



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все тройки натуральных чисел  $(A; B; C)$  такие, что:
- $A$  — четырёхзначное число, составленное из одинаковых цифр,
  - $B$  — трёхзначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 6,
  - $C$  — двузначное число, хотя бы одна из цифр которого равна 3,
  - произведение  $A \cdot B \cdot C$  является квадратом некоторого натурального числа.
2. [3 балла] Положительные числа  $x$  и  $y$  таковы, что значение выражения  $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy}$  не изменяется, если  $x$  уменьшить на 2, а  $y$  — увеличить на 2. Найдите все возможные значения выражения  $M = x^3 - y^3 - 6xy$ .
3. [5 баллов] а) Найдите все пары действительных чисел  $(x; y)$  такие, что  $(\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$ .
- б) Сколько пар целых чисел  $(x, y)$  удовлетворяют одновременно этому уравнению и неравенству

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi?$$

4. [4 балла] В начале месяца было выделено 4 билета на праздничный концерт, которые планировалось случайным образом распределить между одиннадцатиклассниками. В конце месяца выяснилось, что будет выделено больше 4 билетов. Одиннадцатиклассники Петя и Вася вычислили, что вероятность им обоим вместе попасть на концерт в начале месяца была в 6 раз меньше, чем оказалась в конце месяца. Сколько всего было выделено билетов на концерт в конце месяца, если количество одиннадцатиклассников не изменилось?
5. [5 баллов] Точка  $O$  — центр окружности  $\omega_1$ , описанной около остроугольного треугольника  $ABC$ . Окружность  $\omega_2$ , описанная около треугольника  $BOC$ , пересекает отрезок  $AB$  в точке  $P$ . Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если  $AP = 25$ ,  $BP = 5$ ,  $AC = 35$ .
6. [6 баллов] На координатной плоскости изображена фигура  $\Phi(\alpha)$ , состоящая из всех точек, координаты  $(x; y)$  которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} (x + 5\sqrt{2} \cos \alpha)(y - 5\sqrt{2} \sin \alpha) \leq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 169. \end{cases}$$

Найдите максимальное значение  $M$  периметра (длины границы) фигуры  $\Phi(\alpha)$  и укажите все значения  $\alpha$ , при которых оно достигается.

7. [6 баллов] Шар  $\Omega$  касается всех рёбер правильной усечённой пирамиды, а шар  $\omega$  касается всех её граней. Пусть сторона верхнего основания меньше, чем сторона нижнего. Найдите отношение площади верхнего основания пирамиды к площади её боковой поверхности.



1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

н 1.

$$A = \overline{aaaa}; \quad A \cdot B \cdot C = n^2, \quad n \in \mathbb{N}, \quad a, b, c, d, e, f - \text{цифры}$$

$$B = \overline{bcd}, \quad \text{при этом } b, \text{ или } c, \text{ или } d \text{ равно } 6$$

$$C = \overline{ef}, \quad \text{при этом } e \text{ или } f \text{ равно } 3.$$

①  $A = 1111 = 11 \cdot 101; \Rightarrow B \text{ или } C : 11$

$$\begin{array}{r} 1111 \overline{) 11} \\ - 11 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$B \text{ или } C : 101$$

$$C \neq 101, \text{ т.к. } C = \overline{ef} \Rightarrow C : 11$$

$$e \text{ или } f \text{ равно } 3$$

$$C = 33$$

$$B : 101, \quad b, \text{ или } c, \text{ или } d = 6 \Rightarrow B = 606$$

$(1111; 606; 33)$ . Является ли  $n^2$ ?  $1111 \cdot 606 \cdot 33 = 2 \cdot 11^2 \cdot 3^2 \cdot 101^2$   
- не подходит

②  $A = 2222 = 2 \cdot 1111 = 2 \cdot 11 \cdot 101$

$$B \text{ или } C : 11$$

$$B \text{ или } C : 101$$

$$C = \overline{ef}; \quad e \text{ или } f \text{ равно } 3$$

$$B = \overline{bcd}, \quad b, c, d \text{ равно } 6$$

$$(2222; 606; 33)$$

$$\text{Является ли } n^2? \quad 2 \cdot 11 \cdot 101 \cdot 6 \cdot 101 \cdot 3 \cdot 11$$

$$= 6^2 \cdot 11^2 \cdot 101^2 = (6 \cdot 11 \cdot 101)^2 = n^2$$

тройка  $(2222; 606; 33)$  - подходит



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

- (3) Заметим, что, т.к.  $A$  - четырехзначное число, составленное из одинаковых цифр, то любое  $A$  будет ~~иметь~~ <sup>равно</sup> вид:  $a \cdot 1111$ , где  $a \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
- Тогда  $A = a \cdot 11 \cdot 101$ .
- Чтобы число  $A \cdot B \cdot C$  было полным квадратом, как мы рассуждали в других пунктах,  
 $B: 101$ ,  $C: 11$ .  $\Rightarrow B = 606$ ,  $C = 33$ .
- $$a \cdot 11 \cdot 101 \cdot 606 \cdot 33 = a \cdot 6 \cdot 3 \cdot 11^2 \cdot 101^2$$
- $$a \cdot 6 \cdot 3 = k^2, \text{ где } k \in \mathbb{N}$$
- $$a \cdot 3^2 \cdot 2 = k^2, \text{ где } k \in \mathbb{N}$$
- $$\begin{cases} a = 2 \\ a = 8 \end{cases}$$
- С  $a = 2$  мы уже получили тройку:  $(2222; 606; 33)$
- С  $a = 8$ , тройка будет иметь вид:  $(8888; 606; 33)$
- Ответ:  $(2222; 606; 33); (8888; 606; 33)$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи** отдельно.

