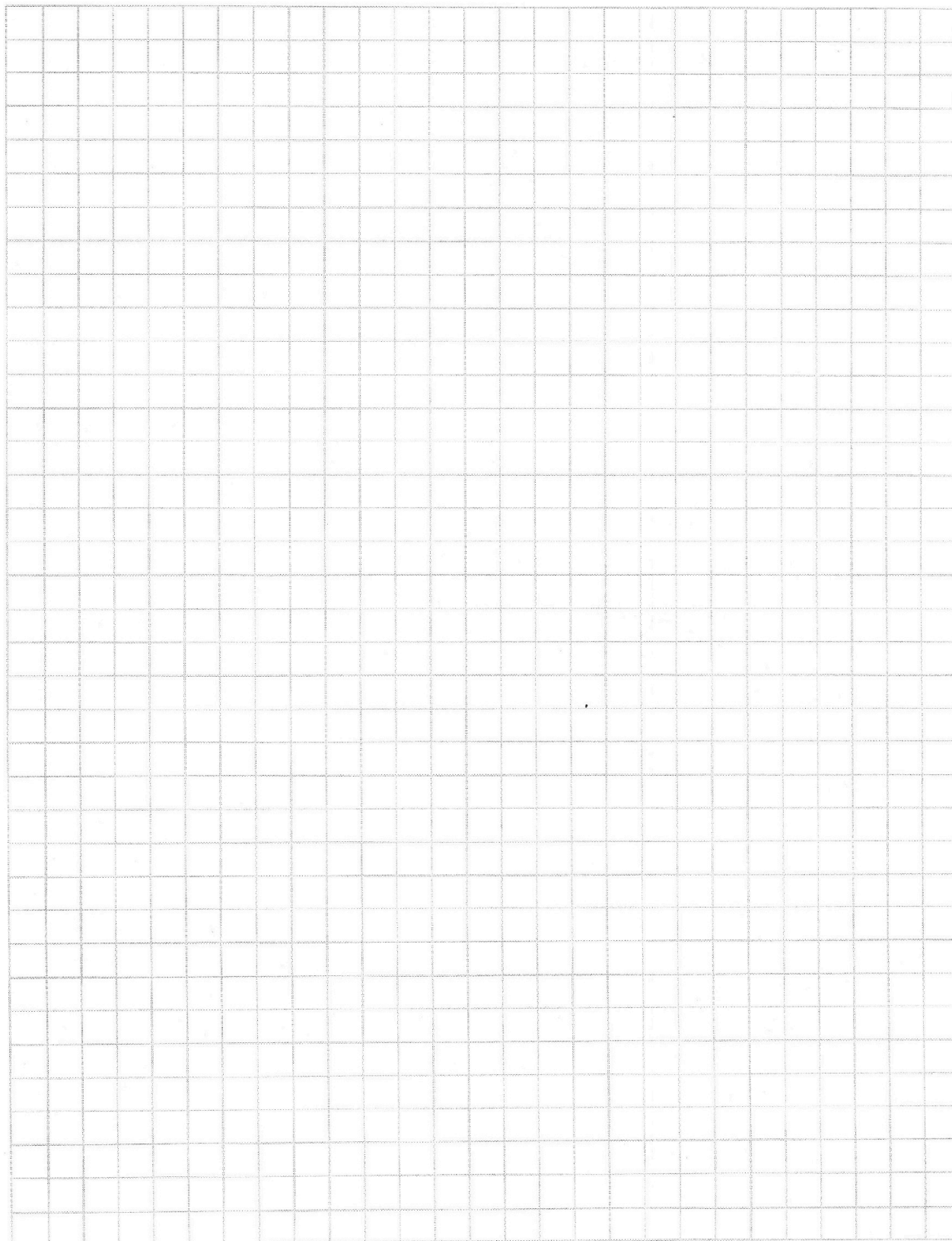
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





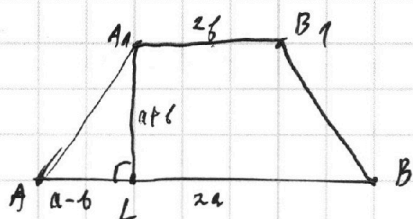
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