|                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:  $nd.$

$$K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy},$$

$x \rightarrow (x-2), y \rightarrow (y+2), K$  - не изменится

Найти: все возможные значения  $M = x^2 - y^2 - 6xy$

Решение

$$1) K = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{x+y+5}{xy};$$

$$K_1 = K = \frac{\frac{1}{(x-2)} + \frac{1}{(y+2)} + \frac{5}{(x-2)(y+2)}}{xy} = \frac{xy^2 + 2xy + y^2y - 2xy + 5(xy - 2y + 2x - 4)}{(x-2)(y+2)xy}$$

$$= \frac{xy^2 + x^2y + 5xy - 10y + 10x - 20}{(x-2)(y+2)xy};$$

$$\frac{x+y+5}{xy} = \frac{xy^2 + x^2y + 5xy - 10y + 10x - 20}{(xy + 2x - 2y - 4)xy} \cdot (xy) \neq 0$$

$$x^2y + 2x^2 - 2xy - 4x + xy^2 + 2xy - 2y^2 - 4y + 5xy + 10x - 10y - 20 = x^2y + x^2y + 5xy - 10y + 10x - 20;$$

$$2x^2 - 4x - 2y^2 - 4y = 0; / : 2$$

$$x^2 - 2x - y^2 - 2y = 0;$$

$$x^2 - 2x = y^2 + 2y; / + 1$$

$$(x-1)^2 = (y+1)^2;$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1  
☐2  
☒3  
☐4  
☐5  
☐6  
☐7  
☐СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x-1=y+1 \\ 1-x=y+1 \end{cases} \quad \begin{cases} y=x-2 \\ y=-x \end{cases}$$

2) ~~Проверка полученных результатов:~~

I.  $y = -x$ :  $K = \frac{1}{x} - \frac{1}{x} - \frac{5}{x^2} = -\frac{5}{x^2}$ ;

$$K_1 = \frac{1}{x+2} + \frac{1}{(-x)+2} + \frac{5}{(x-2)(-x+2)} = \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-2} -$$

$$-\frac{5}{(x-2)^2} = -\frac{5}{(x-2)^2};$$

$$\stackrel{!}{=} \\ (x-2)^2 = x^2$$

$$\begin{cases} x-2=x \\ x-2=-x \end{cases} \quad \begin{cases} -2=0, \emptyset \\ 2x=2 \end{cases} \Rightarrow x=1 \Rightarrow (1; -1)$$

II.  $y = x-2$ :  $K = \frac{1}{x} + \frac{1}{x-2} + \frac{5}{x(x-2)} = \frac{2x-2+5}{x(x-2)} =$   
 $= \frac{2x+3}{x(x-2)};$

$$K_1 = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{(x-2)+2} + \frac{5}{(x-2)(x-2+2)} =$$

$$= \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x} + \frac{5}{x(x-2)} = \frac{2x+3}{x(x-2)};$$

Верно  $K_1 = K$  при  $\forall y = x-2, \forall x$ .

Найдём теперь все возможные значения  $M$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи** отдельно.

1  
☐

2  
☒

3  
☐

4  
☐

5  
☐

6  
☐

7  
☐

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$I. M = x^3 - y^3 - 6xy \Rightarrow M = 1 - (-1) + 6 = 2 + 6 = 8;$$

$$x = 1, y = -1$$

$$II. M = x^3 - y^3 - 6xy; \Rightarrow M = x^3 - (x-2)^3 - 6x(x-2) =$$

$$y = x - 2;$$

$$= x^3 - (x^3 - 6x^2 + 12x - 8) - 6x^2 + 12x =$$

$$= x^3 - x^3 + 6x^2 - 12x + 8 - 6x^2 + 12x =$$

$$= 8$$

и

$$M = 8$$

Ответ: 8.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1



2



3



4



5



6



7



СТРАНИЦА

1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 3.

$$a) (\sin \pi x + \sin \pi y) \sin \pi x = (\cos \pi x - \cos \pi y) \cos \pi x$$

Найти:  $(x; y)$ ,  ~~$x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}$~~   $x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}$ .

Решение

$$1) \sin^2 \pi x + \sin \pi y \sin \pi x = \cos^2 \pi x - \cos \pi y \cos \pi x;$$

$$\sin^2 \pi x - \cos^2 \pi x = -\cos \pi y \cos \pi x - \sin \pi y \sin \pi x; \quad | : (-1)$$

$$\cos^2 \pi x - \sin^2 \pi x = \cos \pi y \cos \pi x + \sin \pi y \sin \pi x;$$

$$\cos 2\pi x = \cos(\pi y - \pi x);$$

$$\begin{cases} 2\pi x = \pi y - \pi x + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ 2\pi x = \pi x - \pi y + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$2\pi x = \pi x - \pi y + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} \pi y = 3\pi x + 2\pi n, k \in \mathbb{Z} \quad | : \pi \\ \pi y = -\pi x + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \quad | : \pi \end{cases}$$

$$\pi y = -\pi x + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \quad | : \pi$$

$$\begin{cases} y = 3x + 2k, k \in \mathbb{Z} \\ y = -x + 2n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$y = -x + 2n, n \in \mathbb{Z}$$

Ответ:  $(x; 3x + 2k)$ ,  $k \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{Z}, x \in \mathbb{R}$   
к.а.  ~~$(x; -x + 2n)$~~

б) Найти кол-во  $(x; y)$ , уф. ур-ниям п.а) и  
пер-ву:  $\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi, x \in \mathbb{Z}, y \in \mathbb{Z}$ .