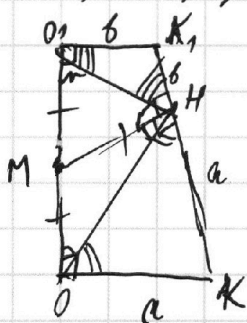
Боковые грани - равнобокие трапеции и т.к. $\sum$ высоты боковых трапеций, то трапеции описанные | отстоит высоты на грань и на Т.к. получили центр оскр. с равными расстояниями до стороны



$$AA_1B_1B - \text{отбрасываем} \Rightarrow AB + A_1B_1 = AA_1 + BB_1$$

$$A_1B_1 = 2b \\ AB = 2a$$

рассмотрим Δ . расстояния до окружной равны. Рассмотрим сечение содержащее высоты на боковую грань и перпендикуляр на плоскости оскр. и прох. через центр сферы



$$MH = MO \text{ и } \angle MOH = \angle MOK \Rightarrow \angle HOK = \angle OHK \Rightarrow OK = KH = a \\ \text{аналогично } OA_1 = KA_1H_1 = b \quad AK_1 = KH + HK = a + b$$

$$\Rightarrow \text{высота трапеции} = a + b$$

$$A_1L - \text{высота} = a + b \quad \Rightarrow \quad AA_1 = \sqrt{(a+b)^2 + (a-b)^2} = \sqrt{2(a^2 + b^2)} \\ AL = a - b \quad BB_1$$

$$AA_1 + BB_1 = AB \neq A_1B_1$$

$$2\sqrt{2(a^2 + b^2)} = 2a + 2b$$

$$2a^2 + 2b^2 = (a+b)^2 + (a-b)^2 = 0 \\ a = b$$

$$AA_1B_1B - \text{квадрат} \quad S = (2a)^2 = 4a^2$$

$$S_{\text{бок. гр.}} = 4a^2 \cdot 4 = 16a^2$$

$$S_{\text{верх. ш.}} = 4a^2$$

$$\frac{S_{\text{верх. ш.}}}{S_{\text{бок. гр.}}} = \frac{1}{4} \neq$$

$$\text{Ответ: } \frac{1}{4}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten solution on grid paper for a geometry problem involving a sphere and a tetrahedron.

Diagrams:

- Top left: A small diagram of a tetrahedron with a point P inside.
- Top center: A sphere with a tetrahedron inscribed in it. The vertices of the tetrahedron are labeled A, B, C, and D. The center of the sphere is labeled O. The radius is labeled R. The distance from O to a vertex is labeled R. The angle between two radii is labeled 2α . The distance from O to a face is labeled h . The distance from O to a vertex is labeled R . The distance from O to a face is labeled h . The distance from O to a vertex is labeled R . The distance from O to a face is labeled h .
- Top right: A sphere with a tetrahedron inscribed in it. The vertices of the tetrahedron are labeled A, B, C, and D. The center of the sphere is labeled O. The radius is labeled R. The distance from O to a vertex is labeled R. The angle between two radii is labeled 2α . The distance from O to a face is labeled h . The distance from O to a vertex is labeled R . The distance from O to a face is labeled h . The distance from O to a vertex is labeled R . The distance from O to a face is labeled h .
- Bottom left: A sphere with a tetrahedron inscribed in it. The vertices of the tetrahedron are labeled A, B, C, and D. The center of the sphere is labeled O. The radius is labeled R. The distance from O to a vertex is labeled R. The angle between two radii is labeled 2α . The distance from O to a face is labeled h . The distance from O to a vertex is labeled R . The distance from O to a face is labeled h . The distance from O to a vertex is labeled R . The distance from O to a face is labeled h .
- Bottom center: A sphere with a tetrahedron inscribed in it. The vertices of the tetrahedron are labeled A, B, C, and D. The center of the sphere is labeled O. The radius is labeled R. The distance from O to a vertex is labeled R. The angle between two radii is labeled 2α . The distance from O to a face is labeled h . The distance from O to a vertex is labeled R . The distance from O to a face is labeled h . The distance from O to a vertex is labeled R . The distance from O to a face is labeled h .
- Bottom right: A sphere with a tetrahedron inscribed in it. The vertices of the tetrahedron are labeled A, B, C, and D. The center of the sphere is labeled O. The radius is labeled R. The distance from O to a vertex is labeled R. The angle between two radii is labeled 2α . The distance from O to a face is labeled h . The distance from O to a vertex is labeled R . The distance from O to a face is labeled h . The distance from O to a vertex is labeled R . The distance from O to a face is labeled h .