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\arcsin \frac{\pi}{6} \Rightarrow -1 \leq \frac{\pi}{6} \leq 1$$

$$-6 \leq x \leq 6, x \in \mathbb{Z}$$

$$x \in \{-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$\arcsin \frac{y}{2} \Rightarrow -1 \leq \frac{y}{2} \leq 1$$

$$-2 \leq y \leq 2, y \in \mathbb{Z} \Rightarrow y \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

$$1) x = -6 \Rightarrow \begin{cases} y = -18 + 2k, k \in \mathbb{Z} \\ y = 6 + 2n, n \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow (-6, -2), (-6, 0), (-6, 2)$$

$$2) x = -5 \Rightarrow \begin{cases} y = -15 + 2k, k \in \mathbb{Z} \\ y = 5 + 2n, n \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow (-5, -1), (-5, 1)$$

$$3) x = -4 \Rightarrow \begin{cases} y = -12 + 2k, k \in \mathbb{Z} \\ y = 4 + 2n, n \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow (-4, -2), (-4, 0), (-4, 2)$$

По аналогии можно сделать и следующие пары: если  $x = \pm(2d+1), d \in \mathbb{Z}$ , то  $\begin{cases} y = 1 \\ y = -1 \end{cases}$

$$\text{если } x = \pm 2d, d \in \mathbb{Z}, \text{ то } \begin{cases} y = -2 \\ y = 0 \\ y = 2 \end{cases}$$

Теперь нужно проанализировать условие



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  
☐2  
☐3  
☒4  
☐5  
☐6  
☐7  
☐СТРАНИЦА  
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi;$$

При допустимых значениях  $x$ :  $\arcsin \frac{x}{6} \leq \frac{\pi}{2}$

При допустимых значениях  $y$ :  $\arcsin \frac{y}{2} \leq \frac{\pi}{2}$

$$\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} \leq \pi \text{ при любых допустимых } x \text{ и } y$$

Чтобы нер-во  $\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} < \pi$  выполнялось,  $\arcsin \frac{x}{6} + \arcsin \frac{y}{2} \neq \pi$

$$\begin{cases} \frac{x}{6} \neq 1 \\ \frac{y}{2} \neq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x \neq 6 \\ y \neq 2 \end{cases}$$

Пару  $(6; 2)$  - выкинем.

Итого у нас 7 значений  $x$  вида  $x = \pm 2d$ ,  $d \in \mathbb{Z}$ , которым соответствует <sup>по</sup> 3 знач.  $y \Rightarrow$  21 пара;

и 6 значений  $x$  вида  $x = \pm (2d+1)$ ,  $d \in \mathbb{Z}$ , которым соответствует по 2 значения  $y \Rightarrow$

$\Rightarrow$  12 пар. И 1 не подх.:  $21 + 12 - 1 = 20 + 12 = 32$

Ответ к б): 32 пары (ответ к а) см. выше).



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

н 4.

Пусть  $n$  - кол-во одинадцатиклассников.

Тогда вероятность попасть Пете и Маше вместе на концерт равна  $p_1$ :

$$p_1 = \frac{C_n^2}{C_n^4} = \frac{\frac{n!}{(n-2)! 2!}}{\frac{n!}{(n-4)! 4!}} = \frac{(n-4)! 4!}{(n-2)! 2!} =$$

$$= \frac{(n-4)! \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(n-2)(n-3)(n-4)! \cdot 2 \cdot 1} = \frac{12}{(n-2)(n-3)}$$

Пусть кол-во билетов стало  $k$ .

Тогда вероятность попасть Пете и Маше вместе на концерт равна  $p_2$ :

$$p_2 = \frac{C_n^{(k-2)}}{C_n^k} = \frac{\frac{n!}{(n-k+2)! (k-2)!}}{\frac{n!}{(n-k)! k!}} = \frac{(n-k)! k!}{(n-k+2)! (k-2)!} =$$

$$= \frac{(n-k)! k \cdot (k-1) \cdot (k-2)!}{(n-k+2)(n-k+1)(n-k)! (k-2)!} = \frac{k(k-1)}{(n-k+2)(n-k+1)}$$

Известно, что  $p_1 = \frac{p_2}{6} \Rightarrow 6p_1 = p_2$

$$\frac{6 \cdot 12}{(n-2)(n-3)} = \frac{k(k-1)}{(n-k+2)(n-k+1)}$$

$$\frac{72}{(n^2 - 5n + 6)} = \frac{k^2 - k}{((n-k)^2 + 3(n-k) + 2)}$$



$$25(85 - 84 \cos \alpha) = 4R^2(1 - \cos^2 \alpha);$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА

1 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

нб.

Найти: максимальное значение  $M$  периметра (длины границы) фигуры  $P(\alpha)$  и указать все значения  $\alpha$ , при которых оно достигается.

$$P(\alpha): \begin{cases} (x + 5\sqrt{2}\cos\alpha)(y + 5\sqrt{2}\sin\alpha) \leq 0; \\ x^2 + y^2 \leq 169 \end{cases}$$

Решение

1)  $x^2 + y^2 \leq 169$ ; - ур-е круга с центром в т.  $(0;0)$  и радиусом 13 (граница круга входит).

2)  $(x + 5\sqrt{2}\cos\alpha)(y + 5\sqrt{2}\sin\alpha) \leq 0;$

Пусть  $5\sqrt{2}\cos\alpha = a$

$5\sqrt{2}\sin\alpha = b;$

$$(x+a)(y+b) \leq 0; \Leftrightarrow \begin{cases} x+a \geq 0 \\ y+b \leq 0; \\ x+a \leq 0 \\ y+b \geq 0; \end{cases}$$