Equations and Calculations:

- $AB = 30$, $AC = 35$
- $2\sqrt{2a^2 + b^2} = 2a + 2b$
- $\sqrt{2(a^2 + b^2)} = a + b$, $a = 6$
- $CO \cdot BP + OP \cdot BC = BO \cdot CP$
- $OP \cdot BC = BO \cdot (CP - 5)$
- $\angle P = 25^\circ$
- $4r^2 = 4h^2 + (a+b)^2$
- $4r^2 = (a+b)^2$
- $2r = a + b$, $625 + 625 + 2 \cos 2\alpha \cdot 625 = 900$
- $\cos 2\alpha = -\frac{14}{25} = -\frac{14}{25}$
- $1 - 2\sin^2 \alpha = -\frac{14}{25}$
- $\sin^2 \alpha = \frac{16}{25}$
- $\sin \alpha = \frac{4}{5}$
- $x^2 + 50 \sin^2 \alpha = 169$
- $\pm x = \sqrt{169 - 50 \sin^2 \alpha}$
- $2x = 2\sqrt{169 - 50 \sin^2 \alpha}$
- $29 = 2\sqrt{169 - 50 \cos^2 \alpha}$
- $169 - 200 + 8\sqrt{169 - 50 + 250 \sin^2 \alpha} = 8\sqrt{169 + 250 \sin^2 \alpha} + c$
- $\sin^2 2\alpha = 1$, $\sin 2\alpha = 1$, $\sin 2\alpha = 1$
- $1 - \sin^2 2\alpha = 0$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1 1 1 1 K

$$\cos(\pi x - \pi y) = \cos(2\pi x)$$

11.101-K K: 1, 3

$$a \cdot (a-1) = 72$$

$$(a+8)(a-9) = 72 \Rightarrow a = 9$$

60 6 2 11.101.2 = 6.3.11.101

33

$$\frac{(x-2)!}{\frac{[(x-4)! \cdot 2^1]}{x!}} = \frac{12}{x \cdot (x-1)}$$

$$\frac{72}{x \cdot (x-1)} = \frac{(x-2)!}{\frac{[(x-4)! \cdot 2^1]}{x!}} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4}{x \cdot (x-1)}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y+2} + \frac{5}{(x-2)(y+2)}$$

$$\frac{x+y+5}{xy} = \frac{x+y+5}{(x-2)(y+2)} \Rightarrow xy = (x-2)(y+2)$$

x, y > 0

$$0 = 2x - 2y - 4$$

$$x = y + 2$$

$$\sin \pi x + \sin \pi y$$

$$(y+2)^3 - y^3 - 6y(y+2)$$

$$y^3 + 6y^2 + 12y + 8 - y^3 - 6y^2 - 12y = 8$$

$$\sin^2 \pi x + \sin \pi y \sin \pi x + \cos \pi x \cos \pi y = \cos^2 \pi x$$

$$\cos(\pi y - \pi x) = \cos \pi x \Rightarrow \sin \pi x = \cos \pi y$$

$$\sin(\pi x - \pi y) = 0 \quad x = y$$

$$0 = |\cos \pi x - \cos \pi y|$$

$$\frac{1}{2} \quad x = 0$$

$$\arcsin x \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = 1, y = 2$$

$$\frac{C_x^4}{6 \cdot \frac{C_{x-2}^2}{C_x^4}} = \frac{C_{x-2}^{a-2}}{C_x^a}$$

$$\frac{(x-2)!}{2 \cdot (x-4)!} = \frac{(x-2)! \cdot 6}{x! \cdot 2 \cdot 4!} = \frac{(x-1)x}{8}$$

$$= \frac{(x-2)!}{\frac{[(x-4)! \cdot 2^1]}{x!}} = \frac{(x-2)!}{x!} \cdot a \cdot (a-1)$$