3) Посмотрим, как в общем виде выгля-





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  
☐

2  
☐

3  
☐

4  
☐

5  
☐

6  
☒

7  
☐

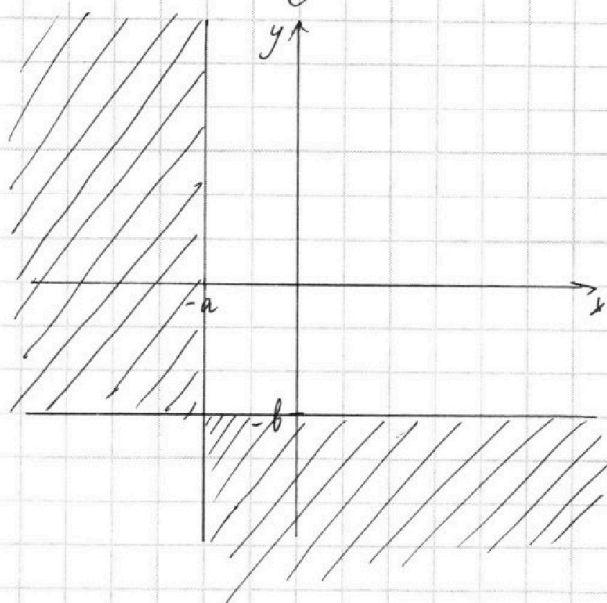
СТРАНИЦА  
2 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

дана система в п. 2 на координатной плоскости:

$$\begin{aligned}x + a &= 0, \\x &= -a\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}y + b &= 0 \\y &= -b\end{aligned}$$



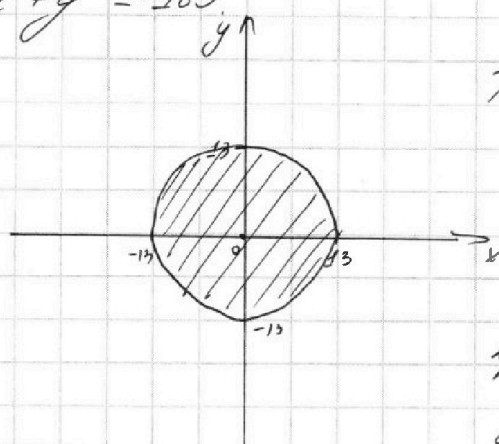
Заштрихованная  
область ур. системы  
пер-в:

$$\begin{cases}x + a \geq 0 \\y + b \leq 0 \\x + a \leq 0 \\y + b \geq 0\end{cases}$$

Назовём его (\*) -  
заштрих. площадь

4) Построим в коор-натах фигуру, опис. ур-ем

$$x^2 + y^2 \leq 169$$



Теперь рассмотрим,  
как должна распо-  
лагаться (\*) окрест-  
ность круга, чтобы M было  
максимальным.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

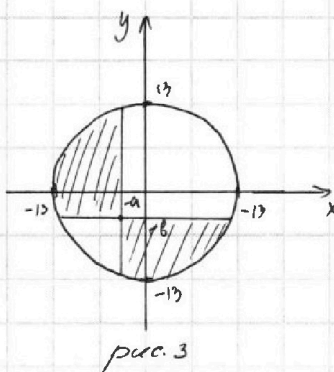
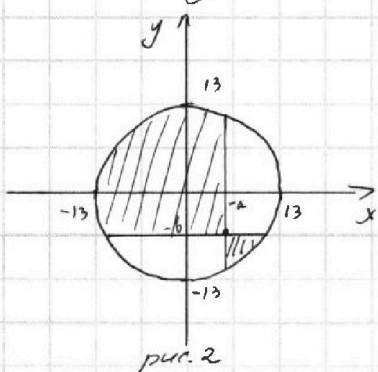
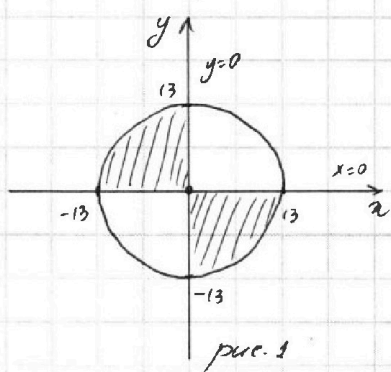
СТРАНИЦА

3 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

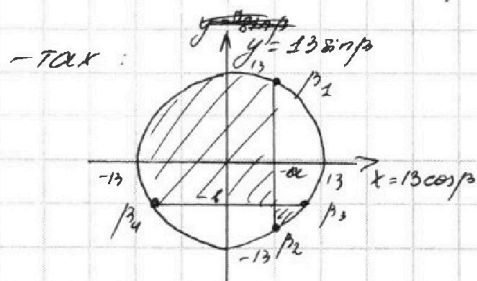
Для этого точка пересечения  $x = -a$  и  $y = -b$  должна располагаться внутри круга.

Рассмотрим несколько случаев:



Очевидно, что  $M$  будет складываться из длин отрезков прямых  $x = -a$  и  $y = -b$ , заключенных в окр-ти  $x^2 + y^2 = 13^2$  и длины дуг, которые образуются точками пересечения (см. рис. 1, 2, 3)

5) Окр-ть <sup>(и круг)</sup> можно перерисовать в других коор-



Тогда  $x = -a \Leftrightarrow 13 \cos \phi = -a$

$$\cos \phi = -\frac{a}{13}$$

$y = -b \Leftrightarrow 13 \sin \phi = -b$

$$\sin \phi = -\frac{b}{13}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА  
4 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Тогда } M = 13 \cdot 2 \left( \sin(\arccos(-\frac{a}{13})) \right) + 13 \cdot 2 \left( \cos(\arcsin(-\frac{b}{13})) \right) + 13 \left( \arcsin(-\frac{b}{13}) - (-\arccos(-\frac{a}{13})) \right) + 13 \left( \arccos(-\frac{a}{13}) - \arcsin(-\frac{b}{13}) \right) + 13 \left( \pi - \arcsin(-\frac{b}{13}) - \arccos(-\frac{a}{13}) \right);$$

$$M = 13 \cdot 2 \sqrt{1 - \cos^2(\arccos(-\frac{a}{13}))} + 13 \cdot 2 \sqrt{1 - \sin^2(\arcsin(-\frac{b}{13}))} + 13 \left( \arcsin(-\frac{b}{13}) + \arccos(-\frac{a}{13}) \right) + 13 \left( \pi - \arcsin(-\frac{b}{13}) - \arccos(-\frac{a}{13}) \right);$$

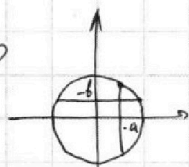
$$M = 13 \cdot 2 \sqrt{1 - \frac{a^2}{169}} + 13 \cdot 2 \sqrt{1 - \frac{b^2}{169}} + 13 \left( \arcsin(-\frac{b}{13}) + \arccos(-\frac{a}{13}) \right) + 13 \left( \pi - \arcsin(-\frac{b}{13}) - \arccos(-\frac{a}{13}) \right);$$

$$M = 13 \cdot 2 \left( \sqrt{169 - a^2} + \sqrt{169 - b^2} \right) + 13 \left( \arcsin(-\frac{b}{13}) + \arccos(-\frac{a}{13}) \right) + 13 \left( \pi - \arcsin(-\frac{b}{13}) - \arccos(-\frac{a}{13}) \right);$$

(I сл.) :  $a=0, b=0$

$$M = 4 \cdot 13 + 13\pi = 13(\pi + 4)$$

(II сл.)  $a \leq 0, b \leq 0$



$$M = 2 \left( \sqrt{169 - a^2} + \sqrt{169 - b^2} \right) + 13 \left( \arcsin(-\frac{b}{13}) + \arccos(-\frac{a}{13}) \right) + 13 \left( \pi - \arcsin(-\frac{b}{13}) - \arccos(-\frac{a}{13}) \right) = 2 \left( \sqrt{169 - a^2} + \sqrt{169 - b^2} \right) + 13\pi$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

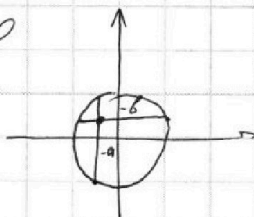
СТРАНИЦА  
5 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда в этом случае  $M$  зависит только от того, насколько большие/маленькие  $|a|$  и  $|b|$ .

Очевидно, что максимум будет при  $a=0, b=0$ , т.е. если рассматривать верхний правый угол круга, то наибольшее  $M$  будет, только в случае 1 ( $a=0, b=0$ ).

(III сл.)  $a \geq 0, b \leq 0$



$$M = 2(\sqrt{169-a^2} + \sqrt{169-b^2}) + 13(\arccos(-\frac{b}{13}) + \arccos(\frac{a}{13})) + \pi - \arcsin(-\frac{b}{13}) - \arccos(-\frac{a}{13}) = 2(\sqrt{169-a^2} + \sqrt{169-b^2}) + 13\pi;$$

$$M = 2(\sqrt{169-a^2} + \sqrt{169-b^2}) + 13(\arccos(-\frac{b}{13}) + \arccos(-\frac{a}{13})) + \pi - \arcsin(-\frac{b}{13}) - \arccos(-\frac{a}{13}) = 2(\sqrt{169-a^2} + \sqrt{169-b^2}) + 13\pi$$

Максимум опять при  $a=0, b=0$  в верхнем левом углу круга.

(IV сл.)





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

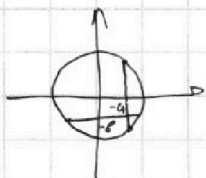
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА

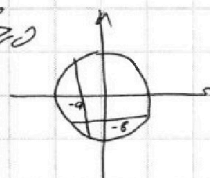
6 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(IV сн.)  $a \leq 0, b \geq 0$



(V сн.)  $a \geq 0, b \geq 0$

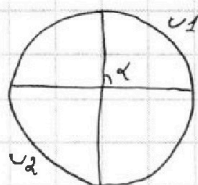


$$M = 2(\sqrt{169-a^2} + \sqrt{169-b^2}) + 13(\arccos(-\frac{b}{13}) - \arccos(-\frac{a}{13}) + \pi - \arccos(-\frac{b}{13}) - \arccos(-\frac{a}{13})) =$$

$$= 2(\sqrt{169-a^2} + \sqrt{169-b^2}) + 13(\pi - 2\arccos(-\frac{b}{13}) - 2\arccos(-\frac{a}{13}))$$

При аналогичных рассуждениях будем также получать  $M = 2(\sqrt{169-a^2} + \sqrt{169-b^2}) + 13\pi$ .

Это связано с тем, что  $\alpha = \frac{\sqrt{1} + \sqrt{2}}{2}$



$$\alpha = 90^\circ$$

$$\sqrt{1} + \sqrt{2} = 2 \cdot 90^\circ = 180^\circ$$

или

$$\sqrt{1} + \sqrt{2} = \pi$$

Тогда максимальное значение будет определяться только отрезками, т.е.  $M$  максимально при  $a=0, b=0$ . (или при  $a=0, b=0$ ).

У нас  $a = 5\sqrt{2}\cos\alpha, b = 5\sqrt{2}\sin\alpha$  - они не могут быть одновременно равны 0.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

7 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Получается, имеем:

$$M = 2(\sqrt{169 - (5\sqrt{2}\cos\alpha)^2} + \sqrt{169 - (5\sqrt{2}\sin\alpha)^2}) + 13\pi$$

$$M = 2(\sqrt{169 - 50\cos^2\alpha} + \sqrt{169 - 50\sin^2\alpha}) + 13\pi;$$

$$\text{Введём } f(\alpha) = \sqrt{169 - 50\cos^2\alpha} + \sqrt{169 - 50\sin^2\alpha}$$

Если  $f(\alpha) = f_{\max}(\alpha)$ , то  $M$  принимает максимальное значение

$$f(\alpha) = \frac{(-100\cos\alpha\sin\alpha)}{2\sqrt{169 - 50\cos^2\alpha}} + \frac{(100\sin\alpha\cos\alpha)}{2\sqrt{169 - 50\sin^2\alpha}}$$

Всегда, что  $f(\alpha) = f_{\max}(\alpha)$  при ~~каждом~~

$$|\cos\alpha| = |\sin\alpha| = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \text{при } \alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Тогда } M = 2(\sqrt{169 - 25} + \sqrt{169 - 25}) + 13\pi = 2 \cdot 24 + 13\pi = 48 + 13\pi$$

Ответ:  $M = 48 + 13\pi$  при  $\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}.$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  
☐

2  
☐

3  
☐

4  
☐

5  
☐

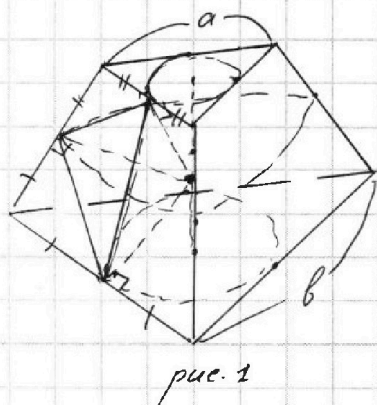
6  
☐

7  
☒

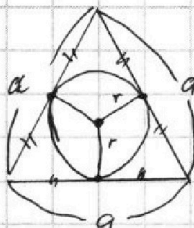
СТРАНИЦА

1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



и т.



$$1) S = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$S = r \cdot \frac{P}{2} = r \cdot \frac{3a}{2}$$

$$r \cdot \frac{3a}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot 2$$

$$r = \frac{a\sqrt{3}}{2 \cdot 3} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

касается прав.  
треуг. впис. окр.  
в серединах.

Т.е., т.к. шар  $\omega$  касается всех граней прав.  
усеченной пирамиды, то этот шар пере-  
секает пр-ты оснований по выс. в треуг.  
осн. окр-тями

Заметим на рис. 1, что если сторона  
верхнего основания  $a$ , нижнего  $-b$ , то бо-  
ковая грань равна  $\frac{a+b}{2}$

2) Шар  $\Omega$  касается всех ребер усеч. пира-  
миды. Если мы продлим бо-к. грани усеч.  
пирамиды до пересечения, то получим





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

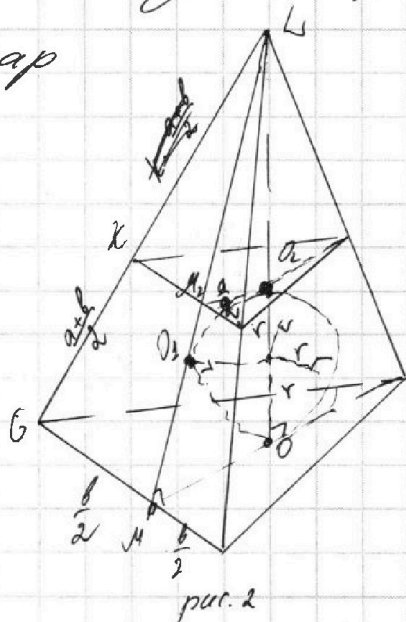
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА

2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

правильную пирамиду, в которую вписан шар



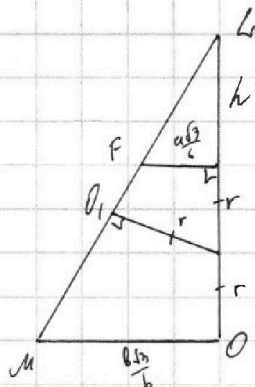
На рис. 2:

$$OM = \frac{1}{3} \cdot \frac{b\sqrt{3}}{2} = \frac{b\sqrt{3}}{6};$$

$$OQ_1 = OQ_2 = OQ_3 = \frac{b\sqrt{3}}{6} - \text{как отрезки касат.}$$

$$OQ_2 = \frac{ab}{b}$$

Учтем



$$\frac{h}{\frac{ab}{b}} = \frac{h+2r}{\frac{b\sqrt{3}}{6}}$$

$$hb = ha + 2ra$$

$$h(b-a) = 2ra$$

$$h = \frac{2ra}{b-a};$$

$$h+r = \frac{2ra}{b-a} + r = \frac{2ra+br-ar}{b-a} = \frac{ar+br}{b-a} = \frac{(a+b)r}{b-a}$$

$$\frac{ab}{b} = \frac{r}{\frac{(a+b)r}{b-a}} = \frac{b-a}{a+b}, \quad \frac{b\sqrt{3}}{6} = \frac{h+2r}{b}$$

$$h = \frac{ab\sqrt{3}(a+b)}{b(b-a)};$$

$$h+2r = \frac{ar+br}{b-a} + r = \frac{ar+br+br-ar}{b-a} = \frac{2br}{b-a};$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  
☐2  
☐3  
☐4  
☐5  
☐6  
☐7  
☒

СТРАНИЦА

3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$ML = \sqrt{b^2 + \frac{4b^2r^2}{(b-a)^2}} = \frac{\sqrt{b^2((b-a)^2 + 4r^2)}}{b-a} = \frac{b\sqrt{(b-a)^2 + 4r^2}}{b-a}$$

$$\frac{(a+b)r}{b-a} = \frac{\frac{b\sqrt{3}}{6}}{\frac{b\sqrt{(b-a)^2 + 4r^2}}{b-a}}; \quad \frac{(a+b)r}{b-a} = \frac{\frac{b\sqrt{3}}{6}}{\frac{b\sqrt{(b-a)^2 + 4r^2}}{b-a}}$$

$$\sqrt{(b-a)^2 + 4r^2} = \frac{a+b}{2\sqrt{3}}; \quad \sqrt{(b-a)^2 + 4r^2} = \frac{a+b}{2\sqrt{3}}$$

$$ML = \frac{b(a+b)}{(b-a) \cdot 2\sqrt{3}}$$

$$\frac{LF}{FM} = \frac{a}{b} \Rightarrow MF = \frac{b-a}{b} ML = \frac{(b-a)b(a+b)}{b(b-a) \cdot 2\sqrt{3}} = \frac{a+b}{2\sqrt{3}}$$

$$MF = MM_2 \text{ (на рис. 2)}$$

$$\cancel{MF = MM_2 \text{ (на рис. 2)}}$$

$$\frac{LK}{LG} = \frac{a}{b} \Rightarrow GK = \frac{b-a}{b} LG \Rightarrow LG = \frac{b \cdot GK}{b-a}$$

$$= \frac{b(a+b)}{2(b-a)}$$

$$\text{По Th Пифагора: } LM = \sqrt{\frac{b^2}{4} \left( \frac{a+b}{b-a} \right)^2 - \frac{b^2}{4}} =$$

$$= \frac{b}{2} \sqrt{\frac{a^2 + 2ab + b^2}{(b-a)^2} - \frac{b^2 + 2ab - a^2}{b^2}} = \frac{2b\sqrt{ab}}{2(b-a)} = \frac{b\sqrt{ab}}{b-a};$$

$$MM_2 = \frac{(b-a) \cdot b\sqrt{ab}}{b(b-a)} = \sqrt{ab};$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА  
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Тогда } MM_2 = \sqrt{ab} = \frac{\sqrt{(a+b)^2 - (b-a)^2}}{2} = \frac{\sqrt{a^2 + 2ab + b^2 - b^2 + 2ab - a^2}}{2} = \frac{\sqrt{4ab}}{2} = \sqrt{ab}$$

$$4ab = a^2 + 2ab$$

$$a^2 = 2ab \quad \frac{a+b}{2\sqrt{3}} = \sqrt{ab}$$

$$\frac{a}{a} = \frac{2b}{a}$$

$$a = (5 \pm 2\sqrt{6})b; \quad a < b$$

$$a = (5 - 2\sqrt{6})b$$

$$S_{\text{ок.}a} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{(5-2\sqrt{6})^2 b^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$S_{\text{ок}} = \frac{3a + 3b}{2} \sqrt{ab} = \frac{3}{2}(a+b)\sqrt{ab} =$$

$$= \frac{3}{2}(5-2\sqrt{6})b \Rightarrow S_{\text{ок}} = \frac{3}{2}(6-2\sqrt{6})b \sqrt{b^2(5-2\sqrt{6})} =$$

$$= 3(3-\sqrt{6})b \cdot b(\sqrt{3}-\sqrt{2}) = 3(3-\sqrt{6})(\sqrt{3}-\sqrt{2})b^2$$

$$\frac{S_{\text{ок.}a}}{S_{\text{ок}}} = \frac{(5-2\sqrt{6})^2 \sqrt{3}}{4 \cdot 3(3-\sqrt{6})(\sqrt{3}-\sqrt{2})} = \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^3}{4\sqrt{3}(3-\sqrt{6})}$$

$$\text{Ответ: } \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^3}{4\sqrt{3}(3-\sqrt{6})}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

ЧЕРНИК

$$k > 4: k = 5: \frac{72}{(n-2)(n-3)} = \frac{20}{(n-3)(n-4)}$$

$$72(n^2 - 7n + 12) = 20(n^2 - 5n + 6); /: 4$$

$$72n^2 - 504n + 864 = 20n^2 - 100n + 120;$$

$$52n^2 - 404n + 744 = 20n^2 - 100n + 120;$$

$$18n^2 - 126n + 216 = 5n^2 - 25n + 30;$$

$$13n^2 - 101n + 186 = 0;$$

$$D = 101^2 - 4 \cdot 13 \cdot 186 =$$

$$= 10201 - 9672 = 529 =$$

$$= 23^2 > 0$$

$$n = \frac{101 \pm 23}{2 \cdot 13} = \frac{124}{26} = \frac{62}{13} \notin \mathbb{Z}$$

$$n = \frac{101 - 23}{2 \cdot 13} = \frac{78}{26} = 3$$

$n = 3$  - не подходит под ситуацию.

$$k = 6: \frac{72}{(n-2)(n-3)} = \frac{30}{(n-4)(n-5)} /: 6$$

$$12(n^2 - 9n + 20) = 5(n^2 - 5n + 20)$$

$$7n^2 - 83n + 210 = 0; D = 83^2 - 4 \cdot 7 \cdot 210 =$$

$$7n^2 - 83n + 210 = 0; D = 6889 - 5880 = 1009$$

$$n^2 - 9n + 20 = 0; D = 81 - 40 = 41 > 0$$

1009 - не полн. квадрат - не ур.

$$n = \frac{9 \pm 1}{2} = 5$$

$$n = \frac{9 - 1}{2} = 4 \text{ - не ур.}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

ЧЕРНИК

~~$n=5, k=6$  - тоже не ур.~~

~~$$k=7: \frac{72}{(n-2)(n-3)} = \frac{42}{(n-5)(n-6)} \quad | :6$$~~

~~$$12(n^2 - 9n + 30) = 7(n^2 - 5n + 6);$$~~

~~$$5n^2 - 73n + 318 = 0;$$~~

~~$$D = 73^2 - 4 \cdot 5 \cdot 318 = 5329 - 6360 < 0$$~~

~~$$k=8: \frac{72}{(n-2)(n-3)} = \frac{56}{(n-6)(n-7)} \quad | :8$$~~

~~$$9(n^2 - 13n + 42) = 7(n^2 - 5n + 6);$$~~

~~$$2n^2 - 22n - 336 = 0; \quad | :2$$~~

~~$$n^2 - 11n - 168 = 0;$$~~

~~$$D = 41^2 + 168 \cdot 4 = 2353 \text{ - не полн. кв. - не ур.}$$~~

~~$$k=9: \frac{72}{(n-2)(n-3)} = \frac{72}{(n-7)(n-8)}$$~~

~~$$n^2 - 15n + 56 = n^2 - 5n + 6;$$~~

~~$$10n = 50 \Rightarrow n = 5 \text{ - не ур.}$$~~

~~$$k > 9: \frac{72}{(n-2)(n-3)} =$$~~

$$\begin{array}{r} 73 \\ \times 73 \\ \hline 219 \\ 511 \\ \hline 5329 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 108 \\ - 35 \\ \hline 73 \end{array} \quad \begin{array}{r} - 360 \\ - 42 \\ \hline 358 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 318 \\ \times 2 \\ \hline 636 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times 9 \\ \hline 117 \end{array} \quad \begin{array}{r} 117 \\ - 35 \\ \hline 82 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 42 \\ \times 9 \\ \hline 378 \end{array} \quad \begin{array}{r} 378 \\ - 42 \\ \hline 336 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 41 \\ \times 41 \\ \hline 164 \\ 1681 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 168 \\ \hline 672 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1681 \\ + 672 \\ \hline 2353 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~ЧЕРНИК~~

Тогда  $\frac{a+b}{2\sqrt{3}} = \sqrt{ab}$ ;

$$a - 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{ab} + b = 0;$$
$$D = 4 \cdot 3 - 4 = 4 \Rightarrow \sqrt{D} = 2 = (2\sqrt{2})^2 > 0$$
$$\sqrt{a} = \frac{2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}}{2} \sqrt{b}$$
$$\sqrt{a} = \frac{2\sqrt{3} - 2\sqrt{2}}{2} \sqrt{b}$$
$$\sqrt{a} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{1} \sqrt{b} = (\sqrt{3} + \sqrt{2}) \sqrt{b}$$
$$\sqrt{a} = (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \sqrt{b};$$
$$a = (5 + 2\sqrt{6})b$$
$$a = (5 - 2\sqrt{6})b$$
$$S_{\text{осн. } a} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{(5 \pm 2\sqrt{6})^2 \cdot b^2 \sqrt{3}}{4};$$
$$S_{\text{бок } 2} = \frac{3a+3b}{2} \cdot \sqrt{ab} = \frac{3}{2}(a+b)\sqrt{ab}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7  
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

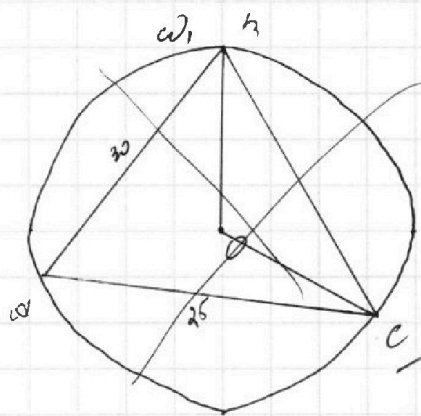
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

<sup>ЧЕРНОВИК</sup>  
 $72(n^2 - 2nk + k^2 + 3n - 3k + 2) = (k^2 - k)(n^2 - 5n + 6);$

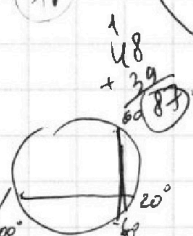
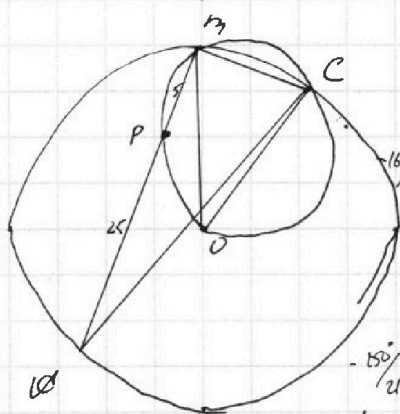
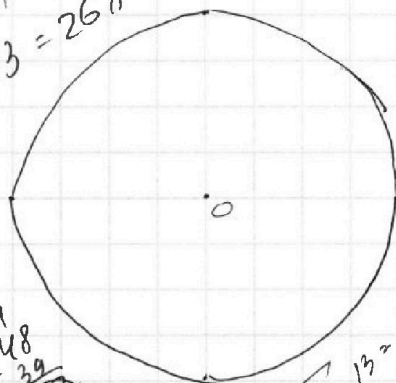
$$72(\cancel{(n-k)^2} + 3(n-k) + 2) = \cancel{(n^2k^2 - 5nk^2 + 6k^2 - kn^2 + 5nk - 6k)}$$

$$\cancel{72((n-k)^2 + 3(n-k) + 2) = kn(k-1) - 6k(k-1)}$$

~ 5 (черновик)



$$2\pi \cdot 13 = 26\pi$$

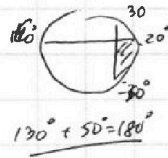


$$2\pi R - 2\pi$$

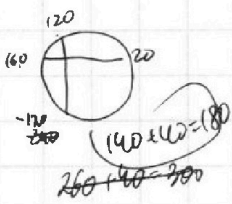
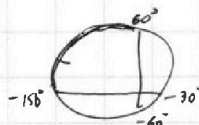
$$l - d$$

$$l = \frac{2\pi R d}{2\pi} = R d, \text{ а - в pag.}$$

$$2\pi - \left(\pi + \arcsin\left(-\frac{b}{13}\right)\right) = \pi - \arcsin\left(-\frac{b}{13}\right)$$
$$180^\circ + 30^\circ = 180^\circ$$
$$-(-60^\circ) = 30^\circ$$



$$20^\circ - (-30^\circ) = 50^\circ$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

